

## **Синтез математической модели ядра преобразования для обработки вибросейсмических данных методом обратной фильтрации**

*С. А. Ефимов<sup>1</sup>\**

<sup>1</sup> Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,  
г. Новосибирск, Российская Федерация  
\* e-mail: sergesaesa@yandex.ru

**Аннотация.** Вибросейсмический метод исследования недр земли широко используется для изучения структурных особенностей недр. Эффективность метода обусловлена наличием управляемых источников сейсмических волн. При этом источники сейсмических волн формируют сейсмический сигнал, параметры которого определены и задаются исследователем в процессе планирования эксперимента. В промышленной сейсмологии наибольшую популярность приобрели частотно-модулированные сейсмические сигналы – свип сигналы. Частным случаем этих сигналов являются монохроматические сигналы. В ходе эксперимента сейсмический сигнал, формируемый источником, регистрируется сейсмическим приемником. Таким образом исследователь получает исходную сейсмическую запись – сейсмограмму. Обработка сейсмограммы, как элемент вибросейсмических данных, предполагает наличие информации о параметрах сейсмического сигнала источника. На основе этого сигнала формируется ядро преобразования для обработки сейсмограммы. В результате операции свертки сейсмограммы с ядром преобразования формируется виброграмма. В случае необходимости повышения контрастности (разрешающей способности) виброграммы в ядро преобразования вводится дополнительная фильтрующая функция, которая осуществляет процедуру обратной фильтрации. Целью данного исследования является формирование фильтрующей функции и математической модели ядра преобразования, позволяющей повысить контрастность виброграммы. Структурность и простота аналитических выражений фильтрующей функции и математической модели ядра преобразования достигается представлением функции и модели в операторной форме посредством преобразования Лапласа. Результатом исследования являются аналитические выражения в операторной форме фильтрующей функции и математической модели ядра преобразования для повышения контрастности виброграмм.

**Ключевые слова:** вибросейсмический метод, сейсмограмма, ядро преобразования, виброграмма, обратная фильтрация

## **Synthesis of a mathematical model of the transformation core for processing vibroseismic data by reverse filtering**

*S. A. Efimov<sup>1</sup>\**

<sup>1</sup> Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics,  
Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation  
e-mail: sergesaesa@yandex.ru

**Abstract.** The vibroseismic method of studying the bowels of the earth is widely used to study the structural features of the bowels. The effectiveness of the method is due to the presence of controlled sources of seismic waves. In this case, the sources of seismic waves form a seismic signal, the parameters of which are determined and set by the researcher during the planning of the experiment.

Frequency-modulated seismic signals – sweep signals - have become the most popular in field seismology. A special case of these signals are monochromatic signals. During the experiment, the seismic signal generated by the source is recorded by a seismic receiver. Thus, the researcher receives the initial seismic record – a seismogram. Processing of a seismogram, as an element of vibroseismic data, assumes the presence of information about the parameters of the seismic signal of the source. Based on this signal, a conversion core is formed for processing the seismogram. As a result of the operation of convolution of the seismogram with the core of the transformation, a vibrogram is formed. If it is necessary to increase the contrast (resolution) of the vibrogram, an additional filtering function is introduced into the conversion core, which performs the reverse filtering procedure. The purpose of this study is to form a filtering function and a mathematical model of the transformation core, which allows to increase the contrast of the vibrogram. The structurality and simplicity of the analytical expressions of the filtering function and the mathematical model of the transformation kernel is achieved by representing the function and model in operator form by means of the Laplace transform. The result of the study is analytical expressions in the operator form of the filtering function and a mathematical model of the transformation core to increase the contrast of vibrograms.

**Keywords:** vibroseismic method, seismogram, transformation core, vibrogram, reverse filtration

### *Введение*

Постановка задачи. Вибросейсмическая технология, как инструмент проведения исследовательских геофизических работ, связанных с изучением недр земли, привлекает внимание геофизиков на протяжении многих лет [1. 2]. Технология проведения вибросейсмических работ включает в себя процедуру построения виброграмм. В естественном виде (непосредственная регистрация колебаний поверхности земли) качество сейсмограмм при наличии сейсмического шума не всегда приводит к удовлетворительным результатам. Поэтому используется согласованный или оптимальный приемник, осуществляющий дополнительную обработку данных регистрации по следующему алгоритму:

$$q(t) = \int_0^t s(\tau) \cdot R(t - \tau) \cdot d\tau \quad (1)$$

где  $s(t)$  – сигнал на входе приемника;  $R(t)$  – ядро преобразования;  $q(t)$  – сигнал на выходе приемника (виброграмма).

