

В. Ф. Канушин¹, Д. Н. Голдобин¹, Н. Н. Кобелева¹✉

Учет приливного влияния на результаты геометрического нивелирования

¹Сибирский государственный университет геосистем и технологий,
г. Новосибирск, Российская Федерация
e-mail: n.n.kobeleva@mail.ru

Аннотация. Современное развитие геодезических технологий и повышение требований к точности измерений обуславливают необходимость совершенствования методов учета приливного влияния в результаты нивелирования. Особую значимость данная задача приобретает при выполнении высокоточных наблюдений, мониторинге деформационных процессов и решении задач геодинамики. В работе представлена методика учета приливного влияния в результаты геометрического нивелирования, основанная на разложении приливного потенциала по сферическим функциям до пятой степени включительно. Приведены результаты вычисления высот уровенной поверхности для пункта, расположенного в лабораторном корпусе СГУГиТ. Выполнен анализ полученных данных и их сопоставление с результатами ранее выполненных исследований. Результаты исследования могут быть использованы при обработке высокоточных нивелирных измерений, а также при развитии и совершенствовании государственных высотных сетей.

Ключевые слова: гравитационные приливы, геометрическое нивелирование, приливные поправки, приливной потенциал, сферические функции, уровенная поверхность, приливные вариации высоты

V. F. Kanushin¹, D. N. Goldobin¹, N. N. Kobeleva¹✉

Taking into account the tidal influence on the results of geometric leveling

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: n.n.kobeleva@mail.ru

Abstract. Modern advances in geodetic technology and increasing demands on measurement accuracy necessitate improved methods for accounting for tidal influence in leveling results. This task is particularly important when performing high-precision observations, monitoring deformation processes, and solving geodynamic problems. This paper presents a method for accounting for tidal influence in geometric leveling results, based on the expansion of the tidal potential in spherical functions up to and including the fifth power. The results of calculating the height level of the surface for a point located in the laboratory building of SGUGiT are presented. The obtained data are analyzed and compared with the results of previous studies. The results of the study can be used in processing high-precision leveling measurements, as well as in the development and improvement of state elevation networks.

Keywords: gravity tides, geometric leveling, tidal corrections, tidal potential, spherical functions, level surface, tidal variations in height

Введение

Гравитационные приливы – это глобальное явление, обусловленное притяжением Луны, Солнца и планет Солнечной системы. Его воздействие распространяется на все тело Земли от ее центра до поверхности, на океаны и поверхностные воды. Гравитационные приливы создают эффекты, которые отражаются на всех видах высокоточных измерений [1].

Приливные влияния, обусловленные гравитационными полями небесных тел в любой точке Земли, вызывают периодические вариации силы тяжести, изменения направления отвеса, колебания уровенных поверхностей потенциала силы тяжести и квазипериодические смещения самой точки на физической поверхности Земли. На рисунке 1 показана диаграмма распределения в различных точках земной поверхности векторов приливообразующей силы, обусловленной одним небесным телом.

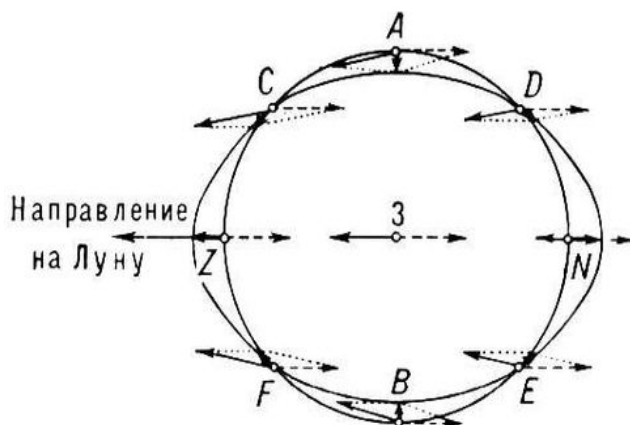


Рис.1. Диаграмма распределения приливообразующей силы, обусловленной одним небесным телом

