В. М. Тиссен $^{1\boxtimes}$ , В. Д. Рачков $^2$ 

## Построение моделей изменений бортовых шкал времени ГЛОНАСС и GPS по данным частотно-временных поправок

<sup>1</sup> Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация <sup>2</sup> Западно-Сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ, г. Новосибирск, Российская Федерация e-mail: tissen.ksn@yandex.ru

Аннотация. Приведены модели бортовых шкал времени (БШВ) квантовых часов, установленных на космических аппаратах (КА) ГЛОНАСС и GPS. Проанализированы особенности поведения БШВ для разных КА, по которым выделены общие закономерности и различия в их изменениях. Представлены графики расхождений БШВ относительно центрального синхронизатора КА ГЛОНАСС и GPS, наглядно показывающие трендовые, квадратичные и случайные составляющие их изменений на временных интервалах до 150 суток. Представлена математическая модель, аппроксимирующая полный спектр нестабильностей хода бортовых часов. Приведены параметры наиболее устойчивых периодических колебаний в БШВ ГЛОНАСС и GPS. Параметры гармонических компонент оценены с помощью метода наименьших квадратов (МНК) по методике, ранее разработанной авторами для целей вычисления прогнозов параметров вращения Земли. Для проверки исходных данных на регулярность использовался программный имитатор случайных чисел с характеристиками нестабильностей, близкими к характеристикам бортовых часов.

**Ключевые слова:** квантовые часы, моделирование, прогнозирование, космический аппарат, эффект Доплера, бортовые шкалы

 $V. M. Tissen^{1 \boxtimes}, V. D. Rachkov^2$ 

# Developing models of changes in the on-board GLONASS and GPS time scales based on the data of time-frequency corrections

<sup>1</sup> Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation <sup>2</sup> West Siberian Branch of FSUE VNIIFTRI, Novosibirsk, Russian Federation e-mail: tissen.ksn@yandex.ru

Abstract. Models of on-board time scales (OTS) of quantum clocks installed on GLONASS and GPS spacecraft are presented. The features of the OTS behavior for different spacecraft are analyzed, according to which common patterns and differences in their changes are identified. Graphs of the OTS discrepancies relative to the central synchronizer of the GLONASS and GPS spacecraft are presented, clearly showing trend, quadratic and random compounding of their changes over time intervals up to 150 days. A mathematical model is presented that approximates the full range of instability of the on-board clock. The parameters of the most stable periodic oscillations in the OTS GLONASS and GPS are given. The parameters of the harmonic components were estimated using the least squares method (LSM) according to the method previously developed by the authors for the purpose of calculating forecasts of the Earth's rotation parameters. To verify the initial data for regularity, a software simulator of random numbers with instability characteristics close to those of the onboard clock was used.

Keywords: quantum clock, simulation, forecasting, spacecraft, Doppler effect, on-board scales

### Введение

В настоящее время для прогнозирования поведения БШВ относительно шкалы центрального синхронизатора (ЦС) используются модели, в которых учитываются линейная и, реже, квадратичная составляющие расхождения этих шкал. Линейная составляющая обусловлена смещением частоты бортовых часов относительно частоты часов центрального синхронизатора. Квадратичная часть вызывается дрейфами частот бортовых часов, для аппроксимации которых используют полиномы второй степени [1]. Считается, что остальные быстро и медленно текущие изменения в бортовых шкалах носят случайный или псевдослучайный характер, обусловленный характеристиками нестабильности спутниковых часов. Однако, такая постановка упрощает действительную картину поведения БШ, так как она не учитывает того, что действующие на КА разнообразные возмущения периодического и квазипериодического характера не могут быть точно учтены никакими моделями. Так, на орбиту КА влияют геопотенциалы от второй зональной гармоники гравитационного поля Земли и другие более высокочастотные гармоники. Следует учитывать влияние приливных деформаций, возникающих от притяжения Луны и Солнца. Большое влияние на параметры орбиты КА оказывает солнечная радиация, вызывающая давление на солнечные батареи и другие конструкции КА. Неточности при учете всех этих влияющих на движение КА факторов накладывают на ход бортовых часов дополнительные вариации, имеющие регулярный характер. Для компенсации ухода БШВ относительно шкалы ЦС в пунктах наземного комплекса управления системы ГЛОНАСС формируются предвычисленные значения частотно-временных поправок (ЧВП), которые затем передаются на бортовые компьютеры КА ГЛОНАСС. По переданным таким образом на бортовые компьютеры данным с помощью специальных алгоритмов формируется системная шкала времени ГЛОНАСС, которая затем в составе навигационного сообщения передается в наземные пункты контроля и другим потребителям навигационной информации [2].