В работах [3, 4] показано, что при использовании согласованного или оптимального приемника для выделения зондирующего сигнала из шума можно получить отношение наибольшего значения сигнальной функции на выходе приемника к среднеквадратическому значению выходного шума равное:

$$q_{s.\max}(\tau_0) / \sqrt{D_n} = \sqrt{2E / N}; \quad (2)$$

где  $E$  – энергия сигнала;  $N$  - спектральная плотность шума.

При этом ядро преобразования для оптимального фильтра должно удовлетворять условию [3]:

$$R(t - \tau) = s_0(t - \tau). \quad (3)$$

где  $s_0(t)$  – функция зондирующего сигнала, формируемого вибросейсмическим источником.

В рамках вибросейсмической технологии зондирования для формирования вибрационной сейсмограммы (виброграммы) используется зондирующий сигнал следующего вида:

$$s_0(t) = a(t) \cdot \{\Phi(t) - \Phi(t - T_0)\} \cos(\omega_0 \cdot t + \psi(t)), \quad (4)$$

где  $a(t)$  – огибающая зондирующего сигнала;  $\omega_0$  – начальная частота зондирующего сигнала;  $\Phi(t)$  – функция Хэвисайда;  $\alpha$  – скорость изменения частоты зондирующего сигнала;  $T_0$  – время излучения зондирующего сигнала;  $\psi(t) = (\alpha / 2) \cdot t^2$ ;  $t = 0 \dots T_0$ ;  $\omega_k = \alpha \cdot T_0$ ;  $\omega_k$  – конечная частота зондирующего сигнала.

Функция Хэвисайда  $\Phi(t)$  имеет следующее определение:

$$\Phi(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Для сигнала  $s_0(t)$  по формуле (4) автокорреляционная функция имеет вид [5]:

$$W(t - \tau_i) = \frac{T_0}{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\Delta \omega \cdot (t - \tau_i)}{2}\right)}{\frac{\Delta \omega \cdot (t - \tau_i)}{2}} \cdot \cos(\omega_0 \cdot (t - \tau_i)); \quad (6)$$

$$\Delta \omega = \alpha \cdot T_0;$$

где  $\Delta \omega$  – девиация частоты.

В точке регистрации сейсмограмма соответствует сумме сигналов  $s_i(t)$ , имеющих разное время прихода  $\tau_i$ .

Вибрационная сейсмограмма (виброграмма)  $q(t)$  в точке регистрации представляет собой сумму автокорреляционных функций излученного источником сигнала:

$$q(t) = \sum_i a_i \cdot W(t - \tau_i) + n(t), \quad (7)$$

где  $a_i$  – амплитуды волн;  $\tau_i$  – времена прихода;  $n(t)$  – измерительный шум.

Итоговый результат обработки в виде виброграммы  $q(t)$  имеет определенную контрастность (разрешающую способность). При низкой контрастности нет возможности выделить близкорасположенные по времени сейсмические волны. В этом случае появляется необходимость в дополнительной обработке зарегистрированного сейсмического сигнала. Эффективным методом повышения контрастности является метод обратной фильтрации [6]. Цель обратной фильтрации состоит в замене сигнала заданной формы  $so(t)$  другой функцией  $ss(t)$ , обладающей более узкой автокорреляционной функцией [7]. Характеристика виброграммы  $q(t)$  после введения дополнительной формирующей функции  $FK(t)$  будет определяться следующим выражением:

$$q(t) = s(t) \otimes FK(t) \otimes ss(t); \quad (8)$$

где  $q(t)$  – сигнал на выходе приемника (виброграмма);  $FK(t)$  - формирующая функция (обратный фильтр);  $s(t)$  – сигнал на входе приемника;  $ss(t)$  – сигнал, обладающий более узкой автокорреляционной функцией;  $\otimes$  - операция свертки.

Характеристика ядра преобразования  $R(t)$  будет определяться следующим выражением:

$$R(t) = FK(t) \otimes ss(t); \quad (9)$$

В частотной области характеристики фильтрующих процедур входят в математическую модель уже не сверточно, а мультипликативно, что дает геофизику гораздо более ясное интуитивное представление об их влиянии [7]. Следующие формулы, вытекающие из теоремы о свертке, поясняют вышесказанное [8].

$$\begin{aligned} F\{f_1(t) \otimes f_2(t)\} &= F\{f_1(t)\} \cdot F\{f_2(t)\}; \\ F\{f_1(t) \cdot f_2(t)\} &= F\{f_1(t)\} \otimes F\{f_2(t)\}; \end{aligned} \quad (10)$$

где  $F\{*\}$  - операция преобразования Фурье;  $\otimes$  - операция свертки.

Использование частотной области для анализа и обработки сигналов, как частный случай операторного представления сигналов, существенно снижает нагрузку на естественный интеллект исследователя и искусственный интеллект компьютера: упрощает аналитические преобразования характеристик сигналов и фильтрующих устройств; повышает быстродействие алгоритмов обработки сейсмических сигналов.

