

И. В. Борисова¹✉, Н. Д. Герасимова¹

Итерационная фильтрация для восстановления размытых изображений

¹ Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск,
Российская Федерация
e-mail: i.v.borisova@corp.nstu.ru

Аннотация. Предлагается метод расчета числа итераций для восстановления размытых полутоновых изображений по фрагментам наблюдаемого изображения. Показано, что применение рассчитанного числа итераций в процедуре восстановления изображения в целом обеспечивает качество деконволюции на уровне параметрического фильтра Винера. Предложен алгоритм восстановления размытых изображений за один проход.

Ключевые слова: восстановление изображений, итерационный метод, число итераций

I. V. Borisova¹✉, N. D. Gerasimova¹

Iterative Filtering for Restoring Blurred Images

¹ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: i.v.borisova@corp.nstu.ru

Abstract. A method for calculating the number of iterations for restoring blurred halftone images is proposed. The number of iterations is calculated from the fragments of the observed image. It is shown that this number of iterations restores the entire image with the quality of the parametric Wiener filter. A one-step algorithm for restoring blurred images is proposed instead of an iterative one.

Keywords: image restoration, iterative method, number of iterations

Введение

Итерационные методы восстановления искаженных изображений имеют ряд преимуществ по сравнению с инверсной фильтрацией. Они более устойчивы к шуму и неточному заданию передаточной функции искажающей системы. При итерационной процедуре возможно наложение ограничений на промежуточные результаты восстановления или их фильтрация. Кроме того, в процессе восстановления можно корректировать передаточную функцию, добиваясь лучшего результата. Для построения автоматизированной системы необходимо определять момент останова итерационной процедуры. Необходимое число итераций определяется из решения задачи минимизации функционала ошибки [1] или на основе эталонных и безэталонных мер качества изображения [2].

Расчет числа итераций обычно выполняется в процессе фильтрации по всему изображению, хотя в [3] показано, что основываясь на характерном фрагменте наблюдаемого изображения и его отретушированной версии, можно найти параметры фильтра и необходимое число итераций.

В данной работе рассмотрена возможность расчета числа итераций по фрагментам полутонного изображения, обсуждена зависимость качества восстановления от типа выбранного фрагмента и показан переход от итерационной процедуры к восстановлению за один проход.

Итерационная схема восстановления

Будем считать, что наблюдаемое дискретное изображение $s(x, y)$ есть результат воздействия линейной искажающей системы с импульсной характеристикой $h(x, y)$ на исходное (идеальное) изображение $u(x, y)$ и добавления шума $n(x, y)$:

$$s(x, y) = f[u] = h(x, y) \otimes u(x, y) + n(x, y), \quad (1)$$

где $\otimes$ означает линейную циклическую свертку, $f[\cdot]$ – искажающий фильтр.

В формуле (1) s, h, u, n предполагаются периодически продолженными. Тогда спектр наблюдаемого изображения будет иметь вид:

$$S(\omega_x, \omega_y) = F(\omega_x, \omega_y) = H(\omega_x, \omega_y)U(\omega_x, \omega_y) + N(\omega_x, \omega_y), \quad (2)$$

где S, F, H, U, N – дискретные спектры Фурье s, f, h, u, n соответственно.

Итерационный подход к восстановлению изображений позволяет выполнять фильтрацию при неполных априорных данных об искажающей системе и в присутствии шумов. В общем виде итерационная схема деконволюции может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} u^{(0)}(x, y) &= s(x, y), \\ u^{(i+1)}(x, y) &= u^{(i)}(x, y) + \tau \left(s(x, y) - f[u^{(i)}] \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $u^{(i)}$ – оценка исходного изображения на i -ой итерации, τ – коэффициент релаксации.

Для сходимости алгоритма (3) необходимо, чтобы на всех частотах выполнялось неравенство

$$|1 - \tau H(\omega_x, \omega_y)| < 1. \quad (4)$$

Если $\tau = 1$, то алгоритм (3) является схемой Ван Циттерта [4, с. 219-221], требование (4) накладывает жесткие ограничения на передаточную функцию, а отсутствие регуляризации усиливает шум.

