

*Ю. В. Перепечко<sup>1</sup>✉, В. Н. Доровский<sup>1</sup>*

## **Разрушение насыщенной жидкостью горной породы**

<sup>1</sup>Институт геологии и минералогии им. В. С. Соболева СО РАН,  
г. Новосибирск, Российская Федерация  
e-mail: yuri@perep.ru

**Аннотация.** Представлена нелокальная теория разрушения насыщенной пористой среды. Уравнения термодинамически согласованной модели деформации пористой среды, основанной на Максвелловском представлении о релаксационном характере неупругих деформаций, получены в рамках метода законов сохранения. В модели, помимо классических параметров, таких как тензоры напряжений и деформаций, вводится дополнительный параметр состояния, посредством которого учитывается нелокальность деформаций. Дополнительный параметр представляет собой тензор кривизны, выраженный через метрический тензор деформаций, и называется параметром разрушения. Изучены термодинамические свойства модели и сформулированы управляющие дифференциальные уравнения для пространственно-нелокальной модели, которые включают уравнение упругости и параболическое уравнение для параметра разрушения. Модель может быть применена к изучению проблемы разрушения горных пород. В качестве примера численно исследована одномерная задача о деформации конечного слоя, нагруженного нормальным поверхностным напряжением. Численный алгоритм основан на методе Рунге - Кутты третьего порядка по времени. Аппроксимация по пространству использует WENO реконструкцию для гиперболической части уравнений и конечно-разностную аппроксимацию для остальных производных. Показано формирование периодических зон деструкции насыщенных жидкостью пористых пород с характерным пространственным масштабом. Установлена зависимость характерного масштаба разрушения от пористости породы, а также от давления в поровой жидкости.

**Ключевые слова:** насыщенная пористая среда, пластические деформации, нелокальная теория упругости

*Yu. V. Perepechko<sup>1</sup>✉, V. N. Dorovsky<sup>1</sup>*

## **Destruction of rocks saturated with liquid**

<sup>1</sup>V. S. Sobolev Institute of Geology and Mineralogy SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation  
e-mail: yuri@perep.ru

**Abstract.** A nonlocal theory of destruction of a saturated porous medium is presented. The equations of a thermodynamically consistent model of porous medium deformation, based on the Maxwellian concept of the relaxation nature of inelastic deformations, are obtained within the framework of the method of conservation laws. In addition to classical parameters such as stress and strain tensors, the model introduces an additional state parameter that takes into account the nonlocality of deformations. This additional parameter is the curvature tensor expressed through the metric strain tensor and is called the destruction parameter. The thermodynamic properties of the model are studied, and governing differential equations for the spatially nonlocal model are formulated, which include the elasticity equation and a parabolic equation for the fracture parameter. The model can be applied to the study of rock fracture. As an example, a one-dimensional problem of the deformation of a finite layer loaded with normal surface stress is numerically investigated. The numerical algorithm is based

on the third-order Runge-Kutta method in time. The spatial approximation uses WENO reconstruction for the hyperbolic part of the equations and finite-difference approximation for the remaining derivatives. The formation of periodic destruction zones in fluid-saturated porous rocks with a characteristic spatial scale is demonstrated. The dependence of the characteristic destruction scale on the rock porosity and the pore fluid pressure is established.

**Keywords:** saturated porous medium, plastic deformations, nonlocal theory of elasticity

### ***Введение***

Термодинамически согласованная модель деформации сплошной среды, основанная на Максвелловском представлении о релаксационном характере неупругих деформаций, была сформулирована в [1] и использована при решении большого числа задач. Обобщение термодинамически согласованной модели для двухскоростных процессов течения сжимаемой жидкости в упругой пористой среде содержится в [2, 3]. В процессе неупругого деформирования пористой матрицы тензор кривизны, порожденный метрическим тензором деформаций, становится ненулевым, то есть среду нельзя перевести в ненапряженное состояние и неупругие деформации выводят поле деформаций напряженного состояния из Евклидова пространства. Развитию данного подхода способствовало открытие процессов зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок [4, 5]. В работе [6] было предложено рассматривать тензор кривизны в качестве параметра состояния среды и исследованы характерные особенности стационарного пространственного распределения деструкции. В результате этого предположения теория становится нелокальной, в уравнениях появляются производные более высокого порядка от метрического тензора деформаций. Как следствие, возникает пространственная периодическая структура, которая может трактоваться как развитие зональной дезинтеграции среды. Идеи неевклидовой модели сплошной среды [6] были развиты в работах [7, 8, 9] для описания деформации внутренней структуры горных пород. В работе [9] были рассмотрены нестационарные режимы дезинтеграции в однородной деформируемой среде и показано, что амплитуды параметра дезинтеграции в нестационарных режимах могут значительно превосходить амплитуды стационарных режимов. В настоящей работе общие идеи нелокальной теории упругости переносятся на пористые насыщенные среды.

