

А. Ю. Бурковский^{1,3✉}, В. В. Карстен^{2,3}

Исследование пятимерной целевой функции квадратичного уклонения коэффициентов отражения плоской продольной волны на границе изотропного и трансверсально-изотропного полупространства с вертикальной осью симметрии

¹Институт математики имени С.Л. Соболева СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

²Институт нефтегазовой геологии и геофизики имени А.А. Трофимука Сибирского
отделения РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

³Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный
университет», г. Новосибирск, Российская Федерация
e-mail: burkovskii2001@mail.ru

Аннотация. Применение хорошо зарекомендовавшего себя для изотропных геологических сред метода амплитудных вариаций отражений (AVO) для восстановления параметров трансверсально-изотропной среды (VTI-среды), соответствующей в частности слоистым коллекторам углеводородов, требует не только наличия точного решения системы уравнений на нахождение коэффициентов отражения, но и глубокого понимания структуры и поведения пятимерной целевой функции. Целью настоящей работы являлось изучение структуры и поведения пятимерной целевой функции квадратичного уклонения коэффициентов отражения плоской продольной волны на границе изотропного и трансверсально-изотропного полупространства с вертикальной осью симметрии. Для достижения поставленной цели была осуществлена серия численных экспериментов по восстановлению упругих параметров нижележащего VTI-полупространства и проведен детальный анализ зависимости результатов минимизации от начального приближения искомых параметров и структуры попарных сечений функционала. В результате серии численных экспериментов обнаружена устойчивая зависимость результатов многомерной минимизации от начального приближения и прежде всего от параметра ϵ . В соответствии с унимодальной эллиптической структурой большинства возможных сечений пятимерной целевой функции при наложении шума в исходные коэффициенты отражения величиной вплоть до 10% найденные в результате двумерной минимизации значения были сосредоточены в окрестности модельного значения (в том числе в сечении ϵ , V_{P02}). Наибольший интерес представляет сечение δ , V_{S02} , резко отличающееся от всех прочих наличием овражной структуры и локального минимума, что приводит к существенному ухудшению результатов двумерной минимизации по δ , V_{S02} , относительно прочих пар параметров. Поскольку данное сечение является частью пятимерной целевой функции, и поскольку в результате пятимерной минимизации параметр δ определяется равным своему начальному приближению, восстановление параметров анизотропной VTI-среды не представляется возможным без глубокого понимания структуры пятимерного пространства решений и оценки чувствительности целевой функции к вариациям параметров анизотропной среды.

Ключевые слова: VTI, AVO, метод Нелдера-Мида, сейсморазведка

The study of the five-dimensional objective function of the standard deviation of the reflection coefficients of a plane longitudinal wave at the boundary of an isotropic and transversely isotropic half-space with a vertical axis of symmetry

¹Sobolev Institute of Mathematics of the Siberian Branch of the RAS,
Novosibirsk, Russian Federation

²The Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

³Novosibirsk National Research State University, Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: burkovskii2001@mail.ru

Abstract. The usage of the Amplitude Versus Offset method (AVO), which has proven itself well for isotropic geological media, to restore the parameters of a transversely isotropic medium (VTI medium), corresponding in particular to layered hydrocarbon reservoirs, requires not only an accurate solution to a system of equations for finding reflection coefficients, but also a deep understanding of the structure and behavior of a five-dimensional objective function. The purpose of this work was to study the structure and behavior of the five-dimensional objective function of the quadratic deviation of the reflection coefficients of a plane longitudinal wave at the boundary of an isotropic and transversely isotropic half-space with a vertical axis of symmetry. To achieve this goal, a series of numerical experiments were carried out to restore the elastic parameters of the underlying VTI half-space and a detailed analysis of the dependence of the minimization results on the initial approximation of the desired parameters and the structure of the pairwise sections of the functional was carried out. As a result of a series of numerical experiments, a stable dependence of the results of multidimensional minimization on the initial approximation and, above all, on the parameter ε was found. In accordance with the unimodal elliptical structure of most possible cross-sections of the five-dimensional objective function, when noise was applied to the initial reflection coefficients of up to 10%, the values found as a result of two-dimensional minimization were concentrated in the vicinity of the model value (including in the section ε , V_{p02}). Of greatest interest is the section δ , V_{s02} , which differs sharply from all others by the presence of a gully structure and a local minimum, which leads to a significant deterioration in the results of two-dimensional minimization in δ , V_{s02} , relative to other pairs of parameters. Since this cross-section is part of a five-dimensional objective function, and since, as a result of five-dimensional minimization, the parameter δ is determined to be equal to its initial approximation, it is not possible to restore the parameters of the anisotropic VTI medium without a deep understanding of the structure of the five-dimensional solution space and an assessment of the sensitivity of the objective function to variations in the parameters of the anisotropic medium.