Итерационные схемы с коэффициентом релаксации $0 < \tau < 1$ применялись для восстановления изображений в оптико-электронных системах [5]. В более поздних работах [6, 7] показано, что этот подход соответствует поиску решений методом простых итераций, а искажающий фильтр для оценок $u^{(i)}$, близких к исходному изображению u , должен удовлетворять условию Липшица:

$$\|f[u^{(i)}] - f[u^{(i+1)}]\| \leq (1 + 2|\tau|) \|u^{(i)} - u^{(i+1)}\|.$$

Следует заметить, что при восстановлении с $\tau = \text{const}$ в итерационной схеме (3) не учитывают шум, заложенный в модели искажения и реально присутствующий на наблюдаемом изображении. Поэтому часто для изображений на каждой итерации вводятся ограничения по яркости или проводится дополнительная фильтрация [8], что делает алгоритм деконволюции нелинейным.

Чтобы учесть шум, выполним аппроксимацию (1) линейной сверткой:

$$s(x, y) = f[u] \approx k(x, y) \otimes u(x, y),$$

где k – ядро размытия.

Тогда, после перехода в частотную область, итерационная схема (3) принимает вид:

$$\begin{aligned} U^{(0)}(\omega_x, \omega_y) &= S(\omega_x, \omega_y), \\ U^{(i+1)}(\omega_x, \omega_y) &= U^{(i)}(\omega_x, \omega_y) + \tau^{(i)} \left(S(\omega_x, \omega_y) - K^{(i)}(\omega_x, \omega_y) U^{(i)}(\omega_x, \omega_y) \right), \\ K^{(i)} &= \frac{H(\omega_x, \omega_y) U^{(i)}(\omega_x, \omega_y) + N^{(i)}(\omega_x, \omega_y)}{U^{(i)}(\omega_x, \omega_y)}. \end{aligned} \quad (5)$$

В [9] вводится схема Ван Циттерта с фазовой коррекцией, в которой коэффициент релаксации рассчитывается для каждой итерации:

$$\tau^{(i)} = \frac{\left(K^{(i)}\right)^*}{\left|K^{(i)}\right| + \varepsilon}, \quad (6)$$

где $()^*$ означает комплексное сопряжение, ε – малое число, вводимое, чтобы избежать деления на ноль.

Условие сходимости в этом случае более мягкое чем (4) и имеет вид:

$$\max_{\omega_x, \omega_y} \left| 1 - \frac{|K(\omega_x, \omega_y)|^2}{|K(\omega_x, \omega_y)| + \varepsilon} \right| < 1.$$

Расчет числа итераций

Основным недостатком итерационного подхода к восстановлению изображений является необходимость многократного выполнения свертки фильтра с изображением. При больших размерах изображений эта процедура, даже выполняемая в спектре Фурье, может потребовать существенного времени. Критерии остановки итерационного процесса основаны на некоторых критериях качества восстановленного изображения [10] или на разности приближений на соседних итерациях [11, 12].

Если от итерации к итерации коэффициент релаксации и ядро размытия не изменяются, то алгоритм (3), опуская параметры (x, y) , может быть переписан следующим образом:

$$u^{(i)} = s + i\tau s - i\tau h \otimes s + \sum_{k=2}^i (-1)^k C_i^k \tau^k h^{(k)} \otimes s + \sum_{k=2}^i (-1)^{k-1} C_i^k \tau^k h^{(k-1)} \otimes s, \quad (7)$$

$$h^{(k)} = \underbrace{h \otimes h \otimes \dots \otimes h}_k$$

где $C_i^k = \frac{i!}{k!(i-k)!}$ – число сочетаний; $\tau = \text{const}$.

Переходя из пространственной области в спектральную, вместо сверток в (7) получим многочисленные поточечные перемножения матрицы H , то есть поэлементное возведение в степень. Эти перемножения можно выполнить заранее и хранить в памяти. Таким образом, если известно необходимое для восстановления число итераций, то, применяя (7) в пространственной или частотной области, можно выполнить деконволюцию за один шаг и существенно сократить объем вычислений.