### ***Математическая модель***

В прикладных задачах геофизики особый интерес представляет развитие основ теории дезинтеграции в применении к разрушению пористой среды. Представленная ниже математическая модель динамики неупругого деформирования насыщенной жидкостью пористой среды основывается на использовании фундаментальных физических принципов: законов сохранения, втором начале термодинамики для равновесных и неравновесных процессов, групповой инвариантности дифференциальных уравнений. В качестве локальных параметров состояния насыщенной пористой среды рассматриваются: парциальные плотности и скорости пористой матрицы ( $\rho_s$ ,  $\mathbf{u}$ ) и насыщающей жидкости ( $\rho_l$ ,  $\mathbf{v}$ ) соответственно; метрический тензор дефор-

маций  $g_{ik}$  [1–3] и кривизна  $R = g^{ik} R_{ik}$ , порожденная тензором Риччи. Кривизна отождествляется с параметром деструкции. Для случая малых деформаций кривизна приводится к виду  $R = \partial_k \partial_k g_{ll} - \partial_i \partial_k g_{ik}$ . Вместо метрического тензора деформаций  $g_{ik}$  ниже используется тензор деформаций  $\varepsilon_{ij} = (\delta_{ij} - g_{ij})/2$ , так что  $R/2 = \partial_i \partial_k \varepsilon_{ik} - \Delta \varepsilon_{ll}$ .

Локальная термодинамика двухскоростной среды определяется заданием функциональной зависимости внутренней энергии единицы массы  $e_0(\rho, \varepsilon_{ik}, R, w)$ . В случае малых деформаций внутренняя энергия принимает вид, включающий части, как связанные с процессами упругой  $e_e$  и пластической  $e_d$  деформацией, так и с относительным движением фаз

$$e_0 = e_* + e_e + e_d + \frac{1}{2} \frac{\rho_s}{\rho_0} w^2, \quad (1)$$

$$\rho_0 e_e = \frac{1}{2} \lambda \varepsilon_{ll}^2 + \mu \varepsilon_{ik} \varepsilon_{ik} + K \varepsilon_{ll} \delta \rho + \frac{1}{2} (\gamma + K) \frac{\delta \rho^2}{\rho_0^2},$$

$$\rho_0 e_d = \frac{1}{2} c_1 R^2 + c_2 R \varepsilon_{ll} + c_3 R \frac{\delta \rho}{\rho_0}.$$

Здесь переменные с нулевыми индексами относятся к начальному равновесному состоянию,  $\rho = \rho_s + \rho_l$  – плотность двухскоростной среды;  $\mathbf{w} = \mathbf{u} - \mathbf{v}$  – относительная скорость фаз;  $\lambda, \mu, \gamma, K = \lambda + 2\mu$  – упругие модули насыщенной пористой среды;  $c_1, c_2, c_3$  – энергетические коэффициенты;  $e_* = \text{const}$ . Следствием уравнения состояния являются соотношения, определяющие давление  $p$ , тензор напряжений  $\sigma_{ik}$  и параметр деструкции  $\bar{\gamma}$

$$p = K \varepsilon_{ll} + (\gamma + K) \frac{\delta \rho}{\rho_0} + c_3 R, \quad (2)$$

$$\sigma_{ik} = 2\mu \left( \varepsilon_{ik} - \frac{1}{3} \varepsilon_{ll} \delta_{ik} \right) - \gamma \frac{\delta \rho}{\rho_0} \delta_{ik} + c_1 c_4 R \delta_{ik}. \quad (3)$$

$$\bar{\gamma} = c_1 R + c_2 \varepsilon_{ll} + c_3 \delta \rho / \rho_0, \quad (4)$$