Keywords: VTI, AVO, Nelder-Mead method, seismic exploration

Введение

Восстановление упругих параметров анизотропных сред анизотропных сред представляется актуальной и востребованной задачей в связи с наличием различных типов анизотропии в слоистых и трещиноватых коллекторах углеводородов. Для изотропных геологических сред хорошо зарекомендовал себя метод амплитудных вариаций отражений (AVO), основанный на исследовании зависимости амплитуды отраженной волны от угла ее падения-отражения, в значительной степени зависящей от состава пластовых флюидов и может существенно разниться для водо- и газонасыщенных пластов-коллекторов, что используют в поисковых

целях [1]. В случае моделирования распространения в изотропной среде плоской волны амплитуда заменяется на коэффициент отражения, а удаление - на угол падения соответственно [6]. Как показано в работе [8], при наличии в подстилающем слое анизотропии упругих свойств использование приближенных решений системы уравнений на нахождение коэффициентов отражения продольной волны не позволяет восстанавливать как упругие параметры среды (V_{p02} , V_{s02} и ρ_2), так и безразмерные коэффициенты Томсена [9], характеризующие степень анизотропности исследуемого пространства.

Целью настоящей работы являлось исследование структуры и поведения пятимерной целевой функции квадратичного отклонения коэффициентов отражения плоской продольной волны на границе изотропного и трансверсально-изотропного полупространства с вертикальной осью симметрии.

Для достижения поставленной цели была осуществлена серия численных экспериментов по восстановлению упругих параметров нижележащего VTI-полупространства и проведен детальный анализ зависимости результатов минимизации от начального приближения искомых параметров и структуры попарных сечений функционала.

Методы и материалы

Применение уравнений динамической теории упругости к анизотропной VTI-среде позволило получить точную систему линейных алгебраических уравнений по аналогии с представленной ранее для изотропной среды [2,3]. Как показано в работе [7], благодаря использованию векторов рефракции и тривиальному решению для чисто поперечной преломленной волны, можно легко найти два других решения, отвечающих преломленным квазипродольной и квазипоперечной волнам соответственно и построить СЛАУ для нахождения коэффициентов отражения Р-волны [5]:

Для численного эксперимента была задана модель с изотропным верхним и анизотропным нижним слоем (Таблица 1). Были рассчитаны точные коэффициенты отражения продольной волны для 41 приемника с углами падения на границу от 0° до 40° с шагом в 1° . Расчеты производились в ПО «MATLAB».

Таблица 1. Модель для тестирования алгоритма.

	V_{p0} , м/с	V_{s0} , м/с	ρ , кг/м ³	ϵ	δ
Параметры верхнего слоя	2000	1155	2000	0	0
Параметры нижнего слоя	3000	1443	3000	5%	7%
Относительное отклонение начального приближения	33%	20%	33%	5%	7%

Определение параметров производилось минимизацией целевой функции – среднеквадратического отклонения модельных и расчетных коэффициентов отражения продольной волны – по методу Нелдера-Мида. При этом в качестве начального приближения брались параметры верхнего слоя.

Результаты

При минимизации по всем пяти параметрам была выявлена зависимость результата от начального приближения. Для ее анализа были рассмотрены различные комбинации начальных приближений параметров: модельное, значения верхнего слоя, и промежуточное между ними. Анализ показал следующее:

- Параметр δ в результате определяется равным своему начальному приближению.

- Точность определения параметров V_{P02} , V_{S02} и ρ_2 зависит от начального значения параметра ϵ . Ошибка определения этих параметров тем больше, чем больше отклоняется начальное приближение ϵ , и максимально достигает 6% для V_{P02} , и ρ_2 , и 4% для V_{S02} .