Аналогичную формулу можно вывести и для итераций в частотной области с фазовой коррекцией, если $K^{(i)} = H(\omega_1, \omega_2)$, то формулы (5, 6) приводят к следующему алгоритму:

$$U^{(i)} = S + i \frac{H^*}{|H|} S - i |H| S + \sum_{k=2}^i (-1)^k C_i^k \left(\frac{H^*}{|H|} \right)^k H^k S + \sum_{k=2}^i (-1)^{k-1} C_i^k \left(\frac{H^*}{|H|} \right)^k H^{k-1} S. \quad (8)$$

Проблему с неизвестным заранее числом итераций можно решить, если просчитать необходимое число итераций по небольшому фрагменту, взятому из искаженного изображения, а затем воспользоваться формулой (7) или (8) для всего изображения.

Экспериментальные результаты

Рассмотрим применение итерационного подхода для восстановления смазанного и расфокусированного изображения, на которое наложен шум, подчиняющийся нормальному закону распределения. Значение пикового отношения сигнала к шуму (PSNR) зашумленного изображения без искажений составляет 60 дБ. Пример исходного изображения приведен на рис. 1. На рис. 2 показано ядро размытия (масштаб увеличен для наглядности). На рис. 3 приведено искаженное и зашумленное изображение.



Рис. 1.
Исходное изображение

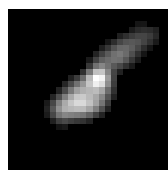


Рис. 2.
Ядро размытия



Рис. 3.
Искаженное
изображение

Для расчета числа итераций по формулам (7, 8) на искаженном изображении были выбраны два фрагмента, показанные квадратами на рис. 3. Фрагмент с зеркалом автомобиля (будем называть его фрагмент 1) содержит существенные перепады яркости. На фрагменте с капота автомобиля (фрагмент 2) яркость практически постоянна.

Для остановки итерационного процесса проверялась разность полученных оценок изображения на соседних итерациях:

$$\xi^{(i)} = \frac{1}{XY} \sum_{x=1}^X \sum_{y=1}^Y |u^{(i)}(x, y) - u^{(i-1)}(x, y)|.$$

Если было достигнуто значение $\xi^{(i)} < 10^{-6}$, то итерационный процесс останавливался. При расчете по формуле (7) при $\tau = 0,1$ для фрагмента 1 необходимое число итераций составило 81, тогда как для фрагмента 2 – только 13. При восстановлении всего изображения по формуле (3) при этом же τ потребовалось 80 итераций (PSNR = 24,29 дБ). При восстановлении изображения за 81 итерацию PSNR = 24,33 дБ (рис. 4), а за 13 итераций – 23,74 дБ. После 13 итераций изображение выглядит слишком размытым. Визуально результат восстановления за 80 и 81 итерацию не отличается, видно, что присутствуют ложные контуры, и четкость до конца не восстановлена.

Для сравнения было выполнено восстановление по формуле Винера с заданным отношением дисперсий шума и наблюдаемого изображения. Результат показан на рис. 5, PSNR результата восстановления 33,45 дБ.

Также для сравнения выполнено восстановление с фазовой коррекцией и учетом шума по формуле (6). Потребовалось выполнить 52 итерации, PSNR=32,24 (рис. 6).



Рис. 4. Итерационное восстановление, $\tau = 0,1$



Рис. 5. Восстановление фильтром Винера



Рис. 6. Восстановление с фазовой коррекцией и учетом шума

При расчете по формуле (8) для фрагмента 1 необходимое число итераций составило 92, для фрагмента 2 – 39. При восстановлении всего изображения потребовалось 85 итераций ($PSNR = 32,18$ дБ). При восстановлении изображения за 92 итерации $PSNR = 32,2$ дБ, а за 39 итераций – 31,4 дБ. Результаты восстановления показаны на рис. 7.