Из рисунка 1 видно, что, если в каждой точке земной поверхности вектор приливообразующей силы F_{Π} разложить на вертикальную F_B и горизонтальную F_H составляющие, то вертикальная составляющая вызывает вариации силы тяжести, а горизонтальная составляющая вызывает колебание направления отвеса и смещение точек на физической поверхности, то есть приливную деформацию Земли. При классических наблюдениях на геодезических пунктах обычно используется астрономическая горизонтальная топоцентрическая система координат $OX^T Y^T Z^T$, в которой ось Z^T направлена в астрономический зенит и совпадает с направлением отвеса. Так как приливные влияния вызывают колебания направления отвеса и смещение земной коры, то на каждом пункте геодезические измерения в каждый момент времени выполняются в своей собственной мгновенной топоцентрической системе координат. Поскольку разница в притяжениях Луны и Солнца в разных местах Земли и ее деформация превосходят точность некоторых геодезических измерений, то геодезисты должны вводить по-

правки в такие измерения за приливные влияния. Рассматривая геодезические аспекты приливного влияния, Международная ассоциация геодезии (МАГ) на заседаниях в Канберре (Австралия) в 1979 году приняла решение о полном исключении приливных влияний из всех геодезических измерений [2]. Это решение соответствует требованиям, возникающим при решении краевой задачи физической геодезии для определения возмущающего потенциала, согласно которого аномалии силы тяжести должны отражать влияние только аномальных масс внутри Земли. Согласно действующим в настоящее время нормативным требованиям [3] и актуальным методикам 2026 года, приливные поправки обязательны для нивелирования I и II классов для линий протяженностью более 50 км, так как игнорирование приливного влияния на результаты геометрического нивелирования приводит к крупномасштабным искажениям высотных сетей. Основным принцип заключается в приведении результатов геодезических измерений к исходной, неизменной во времени системе координат, связанной с моделью твердой Земли.

Методы и материалы

В процессе геометрического нивелирования на каждой станции измерения определяют превышение dh . Это превышение является расстоянием между поверхностями равного потенциала силы тяжести $W_A(T_0)$ и $W_B(T_0)$, проходящими через точки A и B стояния реек в момент T_0 .

Для выполнения геометрического нивелирования необходимо, чтобы положение отвесной линии AI_0 и уровенных поверхностей не менялось с течением времени по трассе нивелирования.

В результате приливного влияния Луны, Солнца и планет за промежуток времени $T_1 - T_0$ значение потенциалов силы тяжести в точках A и B изменятся как:

$$W_A(T_1) = W_A(T_0) + W_{II}(A, T_1), \quad (1)$$

$$W_B(T_1) = W_B(T_0) + W_{II}(B, T_1), \quad (2)$$

где $W_{II}(A, T_1)$ и $W_{II}(B, T_1)$ – приливные потенциалы силы тяжести в точках A и B в момент T_1 .

На рисунке 2 приведена схема геометрического нивелирования с учетом приливных вариаций гравитационного поля.

