

В. В. Карстен¹✉

Итерационное определение наклона отражающей границы по данным ВСП

¹Институт нефтегазовой геологии и геофизики им А. А. Трофимука СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация
e-mail: karstenvv@ipgg.sbras.ru

Аннотация Обоснована сходимость итерационного алгоритма уточнения углов наклона отражающих границ по данным ВСП при построении изображения с контролем угла отражателя. На каждом шаге методом простой итерации угол, определяемый по изображению, задаётся в качестве значения для построения изображения на следующем шаге. Критерием остановки является совпадение заданного и полученного угла. Выбор одного из двух эквивалентных решений определяется начальным приближением. Тестирование на синтетической 5-слойной модели показало работоспособность алгоритма.

Ключевые слова: непродольное ВСП, сейсмическое изображение

V. V. Karsten¹✉

Iterative reflector dip angle resolving from offset VSP data

¹Trofimuk Institute for Petroleum Geology and Geophysics SB RAS,
Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: karstenvv@ipgg.sbras.ru

Abstract. Convergence is established for the iterative algorithm for adjusting the reflector dip angle from VSP data using the imaging algorithm with controlled dip angle. On each simple iteration step, the angle, determined from the image, is specified for imaging on the next iteration. The stopping criterion is coincidence of the settled and the determined angles. Selection of one of the two equivalent solutions is determined by the initial estimate. Testing with synthetic 5-layer model demonstrated the algorithm operability.

Keywords: offset VSP, seismic imaging

Введение

Построение изображения околоскважинного пространства остаётся одной из важных задач ВСП с выносными источниками [5]. При решении этой задачи в условиях наблюдений на суше, когда число источников ограничено, применение разработанных для метода ОГТ миграционных преобразований даёт весьма интенсивные артефакты, связанные с размытием энергии по эллипсам равных времен [1;6].

Для устранения таких артефактов в алгоритме, разработанном в ИНГГ СО РАН и реализованном в обрабатывающей системе ВСП, производится ограничение апертуры суммирования путём задания диапазона допустимых углов наклона отражающих элементов [1]. При уменьшении этого диапазона до отказа от суммирования, эта

процедура сводится к взаимно-однозначному отображению разреза околоскважинного пространства на сейсмограмму ВСП.

Изображение в этом алгоритме строится последовательно во всех точках двумерной сетки, и в каждом узле сетки задаётся значение угла наклона отражателя. Построение изображения включает в себя трассировку луча через горизонтально-слоистую скоростную модель до точки отражения методом пристрелки [3], отражение, соответствующее отражению от наклонной границы с нормалью, лежащей в заданном ограниченном диапазоне, и трассировку отражённого луча. Такой алгоритм уже в течение многих лет используется в ИНГГ при обработке полевых данных ВСП.

Поскольку при отсутствии суммирования существует взаимно-однозначное соответствие разреза околоскважинного пространства и сейсмограммы ВСП, можно предположить, что получится совместить построение изображения с уточнением скоростной модели, а именно, поставить задачу определить наклон отражающей границы по данным ВСП. Однако, проведённый анализ алгоритма построения изображения [2] показывает, что решение задачи определения наклона неоднозначно: для каждого наклона отражающей границы всегда существует другой наклон, при котором годографы отражённой волны совпадают, и эти два наклона при построении изображения не различимы. Целью настоящей работы является разработка способа определения наклона границы с учётом этой неоднозначности.

Анализ алгоритма построения изображения

Для анализа алгоритма рассмотрим ту же, что и в предыдущей работе [2], модель с одной наклонной границей, в которой проведены наблюдения ВСП с выносным источником в вертикальной скважине (рис. 1).

Начало координат находится на устье скважины, ось x направлена на ПВ, ось z вниз. По анализу падающих волн определена глубина границы в скважине z_0 и установлена однородность вышележащего слоя со скоростью v . Удаление источника составляет x_s , глубина приёмника z_g лежит в интервале от нуля до глубины границы. Наклон границы α отсчитывается от горизонтали по часовой стрелке.