- При начальном приближении ϵ , равному модельному значению, ошибка определения V_{P02} , V_{S02} и ρ_2 уменьшается до 2%.

- При задании начального приближения всех параметров равным истинным значениям, они находятся точно.

Для дальнейшего анализа целевой функции был выполнен поиск минимума по двум параметрам при точно заданных остальных, для разных комбинаций параметров. Во всех двумерных сечениях, кроме одного, линии уровня целевой функции имеют вид эллипсов, и такая минимизация позволяла найти определяемые параметры. Даже при наложении шума в исходные коэффициенты отражения величиной до 10% найденные в результате двумерной минимизации значения были сосредоточены в окрестности модельного значения, в том числе для связанных в аппроксимации Рюгера параметров ϵ и V_{P02} (рис. 1). Их распределение соответствует унимодальной эллиптической структуре данного сечения пятимерной целевой функции.

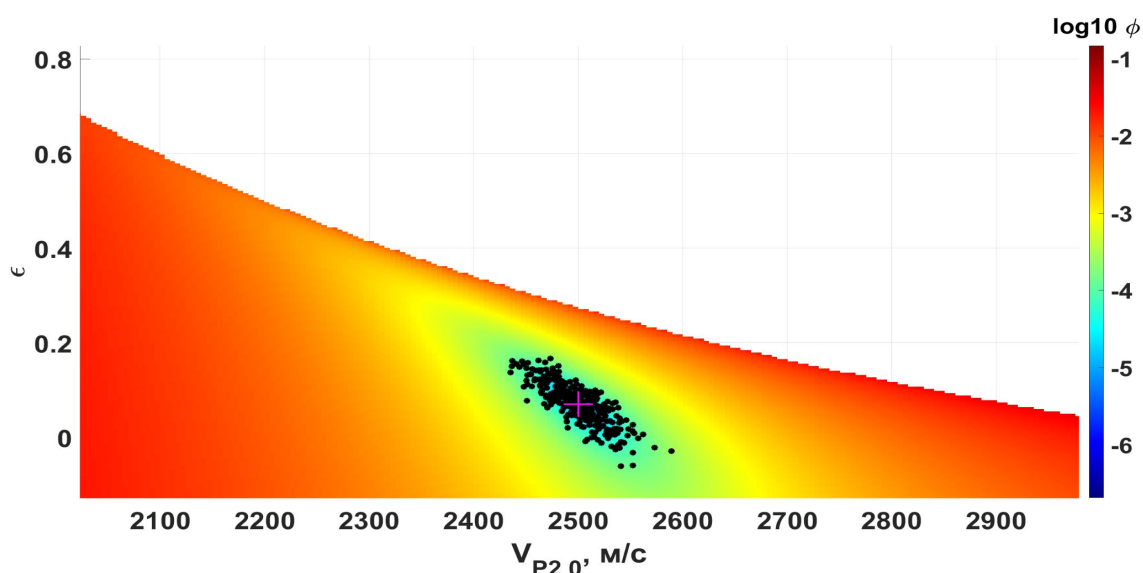


Рис. 1. Результаты 2D-минимизации на карте линий уровня квадратичного уклонения (срез по параметру Томсена ϵ , вертикальной скорости Р-волны V_{P02}), малиновый крест - истинные параметры, черные точки - найденные значения

Однако двумерная минимизация по параметрам δ , V_{S02} (при 10% шуме в исходных данных - коэффициентах отражения) показала, что значения δ , V_{S02} распределены по некоторой овражной структуре целевой функции (рис. 2):