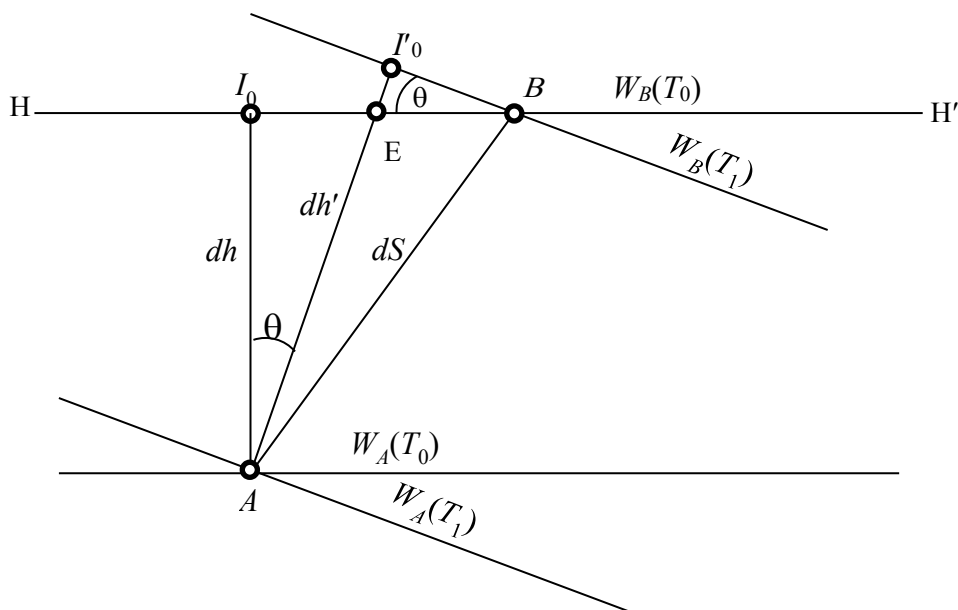


Рис. 2. Схема геометрического нивелирования с учетом приливных вариаций гравитационного поля

При приливном изменении гравитационного поля в момент T_1 визирная ось HH' сместится на угол $\theta = I_0BI_0'$, и превышение точки B над точкой A в этот момент будет равно:

$$dh' = AE + EI' . \quad (3)$$

Т.к. треугольник AI_0E является прямоугольным, находим

$$AE = dh \cdot \sec \theta , \quad (4)$$

$$EI_0 = dh \cdot \tg \theta . \quad (5)$$

Аналогично, из треугольника $EI_0'B$ получим

$$EI_0' = BE \cdot \sin \theta , \quad (6)$$

$$BE = BI_0 - EI_0 . \quad (7)$$

где

Учитывая, что $BI_0 \approx dS_0$, и является расстоянием между точками A и B по касательной к уровенной поверхности гравитационного потенциала силы тяжести $W_B(T_0)$ и подставляя формулы (5) и (7) в выражение (6), получим

$$EI' = (dS_0 - dh \cdot \operatorname{tg} \theta) \sin \theta. \quad (8)$$

Подставляя (4) и (8) в формулу (3), получим выражение для превышения в момент T_1

$$dh' = \frac{dh}{\cos \theta} + (dS_0 - dh \cdot \operatorname{tg} \theta) \sin \theta \quad (9)$$

Поскольку $\max |\theta| \leq 0,1''$ и $\max |dh| \leq 3,10^{-3}$ мм, то пренебрегая членами, содержащими θ^2 , т. е., допуская ошибку в превышении порядка $1,8 \times 10^{-10}$ мм, получим превышение в момент T_1 в следующем виде

$$dh' = dh + \theta dS_0 \quad (10)$$

Отсюда поправка в элементарное нивелирное превышение за влияние приливной вариации гравитационного поля, обусловленной притяжением Луны, Солнца и планет, составит:

$$\delta h = dh' - dh = \theta dS_0 \quad (11)$$

В формуле (11) необходимо вычислять приливные вариации отклонения отвеса θ и расстояния dS между точками, с другой стороны интеграл по линии нивелирования на замкнутом контуре может быть не равным нулю и проявлять зависимость от трассы нивелирования [4]. Соответственно, при вычислении поправки в нивелирное превышение за влияние приливных вариаций гравитационного поля следует использовать формулы, основанные на дифференциальных свойствах потенциала силы тяжести W . Элементарное приращение потенциала силы тяжести между двумя близкими точками A и B в момент T равно [4]

$$\begin{aligned} \Delta W = W_B(T) - W_A(T) = & \frac{1}{2}(h_B - h_A)(g_A(T) + g_B(T)) + \\ & + \frac{1}{2}(h_A + h_B)(g_B(T) - g_A(T)) \end{aligned} \quad (12)$$

где h_B и h_A – отсчеты по рейкам в точках A и B ;

$$g_B(T) = g_B^0 + \delta g_B(T), \quad (13)$$

$$g_A(T) = g_A^0 + \delta g_A(T), \quad (14)$$

где g_A^0 и g_B^0 – значения силы тяжести в точках A и B невозмущенного гравитационного поля Земли;

– $\delta g_A(T)$ и $\delta g_B(T)$ – приливные вариации поля силы тяжести в точках A и B в момент T ;

– $g_A(T)$ и $g_B(T)$ – значения силы тяжести в точках A и B в момент T .