Уравнения движения двухскоростной среды с учетом параметра деструкции в приближении малых деформаций имеют вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_s \partial_x u_x + \rho_l \partial_x v_x = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial t} - \partial_x u_x = -\bar{\varphi}_{xx}, \quad \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial t} = -\bar{\varphi}_{yy}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} - \frac{1}{\rho_s} \partial_x \sigma_{xx} - \frac{\rho_l}{\rho_s \rho_0} \partial_x p = -\frac{\rho_l}{\rho_s} b w_x, \quad (7)$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + \frac{1}{\rho_0} \partial_x p = b w_x, \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{\gamma}}{\partial t} - c_2 \partial_x u_x + c_3 \partial_x v_x = -2c_1 \partial_x^2 \bar{\varphi}_{xx}, \quad (9)$$

Здесь  $\rho_s = \rho_* \sqrt{\det(1 - 2\varepsilon_{ik})}$ ;  $\bar{\varphi}_{xx} = \frac{4}{3} \xi (\mu (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) + \partial_{xx}^2 \bar{\gamma})$  – источник пластических деформаций,  $\xi$  – пластический модуль;  $b = \frac{\eta}{\rho k}$  – коэффициент межфазного трения Дарси,  $k$  – пористость. Давление (2) и компоненты тензора напряжений (3) принимают вид

$$p = \left( K - \frac{c_2 c_3}{c_1} \right) \varepsilon_{ll} + \left( \gamma + K - \frac{c_3^2}{c_1} \right) \frac{\delta \rho}{\rho_0} + \frac{c_3}{c_1} \bar{\gamma} \quad (10)$$

$$\sigma_{xx} = 2\mu \varepsilon_{xx} - \left( \frac{2}{3} \mu + c_2 c_4 \right) \varepsilon_{ll} - (\gamma + c_3 c_4) \frac{\delta \rho}{\rho_0} + c_4 \bar{\gamma}, \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}_{xx} = \frac{4}{3} \mu (\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}), \quad \bar{\sigma}_{yy} = -\frac{1}{2} \bar{\sigma}_{xx}, \quad (12)$$

где  $c_4 = (c_2 - c_3)/c_1$ .

Численный алгоритм решения системы (5)–(12) основан на методе Рунге - Кутты третьего порядка точности по времени [10]. Аппроксимация по пространству использует WENO реконструкцию для переменных, входящих в потоки гиперболической части уравнений [11], а для остальных производных используется стандартная разностная аппроксимация.

### Результаты

Для описания деформированного состояния среды в процессе нагружения рассматривается нестационарная одномерная задача: однородный слой конечной толщины  $x \in [X_1, X_2]$ . В вертикальном направлении слой неограничен. На границах слоя предполагается  $\bar{\gamma} = 0$  и  $\partial \bar{\gamma} / \partial x = 0$ . Напряжение на левой и правой

границах задано как функция времени  $\sigma_{xx} = -P(t)$ ,  $\frac{\rho_l^{ph}}{\rho_0} p = P(t)$ . Для случая, когда на жидкость и матрицу действуют различные внешние силы, задаются условия:  $\sigma_{xx} = -P_1(t)$ ,  $\frac{\rho_l^{ph}}{\rho_0} p = P_2(t)$ . Такие граничные условия характеризуются параметром  $Q = P_2/P_1$ . Здесь  $P(t)$ ,  $P_1(t)$ ,  $P_2(t)$  – произвольные функции времени. Физическая плотность насыщающей жидкости  $\rho_l^{ph}$  связана с парциальной плотностью  $\rho_l$  соотношением  $\rho_l = \phi \rho_l^{ph}$ ,  $\phi$  – пористость.

На простой модели, описывающей деформацию упругого слоя под действием внешних напряжений, показано сильное влияние на характерный масштаб разрушения внешних напряжений, прикладываемых к упругой матрице и к заполняющей ее жидкости. Такая ситуация возникает, например, при взаимодействии резца с горной насыщеннй жидкостью породой. На рис. 1, 2 показаны результаты сравнения эффекта деструкции в сплошных и пористых средах с подобными физическими параметрами. Рис. 1 представляет зависимость поперечных напряжений  $\sigma_{yy}$  от пространственной координаты вглубь слоя (ось  $L$ ). Координаты максимальных значений определяют масштаб разрушения. Внешнее воздействие к матрице и жидкости прикладывается независимо в соотношении  $Q$ . Непосредственно можно наблюдать зависимость характерного масштаба разрушения (координата максимального значения напряжения) от соотношения  $Q$ . Рис. 2 представляет зависимость кривизны  $R$  от пространственной координаты вглубь слоя. Графики кривизны и напряжения представлены в момент времени 294 мкс.