Операторное представление  $H(s)$  аналитической функции  $h(\tau)$  является удобным инструментом при исследовании сигналов и построении оптимальных фильтров. Операторное представление функции дает преобразование Лапласа:

$$H(s) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot \exp(-s \cdot \tau) d\tau; \quad (11)$$

где  $\exp(-s\tau)$  – собственная функция линейной системы.

### **Методы и материалы**

Для формирования характеристики обратного фильтра и ядра преобразования необходимо иметь операторное представление зондирующего сигнала и сигнала, обладающего более узкой автокорреляционной функцией. В данном исследовании зондирующий сигнал и сигнал, обладающий более узкой автокорреляционной функцией, соответствуют формуле (4). Получить операторное представление зондирующего сигнала по формуле (4) является задачей нетривиальной. Это преобразование отсутствует в таблице источника [10]. Для решения этой задачи использована методика формирования операторного представления частотно-модулированного сигнала по формуле (4), представленная в статье [11].

Итоговое решение задачи формирования операторного представления зондирующего сигнала по формуле (4) представлено ниже.

$$\begin{aligned} L\{s_0(t)\} &= \frac{1}{s - i \cdot \omega_{01}} - \frac{\exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k1}))}{s - i \cdot \omega_{k1}}; \\ L\{ss(t)\} &= \frac{1}{s - i \cdot \omega_{02}} - \frac{\exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k2}))}{s - i \cdot \omega_{k2}}; \end{aligned} \quad (12)$$

где  $T_0$  - время излучения зондирующего сигнала;  $\omega_{01}$  - начальная частота зондирующего сигнала;  $\omega_{k1}$  - конечная частота зондирующего сигнала.  $\omega_{02}$  - начальная частота сигнала, обладающего более узкой автокорреляционной функцией;  $\omega_{k2}$  - конечная частота сигнала, обладающего более узкой автокорреляционной функцией;  $L\{F(t)\}$  - преобразование Лапласа.

Для дальнейшего преобразования представим формулу (12) в следующем виде.

$$\begin{aligned} F1(s) &= \frac{(s - i \cdot \omega_{k1}) - (s - i \cdot \omega_{01}) \exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k1}))}{(s - i \cdot \omega_{01})(s - i \cdot \omega_{k1})}; \\ F2(s) &= \frac{(s - i \cdot \omega_{k2}) - (s - i \cdot \omega_{02}) \exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k2}))}{(s - i \cdot \omega_{02})(s - i \cdot \omega_{k2})}; \end{aligned} \quad (13)$$

где  $F1(s)$  – изображение сигнала  $s_0(t)$ ;  $F2(s)$  – изображение сигнала  $ss(t)$ .

Характеристика обратного фильтра  $FK(s)$  в операторном представлении соответствует следующему выражению.

$$FK(s) = \frac{F2(s)}{F1(s)}; \quad (14)$$

На основании формул (13) и (14) получаем следующее выражение.

$$FK(s) = K(s) \frac{(s - i \cdot \omega_{k2}) - (s - i \cdot \omega_{02}) \exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k2}))}{(s - i \cdot \omega_{k1}) - (s - i \cdot \omega_{01}) \exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k1}))}; \quad (15)$$

$$K(s) = \frac{(s - i \cdot \omega_{01})(s - i \cdot \omega_{k1})}{(s - i \cdot \omega_{02})(s - i \cdot \omega_{k2})};$$

Структурное представление формулы (15) представлено ниже.

$$FK(s) = K1(s) \frac{1 - A2 \cdot \exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k2}))}{1 - A1 \cdot \exp(-T_0 \cdot (s - i \cdot \omega_{k1}))};$$

$$A2(s) = \frac{(s - i\omega_{02})}{(s - \omega_{k2})}; \quad (16)$$

$$A1(s) = \frac{(s - i\omega_{01})}{(s - \omega_{k1})};$$

$$K1(s) = \frac{(s - i\omega_{01})}{(s - \omega_{02})};$$

Практический интерес для разработчиков геофизического оборудования и специалистов по обработке сигналов представляют характеристики сигналов и фильтров в частотной области. Структурное представление формулы (16) в частотной области представлено ниже.

$$s = i \cdot \omega;$$

$$FK(\omega) = \frac{1 - A2 \cdot \exp(-i \cdot T_0 \cdot (\omega - \omega_{k2}))}{1 - A1 \cdot \exp(-i \cdot T_0 \cdot (\omega - \omega_{k1}))}; \quad (17)$$

$$A1(\omega) = \frac{\omega - \omega_{01}}{\omega - \omega_{k1}}; A2(\omega) = \frac{\omega - \omega_{02}}{\omega - \omega_{k2}}; K1(\omega) = \frac{\omega - \omega_{01}}{\omega - \omega_{02}};$$