Запишем формулу (12) в следующем виде

$$\Delta W = W_B(T) - W_A(T) = g_m \Delta h - h_m \Delta g, \quad (15)$$

где $\Delta g = g_A(T) - g_B(T)$ – разность значений силы тяжести в точках B и A в момент T ;

– $g_m = \frac{1}{2}(g_A(T) + g_B(T))$ – среднее значение силы тяжести между точками B и A в момент T ;

– $\Delta h = h_B - h_A$ – превышение точки B над точкой A в момент T ;

– $h_m = \frac{1}{2}(h_B - h_A)$ – средний отсчет по рейкам B и A .

Учитывая выражения (1), (2), (11), (13) и (14) получим дифференциал приливного потенциала силы тяжести

$$dW_{\Pi} = -g_m d\delta h - h_m d\delta g. \quad (16)$$

Из формулы 16, получим поправку в нивелирное превышение за влияние приливной вариации гравитационного поля в виде

$$d\delta h = -\frac{dW_{\Pi}}{g_m} - \frac{d\delta g}{g_m} h_m. \quad (17)$$

Поскольку $\max |d\delta g| \leq 2,41 \times 10^{-6} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$, $g_m = 9,81 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$ и $\max |h_m| \leq 3 \times 10^3 \text{ мм}$, то

$$\left| \frac{d\delta g}{g_m} h_m \right| \leq 7,37 \times 10^{-4} \text{ мм}. \quad (18)$$

Таким образом, при современной точности выводов разности потенциала при равных расстояниях от нивелира до рек в формуле (17) можно ограничиться только первым членом. Переходя к конечным разностям, получим приливную поправку в нивелирное превышение между станциями A и B геометрического

нивелирования, в которой учитывается коэффициент упругости Земли $\sigma = 0,7$, в следующем виде

$$\delta h_{AB} = 0,7 \frac{\Delta W_n}{\gamma_m} = 0,7 \frac{W_n(A, T) - W_n(B, T)}{\gamma_m} = -\zeta_A - \zeta_B, \quad (19)$$

где $\gamma_m = \frac{1}{2}(\gamma_A + \gamma_B)$ – среднее значение нормальной силы тяжести между точками B и A .

Для вычисления приливной поправки dh_{AB} в превышение между станциями A и B по формуле (19) необходимо на каждой станции нивелирного хода вычислить с помощью разложения приливного потенциала по сферическим функциям до пятой степени приливную вариацию высоты уровенной поверхности ζ , по формуле (21). Для упрощения записи расчетных выражений предварительно вводятся следующие обозначения:

$$R'_a = \frac{r'}{a}, \quad C_d = \frac{c_B}{d_B}, \quad (20)$$

где d_B – мгновенное расстояние между Землей и возмущающим телом B ;

– r' – расстояние между центром Земли и положением станции на ее поверхности;

– a – большая полуось эллипсоида;

– c_B – среднее расстояние между Землей и возмущающим телом B .