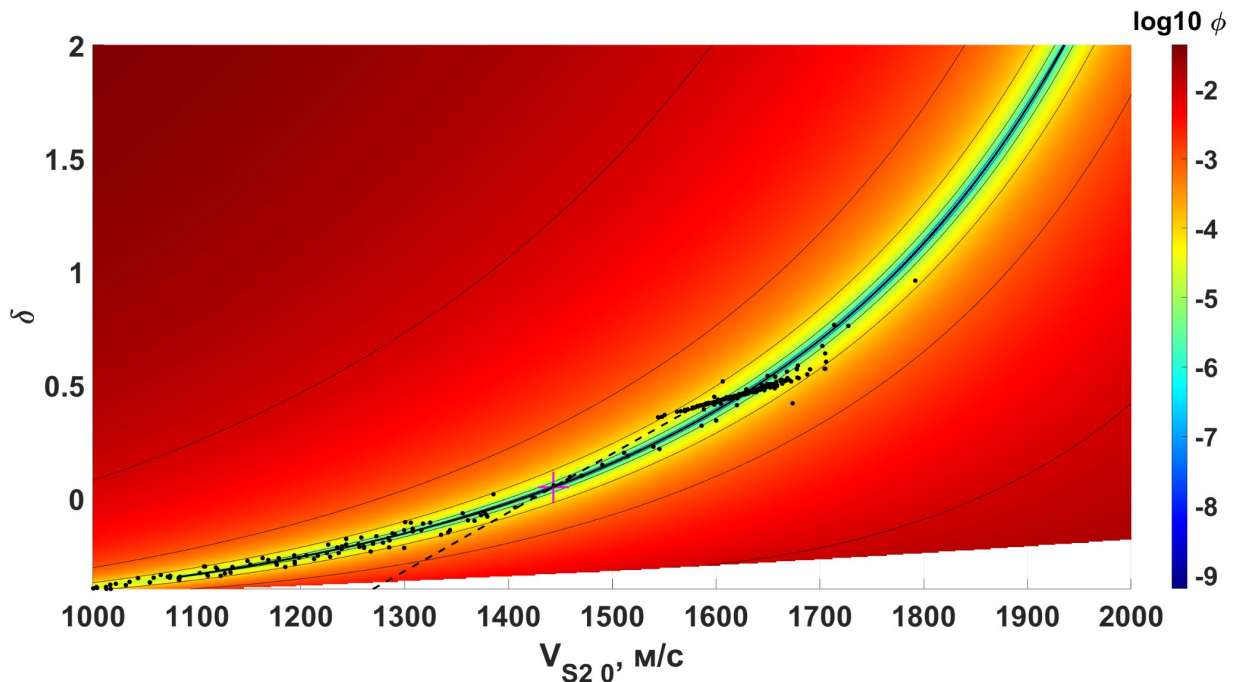


Рис. 2. Результаты 2D-минимизации на карте линий уровня квадратичного уклонения (срез по параметру Томсена δ , вертикальной скорости Р-волны V_{S02}), малиновый крест - истинные параметры, черные точки - найденные значения, черные пунктир - аппроксимация Рюгера, черная линия - одномерная минимизация

Неудовлетворительные результаты минимизации и несоблюдение эллиптичности линий уровня квадратичного уклонения в сечении δ , V_{S02} явным образом указали на необходимость дальнейшего анализа структуры пятимерной целевой функции. Одномерный поиск V_{S02} (в соответствующем “оврагу” интервале δ) продемонстрировал бимодальную структуру целевой функции в выбранном сечении (рис. 3):