В системе координат, в которой ось x' параллельна границе, источник имеет координаты $x'_s = x_s \cos \alpha$ и $z'_s = -x_s \sin \alpha$, приёмник координаты $x'_g = z_g \sin \alpha$ и $z'_g = z_g \cos \alpha$, а граница горизонтальна и имеет глубину $z'_0 = z_0 \cos \alpha$.

Время пробега t отражённой волны в исходной системе координат тогда составляет

$$v^2 t^2 = \left((2z_0 - z_g) \cos \alpha + x_s \sin \alpha \right)^2 + \left(x_s \cos \alpha - z_g \sin \alpha \right)^2. \quad (4)$$

После преобразований это время можно записать как

$$v^2 t^2 = x_s^2 + z_0^2 + (z_0 - z_g)^2 + 2(z_0 - z_g)(z_0 \cos 2\alpha + x_s \sin 2\alpha). \quad (5)$$

Следует отметить, что эта формула приведена в предыдущей работе [2] с ошибкой. Критический угол наклона α^* характеризуется тем, что мнимый источник расположен точно под скважиной, то есть имеет x -координату 0. Это означает, что

$$\cos 2\alpha^* = \frac{z_0}{\sqrt{x_s^2 + z_0^2}}; \quad \sin 2\alpha^* = \frac{x_s}{\sqrt{x_s^2 + z_0^2}}. \quad (6)$$

С учётом этого можно записать:

$$v^2 t^2 = x_s^2 + z_0^2 + (z_0 - z_g)^2 + 2(z_0 - z_g)\sqrt{x_s^2 + z_0^2} \cos(2\alpha - 2\alpha^*). \quad (7)$$

Выражение (5) показывает, что время отражённой волны при любом угле наклона отражающей границы будет монотонно возрастать при увеличении её глубины. Формула (7) демонстрирует, что при двух наклонах, составляющих равные по величине и противоположные по знаку разности с критическим углом, времена в любой точке приёма будут равны. Эти наклоны составляют взаимно сопряжённую пару α и $\bar{\alpha}$.

Точка отражения будет удалена от скважины вдоль по границе на расстояние

$$l = (z_0 - z_g) \frac{\sin(2\alpha^* - 2\alpha) \sqrt{x_s^2 + z_0^2}}{x_s \sin \alpha + (2z_0 - z_g) \cos \alpha}. \quad (8)$$

Координаты точки отражения будут

$$x = l \cos \alpha; \quad z = z_0 + l \sin \alpha. \quad (9)$$

Формула (8) показывает, что изображение будет строиться между скважиной и источником, если угол наклона границы меньше критического, и с другой стороны скважины, если угол больше критического. При приближении угла к критическому размер изображения будет уменьшаться до нуля.

Анализ алгоритма определения угла наклона

Теперь пусть при существующем угле наклона отражающей границы α изображение строится при другом угле $\hat{\alpha}$. В соответствии с формулой (5) время отражённой волны должно при угле $\hat{\alpha}$ быть больше истинного, если он лежит между истинным и сопряжённым углами, и меньше истинного в противном случае. Но время отражения задано на сейсмограмме и фиксировано. Значит, отражение будет строиться с некоторой кажущейся глубиной отражающей границы $\hat{z}_0$, которая будет, в соответствии с (5) и (7) меньше истинной z_0 , когда угол $\hat{\alpha}$ лежит между истинным и сопряжённым углами, и больше истинной в противном случае. При приближении заданного угла к истинному или к сопряжённому кажущаяся глубина будет приближаться к истинной. Эту глубину можно найти, обратив формулу (4):

$$\hat{z}_0 = \frac{\sqrt{v^2 t^2 - (z_g \sin \hat{\alpha} - x_s \cos \hat{\alpha})^2} + (z_g \cos \hat{\alpha} - x_s \sin \hat{\alpha})}{2 \cos \hat{\alpha}}. \quad (10)$$

В соответствии с этим, будет получена кажущаяся оценка критического угла как $\hat{\alpha}^* = \frac{1}{2} \arctg \frac{x_s}{\hat{z}_0}$. Эта оценка будет больше истинного значения, когда заданный угол лежит между истинным и сопряжённым, и меньше истинного в противном случае. При приближении угла к заданному или сопряжённому, оценка критического угла приближается к истинному значению.