$$\begin{aligned}
& \zeta = 0,7 \frac{W_{II}}{g} = 0,7 \frac{D_B(r')}{g} \times \\
& \left[(C_d)^3 \left(1 - 3 \sin^2 \varphi\right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta\right) + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos H + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H + \right. \\
& \quad \left. + (R'_a)(C_d)^4 \sin \pi_B \left(\begin{aligned} & \frac{1}{3} \sin \varphi (3 - 5 \sin^2 \varphi) \sin \delta (3 - 5 \sin^2 \delta) + \\ & \frac{1}{2} \cos \varphi (1 - 5 \sin^2 \varphi) \cos \delta (1 - 5 \sin^2 \delta) \cos H + \\ & 5 \cos^2 \varphi \sin \varphi \sin \delta \cos^2 \delta \cos 2H + \\ & \frac{5}{6} \cos^3 \varphi \cos^2 \delta \cos^2 \delta \cos 3H \end{aligned} \right) + \right. \\
& \quad \left. + (R'_a)^2 (C_d)^5 \sin^2 \pi_B \times \right. \\
& \quad \left. \left(\begin{aligned} & \frac{1}{48} (3 - 30 \sin^2 \varphi + 35 \sin^4 \varphi) (3 - 30 \sin^2 \delta + 35 \sin^4 \delta) + \\ & \frac{5}{24} \sin 2\varphi (3 - 7 \sin^2 \varphi) \sin 2\delta (3 - 7 \sin^2 \delta) \cos H + \\ & \frac{5}{12} \cos^2 \varphi (1 - 7 \sin^2 \varphi) \cos^2 \delta (1 - 7 \sin^2 \delta) \cos 2H + \\ & \frac{35}{6} \sin \varphi \cos^3 \varphi \sin \delta \cos^2 \delta \cos 3H + \\ & \frac{35}{48} \cos^4 \varphi \cos^4 \delta \cos 4H \end{aligned} \right) + \right. \\
& \quad \left. + (R'_a)^3 (C_d)^6 \sin^3 \pi_B \times \right. \\
& \quad \left. \left(\begin{aligned} & \frac{1}{48} \sin \varphi (15 - 70 \sin^2 \varphi + 63 \sin^4 \varphi) \sin \delta (15 - 70 \sin^2 \delta + 63 \sin^4 \delta) + \\ & \frac{5}{15} \cos \varphi (-1 + 14 \sin^2 \varphi - 21 \sin^4 \varphi) \cos \delta (-1 + 14 \sin^2 \delta - 21 \sin^4 \delta) \cos H + \\ & \frac{35}{4} \sin \varphi (-1 + 4 \sin^2 \varphi - 3 \sin^4 \varphi) \sin \delta (-1 + 4 \sin^2 \delta - 3 \sin^4 \delta) \cos 2H + \\ & \frac{35}{96} \cos^3 \varphi (1 - 9 \sin^2 \varphi) \cos^3 \delta (1 - 9 \sin^2 \delta) \cos 3H + \\ & \frac{105}{16} \sin \varphi (1 - 2 \sin^2 \varphi + \sin^4 \varphi) \sin \delta (1 - 2 \sin^2 \delta + \sin^4 \delta) \cos 4H + \\ & \frac{21}{32} \cos^5 \varphi \cos^5 \delta \cos 5H \end{aligned} \right) \right] \quad (21)
\end{aligned}$$

где $D_B(r')$ – масштабный коэффициент для тела B ;

– H – часовой угол;

– δ – склонение;

- π_B – параллакс небесного тела;
- φ – широта точки измерения.

Результаты

В таблице 1 представлены результаты вычисления приливной вариации высоты уровенной поверхности ζ , обусловленные воздействием приливообразующих сил Луны, Солнца и планет солнечной системы, полученные по формуле (20) для пункта, расположенного в лабораторном корпусе СГУГиТ. Расчеты выполнены за период с 23.01.2025 по 09.12.2025 с использованием программной библиотеки SOFA Software [5] в качестве источника астрономических координат Луны, Солнца и основных планет Солнечной системы.

Таблица 1 – Приливные вариации высоты уровенной поверхности ζ

	Минимальное значение, м	Максимальное значение, м	Диапазон, м	Среднее, м
Луна	–0,154	0,193	0,347	–0,041
Солнце	–0,059	0,065	0,12	–0,021
Меркурий	$-3,1 \times 10^{-07}$	$4,1 \times 10^{-07}$	$7,3 \times 10^{-07}$	$-5,7 \times 10^{-08}$
Венера	$-3,7 \times 10^{-07}$	$3,9 \times 10^{-07}$	$7,7 \times 10^{-07}$	$-1,6 \times 10^{-07}$
Марс	$-5,5 \times 10^{-09}$	$2,1 \times 10^{-09}$	$7,6 \times 10^{-09}$	$-1,8 \times 10^{-09}$
Юпитер	$-4,1 \times 10^{-07}$	$4,7 \times 10^{-07}$	$8,8 \times 10^{-07}$	$-9,3 \times 10^{-08}$
Сатурн	$-1,8 \times 10^{-08}$	$4,3 \times 10^{-09}$	$2,3 \times 10^{-08}$	$-9,5 \times 10^{-09}$
Уран	$-3,3 \times 10^{-10}$	$3,3 \times 10^{-10}$	$6,7 \times 10^{-10}$	$-1,1 \times 10^{-10}$
Нептун	$-1,1 \times 10^{-10}$	$6,7 \times 10^{-12}$	$1,1 \times 10^{-10}$	$-5,6 \times 10^{-11}$
Σ	–0,213	0,295	0,472	–0,063