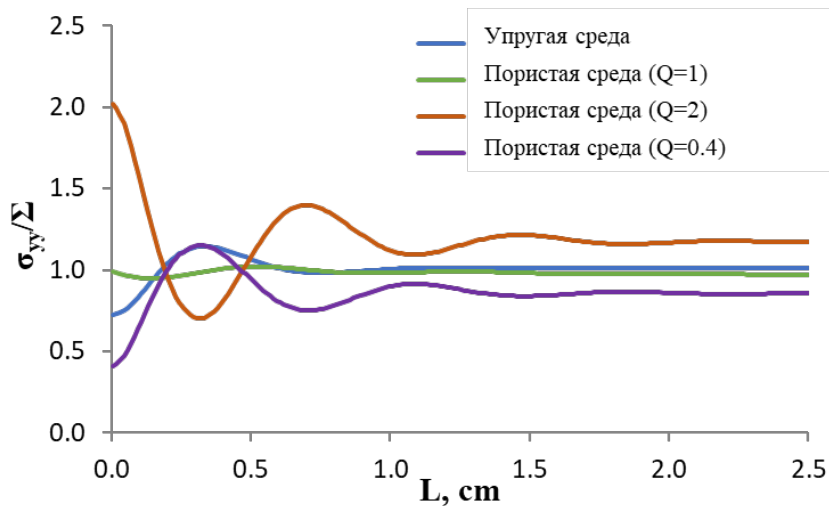


**Рис. 1.** Напряжения, определяющие масштаб разрушения сплошного и пористых образцов для различных  $Q$

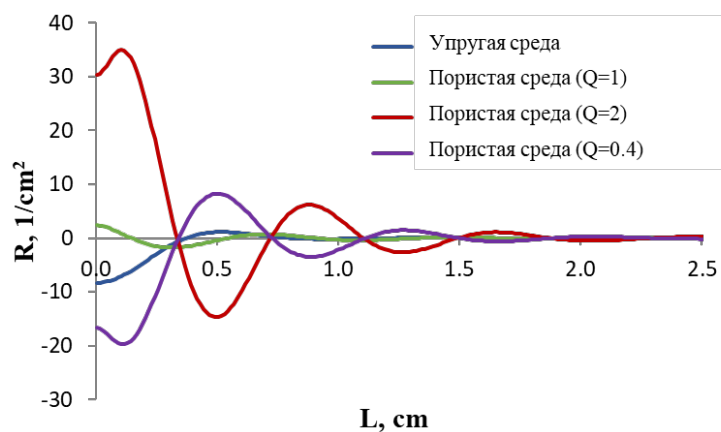


**Рис. 2.** Кривизна сплошного и пористых образцов для заданного  $Q$

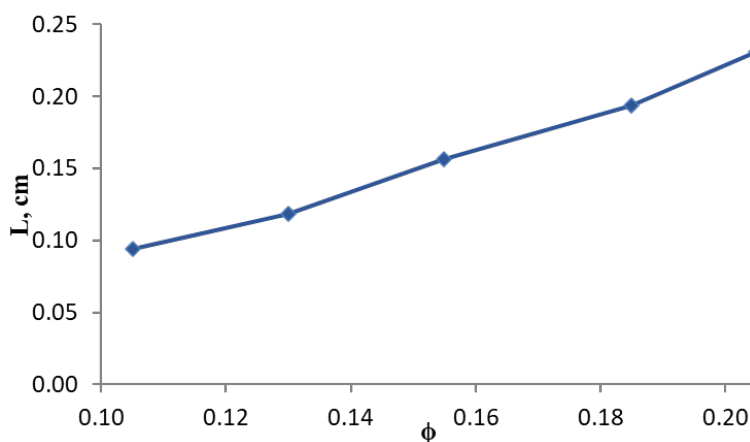


**Рис. 3.** Характерное расстояние до первой области деструкции в зависимости от пористости.

Расчеты показывают наличие периодической пространственной структуры поперечных напряжений, возникающих в слое при внешних нагрузках на пористую матрицу и жидкость, заполняющую поры. Характерное расстояние для первой области деструкции увеличивается с ростом пористости. Результаты расчетов (рис. 3) демонстрируют сильную зависимость процесса деструкции от параметров пористой среды. Зависимость от проницаемости является достаточно слабой для больших проницаемостей и становится заметной для проницаемостей ниже 100 мД: характерное масштаб для первой области деструкции слабо растет с уменьшением проницаемости. Управлять величиной эффекта можно за счет вариации различной степени внешнего воздействия на фазы насыщенной пористой среды. Важно отметить, что для достижения более высоких значений напряжений в области деструкции необходимо создавать большее различие в давлении на отдельные фазы. Характерный масштаб разрушения можно увеличить, увеличивая давление на насыщающую жидкость. Анализ поведения этих параметров позволит понять поведение кривизны, а значит предсказать характер деструкции.

## ***Заключение***

В настоящей работе общие идеи нелокальной теории упругости применяются для построения нелокальной теории деформации насыщенной жидкостью пористой среды. Метод законов сохранения позволяет получить термодинамически согласованные дифференциальные уравнения модели деструкции пористой среды. В развитой модели помимо тензоров напряжений и деформаций вводится тензор кривизны, посредством которого учитывается нелокальность деформаций. Кривизна может быть связана с параметром разрушения. Численный алгоритм решения уравнений основан на методе Рунге - Кутты третьего порядка по времени и WENO реконструкции для аппроксимации по пространству. Производные высших порядков аппроксимируются конечными разностями. Численно исследована одномерная задача о деформации конечного слоя, нагруженного нормальным поверхностным напряжением. Показано формирование периодических зон деструкции насыщенных жидкостью пористых пород с характерным пространственным масштабом. Показано, что характерный масштаб разрушения зависит от пористости породы, а также от давления в поровой жидкости. Модель может быть применена к изучению проблемы разрушения горных пород.