Точка построенного изображения при этом будет удалена от скважины вдоль границы на расстояние

$$\hat{l} = (\hat{z}_0 - z_g) \frac{\sin(2\hat{\alpha}^* - 2\hat{\alpha}) \sqrt{x_s^2 + \hat{z}_0^2}}{x_s \sin \hat{\alpha} + (2\hat{z}_0 - z_g) \cos \hat{\alpha}}. \quad (11)$$

Координаты точки отражения будут

$$\hat{x} = \hat{l} \cos \hat{\alpha}; \quad \hat{z} = \hat{z}_0 + \hat{l} \sin \hat{\alpha}. \quad (12)$$

Согласно формуле (12), изображение в этом случае, независимо от истинного угла наклона границы, будет построено в сторону, определяемую заданным углом: если этот заданный угол меньше оценки критического, в сторону источника, если больше – в противоположную.

Точки отражения при всех возможных углах $\hat{\alpha}$ лежат на эллипсе с фокусами в точках источника и приёмника и касающегося истинной границы в точке истинного отражения (рис.1). В системе координат $x'z'$ истинная точка отражения будет лежать на горизонтальной касательной к эллипсу, и все возможные точки отражения будут находиться выше неё.

Таким образом, угол наклона границы на построенном изображении, определяемый как $\hat{\alpha}_1 = \arctg \frac{\hat{z} - z_0}{\hat{x}}$, будет:

– Если заданный угол $\hat{\alpha}$ лежит между истинным и сопряжённым, оценка $\hat{z}_0$ будет меньше истинной. Если заданный угол меньше критического, изображение строится в сторону источника, и найденный угол будет меньше заданного, а поскольку найденная точка отражения лежит выше истинной границы, найденный угол будет также меньше истинного. Если же заданный угол больше критического, изображение строится за скважиной, и найденный угол будет больше и заданного и сопряжённого истинному.

– Если же заданный угол $\hat{\alpha}$ меньше истинного, оценка $\hat{z}_0$ будет больше истинной. Изображение строится в сторону источника, и найденный угол будет, соответственно, больше заданного, и поскольку найденная точка отражения лежит выше истинной границы, – меньше истинного.

– Если заданный угол больше сопряжённого, оценка $\hat{z}_0$ также будет больше истинной, но изображение строится за скважиной, и найденный угол будет меньше заданного, но больше сопряжённого.

Значит, ни при каких значениях заданного угла $\hat{\alpha}$ невозможно получить изображение с углом в интервале между истинным и сопряжённым. Вне этого интервала отображение заданного угла в новый – сжимающее: новое значение всегда больше (на обратной ветви меньше) заданного, но меньше предела, равного истинному значению (на обратной ветви больше предела, равного сопряжённому значению). Это иллюстрирует расчёт угла полученного изображения (рис. 2) при глубине границы z_0 3 км, выносе источника x_s 1 км и глубине приёмника z_g 2 км. Критический угол при этом составляет $\alpha^* \approx 9,22^\circ$. Истинный угол наклона $\alpha = 5^\circ$, сопряжённый ему $\bar{\alpha} \approx 13.43^\circ$.