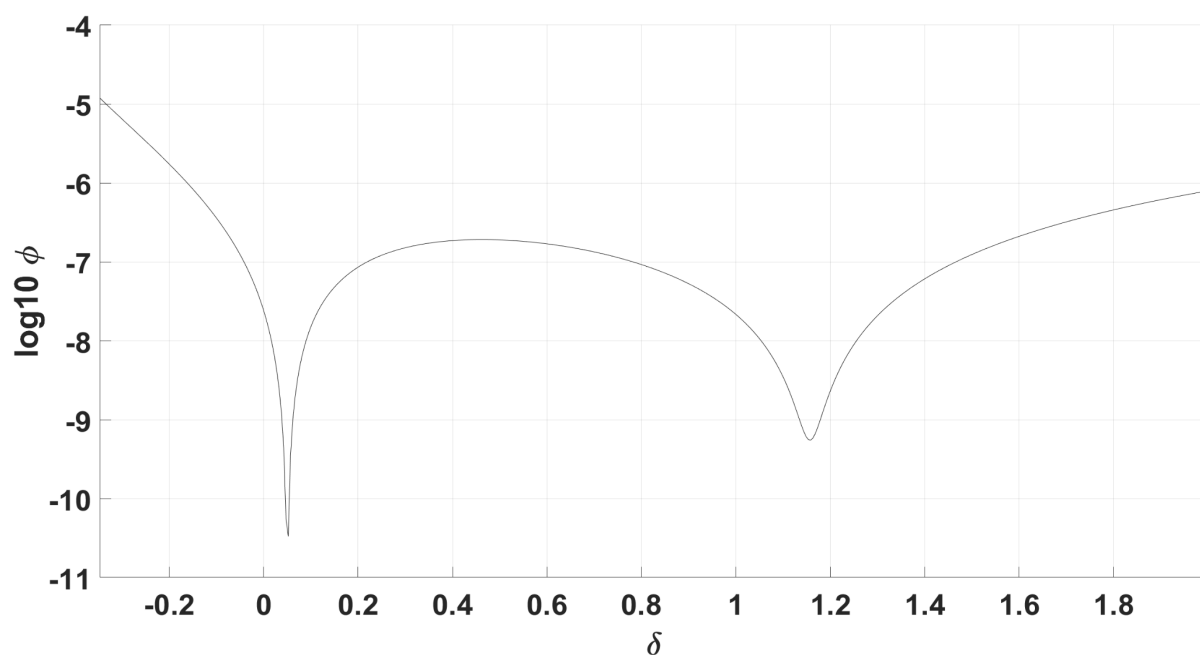


Рис. 3. Результаты 1D-минимизации целевой функции
(срез по параметру Томсена δ)

Далее была проведена 3D-минимизация по параметрам ε , V_{P02} , ρ_2 , подтверждающая наличие по крайней мере одного локального минимума в сечении δ , V_{S02} (рис. 4):

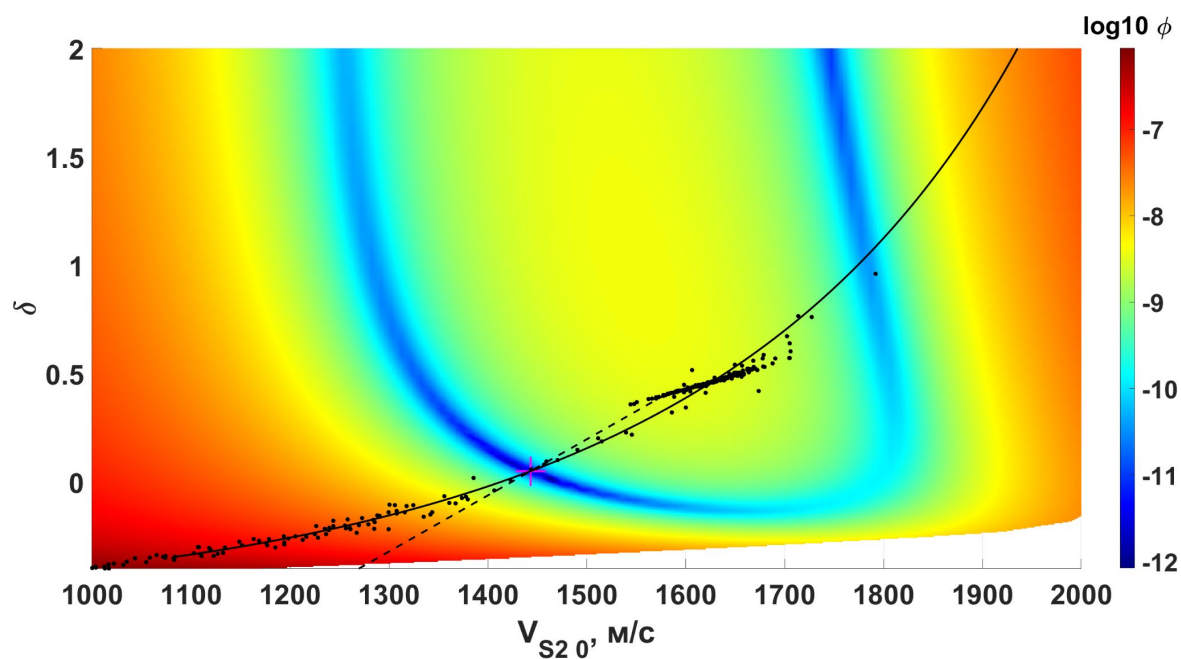


Рис. 4. Результаты 3D-минимизация квадратичного уклонения по параметрам
 ε , V_{P02} , ρ_2 ,