Рис. 7. Восстановление с фазовой коррекцией без учета шума:
а – 39 итераций; *б* – 85 итераций; *в* – 92 итерации

Анализируя рис. 4-7, легко заметить, что итерационное восстановление с постоянным скалярным коэффициентом релаксации (рис. 4) дает худшие результаты, как визуально, так и по значению $PSNR$. Кроме того, требуется подбор значения τ . Восстановление фильтром Винера (рис. 5) дало лучший результат $PSNR$, но визуально не отличается от итерационного восстановления по формуле (8) при большом числе итераций, показанного на рис. 7(б, в). Восстановление с фазовой коррекцией и поправкой ядра на каждой итерации по формуле (6), рис. 6, потребовало меньше итераций, показало результаты $PSNR$ на уровне восстановления с постоянным ядром, но визуально выглядит более размытым, чем изображения на рис. 7(б, в).

По результатам эксперимента можно сделать вывод о возможности расчета необходимого числа итераций по фрагментам изображения, но эти фрагменты должны содержать границы объектов, т.е. должны быть существенные перепады яркости. Следует отметить, что при выборе насыщенных деталями фрагментов

изображений расчетное число итераций может быть несколько завышено. Однако при хорошей сходимости итерационного процесса это не должно оказывать негативного влияния на результат. Для уточнения числа итераций рекомендуется выполнять расчет по нескольким фрагментам наблюдаемого изображения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жданов А.И., Иванов А.А. Оценка оптимального номера останова итераций при восстановлении импульсной характеристики искажающей системы // Компьютерная оптика. – Т. 34, № 3. – С. 367–373.
2. Бордюжа В., Брейкина К. В., Умняшкин С. В. Автоматизация определения числа итераций в задаче восстановления смазанных изображений методом Люси – Ричардсона // Известия вузов. Электроника. – 2024. – Т. 29, № 4. – С. 539–550.
3. Дроздов М.А., Зимин Д.И. Исследование методики определения параметров итерационной схемы реализации восстанавливающего фильтра // Компьютерная оптика. – 2004. – Т. 26. – С.129–132.
4. Обработка изображений и цифровая фильтрация / Т. Хуанг, Г. Эндрюс, Д. Фиасконоаро и др.; Под ред. Т. Хуанга; Пер. с англ. Е.З. Сороки, В.А. Хлебородова. – М.: Мир, 1979. – 318 с.
5. Гибин И.С., Разумова И.И., Худик В.Н. Оптико-электронная система с программным формированием аппаратной функции в цепи обратной связи // Автотметрия. – 1986. – № 2. – С. 69–74.
6. Tao X., Zhou C., Shen X., Wang J., Jia J. Zero-order reverse filtering // ICCV 2017: Proc. / IEEE International Conference on Computer Vision, Venice, Italy, Oct. 22-29. – 2017. – P. 222–230.
7. Milanfar P. Rendition: Reclaiming what a black box takes away // SIAM Journal on Imaging Sciences. – 2018. – Vol. 11 (4). – P. 2722–2756.
8. Гуров И.П., Смирнов Д.С. Улучшение качества изображений методом Ван Циттерта // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. – 2002. – № 6. – С. 178–182.
9. Belyaev A.G., Fayolle P. Black-box image deblurring and defiltering – Signal Processing: Image Communication, [Электронный ресурс]. – 2022. – Vol. 108. – URL: <https://doi.org/10.1016/j.image.2022.116833>.
10. Липлянин А.Ю., Хижняк А.В. Методика определения требуемого значения показателя качества изображения для алгоритмов обнаружения в условиях искажений // Доклады БГУИР. – 2022. – Т. 20, № 3. – С. 69–75.
11. Сергеев В.В., Денисова А.Ю. Итерационный метод восстановления кусочно-постоянных изображений при известных границах областей // Компьютерная оптика. – 2013. – Т. 37, № 2. – С. 239–243.
12. Панфилова К. В. Компенсация линейного смаза цифровых изображений с помощью метода Люси-Ричардсона // Материалы Юбилейной 25-й Международной конференции (GraphiCon 2015), Россия, Протвино (Парк Дракино), 22–25 сентября 2015. – С. 163–167.

© И. В. Борисова, Н. Д. Герасимова, 2025