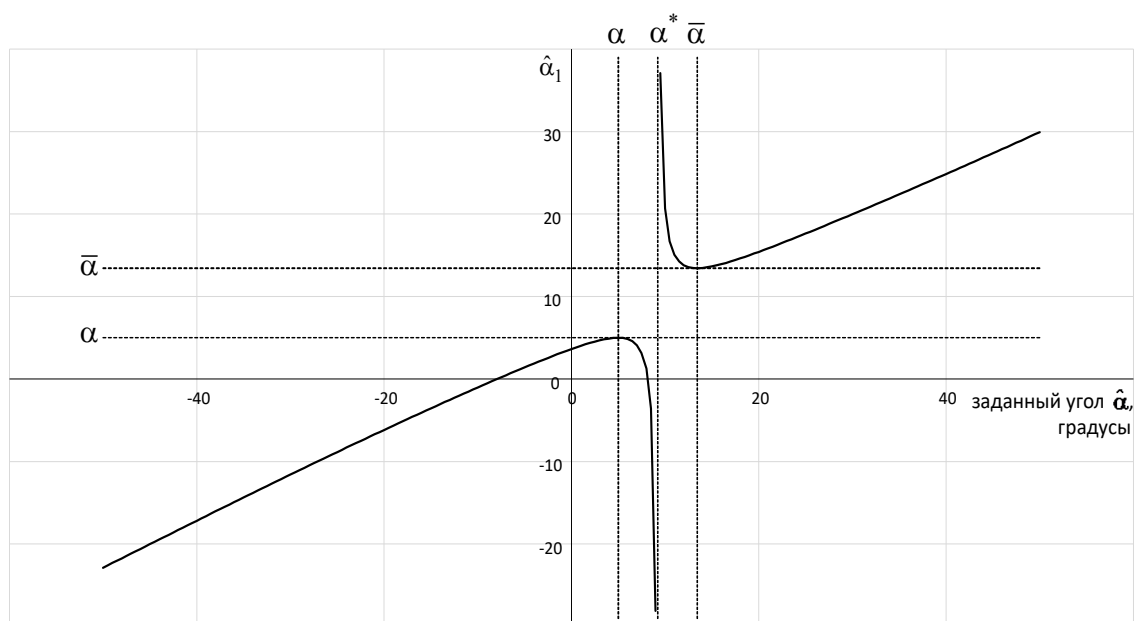


Рис. 2. Угол наклона построенной на изображении границы в зависимости от заданного угла наклона. Отмечены истинный, сопряженный и критический углы.

Это позволяет реализовать процесс уточнения угла наклона границы методом простой итерации, задавая угол, определённый по построенному изображению, для построения на следующем шаге. Критерием остановки будет совпадение заданного и полученного углов. Сжимающее отображение обеспечивает сходимость процесса. Если начальное приближение будет вне сжимающей области, первый шаг приведёт в эту область. Вообще же, начальное приближение определяет, будет ли процесс сходиться к истинному или сопряжённому решению.

Тестирование на данных численного моделирования

Для тестирования такого подхода в модели, приведённой в таблице 1, лучевым методом [4] было рассчитано поле отражённых продольных волн от источника с выносом 600 м. В начальном приближении все углы были заданы нулевыми, и получено изображение (рис. 3а), где границы отклоняются от истинного положения.

Таблица 1. Модель для тестирования итерационного алгоритма.

глубина, м	305	605	1005	1705	2305
скорость, м/с	2000	2500	3000	3500	4000
угол наклона, градусы	0	0	-10	+5	0
критический угол, градусы	31,5	22,4	15,4	9,7	7,3

Для построения изображения на каждом шаге использовался быстрый алгоритм, проводящий лучевое трассирование в горизонтально-слоистой среде, что привело к погрешностям изображения. Несмотря на это, после четырёх итераций процесс уточнения углов сошёлся к заданным в модели значениям с точностью $0,15^\circ$, и получено изображение (рис. 3б) с более корректным изображением границ.