Анализ полученных результатов показывает, что наибольшее влияние на вариации высоты уровенной поверхности оказывают приливные силы Луны и Солнца, Диапазон изменения лунной составляющей составил 0,347 м, солнечной – 0,12 м, Вклад планет Солнечной системы значительно меньше и находится в пределах от 10^{-10} до 10^{-7} м, что соответствует современным представлениям о величине планетарного приливного воздействия.

Суммарная вариация высоты уровенной поверхности, обусловленная приливным влиянием Луны, Солнца и планет с учетом составляющих приливного потенциала до пятой степени в исследуемый период достигала 0,472 м, Полученные значения согласуются с результатами ранее выполненных исследований [6] и подтверждают необходимость учета приливного влияния при выполнении высокоточного геометрического нивелирования и обработке результатов геодезических измерений.

Заключение

В результате проведенного исследования получена формула для вычисления приливной вариации высоты уровенной поверхности путем разложения приливного потенциала по сферическим функциям до пятой степени. Разработана

экономически эффективная схема алгоритма вычисления приливной поправки в результаты геометрического нивелирования, в котором на каждой станции нивелирного хода вычисляется приливная вариация высоты уровенной поверхности ζ , а затем вычисляется приращение высоты уровенной поверхности между станциями на момент выполнения измерений.

Приведены результаты вычисления приливной вариации высоты уровенной поверхности для пункта, расположенного в лабораторном корпусе СГУГиТ. Анализ полученных результатов показал их согласованность с данными, представленными в работах других авторов, что подтверждает корректность предложенного подхода и возможность его применения при обработке результатов высокоточного геометрического нивелирования.

Полученные результаты позволяют рекомендовать учет приливного влияния при выполнении высокоточных нивелирных измерений, создании и развитии государственных высотных сетей, а также при решении задач инженерной геодезии и геодинамики. Перспективным направлением дальнейших исследований является совершенствование алгоритмов вычисления приливных поправок с учетом региональных особенностей гравитационного поля Земли.

Благодарности

Исследование выполнено в рамках СЧ НИР «ГЕОТЕХ-КВАНТ» с целью создания высокоточных моделей гравитационного поля Земли и его характеристик

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ардюков Д.Г., Калиш Е.Н., Носов Д.А. и др. Результаты абсолютных измерений ускорения силы тяжести на мысе Шульца // Гирскопия и навигация. – 2015. – № 3 (90). – С. 13–18.
2. Resolutions as proposed by the International Association of Geodesy and endorsed by the International Union of Geodesy and Geophysics : Canberra, 2–14 December 1979 // XVI General Assembly of the International Union of Geodesy and Geophysics. — Canberra, 1979.
3. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов (ГКИНП-03-010-03). — Москва : ЦНИИГАиК, 2004. — 168 с.
4. Еремеев В.Ф., Юркина М.И. Теория высот в гравитационном поле Земли.- М.: Недра, 1971 – 144с.
5. SOFA Software [Электронный ресурс] / International Astronomical Union. — URL: <https://www.iausofa.org/> (дата обращения: 26.03.2026).
6. Кондрин А. Т. Методы гармонического анализа приливов // Вестник Московского университета. Серия 5: География. — 2008. — № 5. — С. 26–30.

© В. Ф. Канушин, Д. Н. Голдобин, Н. Н. Кобелева, 2026