## ***Благодарности***

Работа выполнена по государственному заданию ИГМ СО РАН №122041400237-8 при финансовой поддержке Министерства науки и образования Российской Федерации.

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Годунов С. К., Роменский Е. И. Элементы механики сплошных сред и законы сохранения. – Новосибирск: Научная книга. 1998. – 280 с.
2. Dorovsky V. N. Mathematical Models of Two-Velocity Media. I // Mathl. Comput. Modelling. –1995– V. 21. - No. 7. – P.17–28.
3. Dorovsky V. N., Perepechko Yu. V. Mathematical Models of Two-Velocity Media. II // Mathl. Comput. Modelling. –1996. – V. 24. – No.10. – P. 69–80.
4. Шемякин Е. И., Фисенко Г. Л., Курленя М. В., Опарин В. Н., Рева В. Н., Глушихин Ф. П., Розенбаум М. А., Тропп З. А. Зональное разрушение горных пород вокруг шахт. Часть 1. Данные полевых исследований // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. –1986. – № 3. – С. 3–15.
5. Tan Y. L., Ning J. G., Li H. T. In situ explorations on zonal disintegration of roof strata in deep coal mines // Intern. J. of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2012– V. 49. – No. 1. – P. 113–124.
6. Гузев М. А., Парошин А. А. Неевклидова модель зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземной выработки // Прикладная механика и техническая физика. – 2001. – Т. 42. – № 1. – С. 147–156.
7. Циху Ц., Чжу К., Кси Е. Влияние горизонтальных напряжений на явление зональной дезинтеграции горных пород в массиве с выработкой круглого сечения // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. –2012. – № 2. – С. 88–97.
8. Zhou X. P., Shou Y. D. Excavation induced zonal disintegration of the surrounding rock around a deep circular tunnel considering unloading effect // Intern. J. of Rock Mechanics & Mining Sciences. – 2013. – V. 64. – P. 246–257.

9. Dorovsky V., Romensky E., Sinev A. Spatially non-local model of inelastic deformations: applications for rock failure problem // Geophysical prospecting. – 2015 – V. 63. – No. 5. – P.1198–1212.

10. Доровский В. Н., Роменский Е. И., Федоров А. И., Перепечко Ю. В. Резонансный метод измерения проницаемости горных пород // Геология и геофизика. – 2011. – Т. 52. – № 8. – С. 950–961.

11. Shu C.W. Essentially non-oscillatory and weighted essentially non-oscillatory schemes for hyperbolic conservation laws // NASA/CR-97-206253. ICASE Report, 1997. – P. 97–65.

© Ю. В. Перепечко, В. Н. Доровский, 2026