Обсуждение

Первоначальное предположение об унимодальности пятимерной целевой функции квадратичного уклонения [4], основанное на опыте исследования изотропной среды [2], не подтвердилось. Нарушение унимодальности пятимерного функционала квадратичного уклонения предположительно является причиной неудовлетворительных результатов пятимерной минимизации. Требуется дальнейший анализ чувствительности целевой функции к изменению параметров анизотропной среды в различных направлениях, для чего планируется построить гессиан целевой функции и исследовать его собственные вектора.

Заключение

Обнаружена устойчивая зависимость результатов многомерной минимизации от начального приближения и прежде всего от анизотропного параметра ε . В соответствии с унимодальной эллиптической структурой большинства возможных сечений пятимерной целевой функции при наложении шума в исходные коэффициенты отражения величиной вплоть до 10% найденные в результате двумерной минимизации значения были сосредоточены в окрестности модельного значения (в том числе в сечении ε , V_{p02}). Наибольший интерес представляет сечение δ , V_{s02} , резко отличающееся от всех прочих наличием овражной структуры и локального минимума, что приводит к существенному ухудшению результатов двумерной минимизации по δ , V_{s02} , относительно прочих пар параметров. Поскольку данное сечение является частью пятимерной целевой функции, и поскольку в результате пятимерной минимизации параметр δ определяется равным своему начальному приближению, восстановление параметров анизотропной VTI-среды не представляется возможным без глубокого понимания структуры пятимерного пространства решений и оценки чувствительности целевой функции к вариациям параметров анизотропной среды.

Благодарности

Исследование выполнено в рамках государственного задания Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН, проект FWNF-2024-0002.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Боганик Г. Н., Гурвич И. И. Сейсморазведка: Учебник для вузов. Тверь: Изд-во АИС, 2006. 744 с.
2. Бурковский А.Ю. Линейная оценка чувствительности сейсмических данных к параметрам горизонтально-слоистой среды // Материалы 10-й Юбилейной научно-практической конференции «Санкт-Петербург 2023. Геонауки: Время перемен, время перспектив» (Санкт-Петербург, Россия, 17-20 апреля 2023), 2023.
3. Бурковский А.Ю., Чеверда В.А., Исследование линейной чувствительности сейсмических данных к вариациям параметров горизонтально-слоистой изотропной и трансверсально-анизотропной сред // Материалы Всерос. молодежной науч. конф. с участием иностр. ученых «Трофимуковские чтения – 2023»/ Ин-т нефтегаз. геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, Новосиб. гос. ун-т. – Новосибирск : ИПЦ НГУ, 2023. 320 с. С.: 48-50.
4. Бурковский А.Ю., Чеверда В.А., Метод AVO для вертикальных трансверсально-анизотропных сред, XI Сибирская конференция молодых ученых по наукам о Земле // Материалы

конференции. Новосибирск, 23–29 сент. 2024 г. // Сибирское отделение РАН, Институт геологии и минералогии им. В.С.Соболева СО РАН; Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН. – Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2024. 312 с.

5. Гольдин С. В. Сейсмические волны в анизотропных средах : [монография] / С. В. Гольдин ; Российская акад. наук, Сибирское отд-ние, Ин-т нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука ; отв. ред. А. Э. Конторович, М. И. Эпов. — Новосибирск : Изд-во Сибирского отд-ния Российской акад. наук, 2008. 372 с.

6. Протасов М.И., Чеверда В.А. Теория сейсмических волн: методическое пособие. Новосибирск: ИПЦ НГУ, 2020. 70 с.

7. Grechka V. Applications of Seismic Anisotropy in the Oil and Gas Industry // EAGE Publications. Education tour series CIS 3, 2009. 171 p.

8. Rüger, Andreas. Reflection coefficients and azimuthal AVO analysis in anisotropic media // Society of Exploration Geophysicists, Geophysical monograph series, №10, 2002. 202 p.

9. Thomsen, L. Weak elastic anisotropy // Geophysics, 51(10), 1986. P. 1954–1966.

© А. Ю. Бурковский, В. В. Карстен, 2026