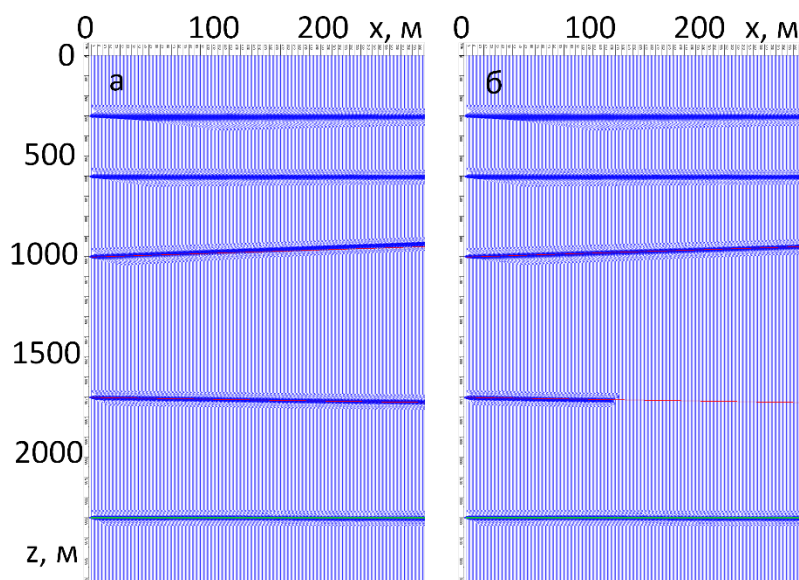


Рис. 3. Изображение а) в начальном приближении углов, б) после итерационного уточнения. Красными линиями нанесено модельное положение границ.

Заключение

Таким образом, обоснован итерационный алгоритм уточнения углов наклона отражающих границ по данным ВСП при построении изображения с контролем угла отражателя. На каждом шаге методом простой итерации угол, определяемый по изображению, задаётся в качестве значения для построения изображения на следующем шаге. Критерием остановки является совпадение заданного и полученного угла. В зависимости от начального приближения, алгоритм всегда сходится либо к истинному углу наклона границы, либо к сопряжённому ему. Тестирование на синтетической 5-слойной модели показало работоспособность алгоритма несмотря на погрешности построения изображения, связанные с неточной трассировкой лучей при итерациях.

Благодарности

Работа выполнена в рамках проекта ФНИ FWZZ-2026-0050.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Карстен В.В., Черноиванов А.И. Построение изображения по данным ВСП путём Кирхгофской миграции с контролем угла отражателя. // Карстен В.В., Черноиванов А.И. –

Материалы международной конференции геофизиков и геологов “К эффективности через сотрудничество”, г. Тюмень. – 2007.

2. Карстен В.В. Быстрое решение двухточечной задачи для горизонтально-слоистой среды / Карстен В.В. Интерэкспо ГЕО-Сибирь: XV Международный научный конгресс: Сборник материалов в 9 т. – СГУГиТ – Новосибирск – т. 2 – № 3 – с. 131–134 – 2019.

3. Карстен В.В. Неоднозначности при определении наклона отражающих границ по данным непродольного ВСП / Карстен В.В. Интерэкспо ГЕО-Сибирь: XXI Международный научный конгресс: Сборник материалов в 8 т. – СГУГиТ – Новосибирск – т. 2 – с. 215–220 – 2025.

4. Оболенцева И.Р., Гречка В.Ю. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы). – Новосибирск: ИГиГ СО АН СССР, 1989. – 225 с.

5. Шехтман Г.А. Вертикальное сейсмическое профилирование / Шехтман Г.А. – М: EAGE Геомодель, 2017. – 286 с.

6. Grech M.G.K. Integrated prestack depth migration of vertical seismic profile and surface seismic data from the Rocky Mountain Foothills of southern Alberta, Canada / M.G.K.Grech, D.C.Lawton, S.Cheadle – Geophysics, 2003, v.68 – p1782–1791.

© В. В. Карстен, 2026