Вышеприведенные формулы являются достаточными для синтеза характеристики ядра преобразования  $R(\omega)$  с целью повышения контрастности виброграмм. Математическая модель ядра преобразования  $R(\omega)$  соответствует следующему выражению:

$$R(\omega) = FK(\omega) \cdot F2(\omega); \quad (18)$$

## ***Результаты***

В ходе исследования получены теоретические данные: операторное представление частотно-модулированного сигнала – формула (12), обратного фильтра  $FK(s)$  – формула (16).

## ***Обсуждение***

Эффективность использования методов обратной фильтрации зависит от качества алгоритмов обработки. В традиционных технологиях обработки сейсмических сигналов, как правило, сейсмические записи представлены как ряд действительных чисел [7]. Операторное представление зондирующих сигналов и характеристик фильтрующих устройств, а также представление сейсмических записей в виде аналитического комплексного сигнала дает существенное преимущество перед технологией обработки сигналов, представленных как ряд действительных чисел.

## ***Заключение***

Автором проведен синтез математической модели ядра преобразования в операторной форме для обработки вибросейсмических данных методом обратной фильтрации. В ходе исследования получено операторное представление частотно-модулированного сигнала. В публичной научной литературе операторное представление частотно-модулированного сигнала отсутствует.

Использование частотной области для анализа и обработки сигналов, как частный случай операторного представления сигналов, существенно упрощает аналитические преобразования характеристик сигналов и фильтрующих устройств; повышает быстродействие алгоритмов обработки сейсмических сигналов.

## ***Благодарности***

Автор выражает благодарность всем участникам научных семинаров лаборатории геофизической информатики ИВМиМГ СО РАН, в атмосфере которых формировалась постановка задач и проблем обработки сигналов в геофизике.

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Еманов А. Ф., Селезнев В. С., Соловьев В. М., Чичинин И. С., Кашун В. Н. и др. Особенности изменений во времени волновых полей при вибросейсмическом мониторинге земной коры // Сейсмология в Сибири на рубеже тысячелетий: Материалы междунар. геофиз. Конф. – Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000 – 395 с.
2. Юшин В. И. Преобразование вибросейсмических сигналов при широкополосном и монохроматическом зондировании // Активная сейсмология с мощными
3. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
4. Трахтман А. М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. М. Изд-во «Советское радио», 1972, 352 с.
5. Шнеерсон М. Б., Майоров В. В. Наземная сейсморазведка с невзрывными источниками колебаний / М., Недра, 1980. - 205 с.
6. Сильвия М. Т. Робинсон Э. А. Обратная фильтрация геофизических временных рядов при разведке на нефть и газ. – Пер. с англ. М.: Недра, 1983, 1983, - 447 с.

7. Хаттон Л., Уэрдингтон М., Мейкин Дж. Обработка сейсмических данных. Теория и практика: Пер. с англ.-Мир, 1989. -216 с., ил.
8. Краснопевцев Е. А. Математические методы физики. Избранные вопросы: Учебник. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2003. – 244 с. – (Серия «Учебник НГТУ»).
9. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Пер. с франц.- М.: Мир, 1983. – Т.1.312 с.
10. Г. Бейтмэн и А. Эрдейн. Таблица интегральных преобразований. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина (Серия: «Справочная математическая библиотека»), М. 1968 г., 344 стр.
11. Ефимов С. А. Способ обработки для улучшения корреляционной характеристики зондирующих сигналов, применяемых при вибросейсмическом просвечивании земли для исследования структуры вулканов // Современные проблемы радиоэлектроники: Сб. науч. тр./ Под ред. А. И. Громько, А. В. Сарафанова; Отв. за вып. В. И. Ризуненко. Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2004. 731 с.
12. Гуткин, Л. С. Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах / Изд. 2-е, дополненное и переработанное. М., «Советское радио», 1972, 448 с.
13. Efimov S. A. Mathematical simulation of invariant seismic experiments for research into requirements of equivalence conditions of sounding signals. // Bulletin of the Novosibirsk Computing Center, Math. Model. in Geoph. 8 (2003), 27-34, NCC Publisher, Novosibirsk.
14. Ефимов С. А. Метод оптимальной фильтрации зондирующих сигналов с частотной модуляцией в цифровых геофизических системах // Оптические методы исследования потоков: Труды VII Международной научно-технической конференции / Под ред. Ю. Н. Дубнишева, Б. С. Ринкевичюса. – М.: Издательство МЭИ, 2003 – 516 с.

© С. А. Ефимов, 2022