## Методы и материалы

Точный аналитический учет всех влияющих на орбиту КА сил невозможен по причинам упрощения моделей действующих на КА факторов в сравнении с их реальными воздействиями. Частичное решение этой проблемы может быть получено статистическими методами. Поэтому в настоящей статье рассматриваются многокомпонентные модели хода БШВ, аппроксимирующие линейные, квадратичные тренды и квазигармонические колебания. Для повышения точности предаваемых в бортовые компьютеры ЧВП в настоящей статье выполнен анализ характера поведения БШВ для ряда выборочных КА ГЛОНАСС и GPS. Для наглядности по данным ЧВП, регулярно размещаемых на сайте [3], построены графики их изменений на периодах от 30 до 150 дней.

Для аппроксимации квазипериодических колебаний используются полигармонические модели, насчитывающие до 30 гармоник. Параметры всех составля-

ющих модели хода БШВ оцениваются с помощью специально разработанной на базе МНК методике [4] для каждого КА отдельно. При этом используются интервалы данных ЧВП от одного до пяти месяцев. Случайная компонента оценивается по уровню нестабильностей бортовых часов, приведенных в технической документации на данный тип часов. Исходя из поинтервальных характеристик нестабильностей выбранных бортовых часов строятся модельные временные ряды с помощью специально разработанного для этих целей программного имитатора случайных чисел по методу Монте-Карло [5].

Уравнение модели, включающее трендовые, квазипериодические члены и нестабильности любых квантовых часов записывается в виде:

$$S(t) = 0.5w_0t^2 + q_0t + S_0 + \sum_{j=1}^{N} a_j \sin(2\pi t / T_j + \phi_j) + \sigma Si, \qquad (1)$$

где  $\sigma Si$  — случайная компонента ухода часов;  $S_0, q_0, w_0$  — коэффициенты уравнения, учитывающие линейный и квадратичные тренды в изменениях БШВ; j=1,2,...,N — порядковый номер гармонической составляющей.

Значения коэффициентов, входящих в первые три члена уравнения (1), оцениваются по МНК без учета гармонических и случайных компонент на различных интервалах данных. Соответствующая методика оценивания  $S_0, q_0, w_0$  приведена в работе [4]. Решение имеет вид:

$$w_{0} = \frac{\sum_{k=1}^{n} w(t_{k})}{n}$$

$$q_{0} = \frac{\sum_{k=1}^{n} q(t_{k}) - w_{0} \sum_{k=1}^{n} t_{k}}{n}$$

$$S_{0} = \frac{\sum_{k=1}^{n} S(t_{k}) - 0.5w_{0} \sum_{k=1}^{n} t_{k}^{2} - q_{0} \sum_{k=1}^{n} t_{k}}{n}.$$

$$(2)$$

Численные значения коэффициентов  $S_0, q_0, w_0$  оцениваются по формулам (2) индивидуально для каждого КА.

Для оценивания параметров периодических вариаций частоты и мощности в изменениях БШВ использована методика, приведенная в работе [6].

Случайная компонента об моделирует центрированный гауссовский процесс с заданными поинтервальными дисперсиями. Моделирование выполнено с применением метода Монте-Карло по алгоритму, подробно описанному в [7].

## Выводы и результаты

Для проведения сравнительного анализа синтезированных с помощью ГСЧ случайных чисел  $r_1$ ,  $r_2$ ,... $r_6$  были построены модели нестабильностей квантовых часов с различными по величине дисперсиями Аллана на интервалах времени: 1, 10,...,  $10^5$  сек.

На рис. 1 приведены примеры такой реализации для 30-суточного временного ряда при заданных вариациях Аллана:  $3\cdot 10^{-12}$ ;  $1\cdot 10^{-12}$ ;  $3\cdot 10^{-13}$ ;  $1\cdot 10^{-13}$ ;  $3\cdot 10^{-14}$ ;  $1\cdot 10^{-14}$ .

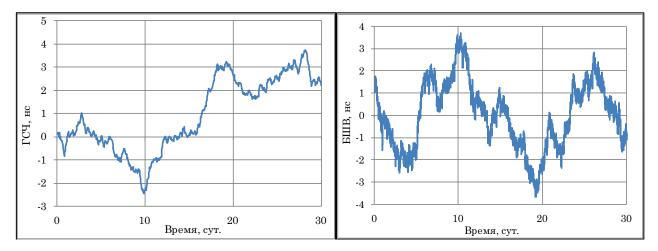


Рис.1. Программная реализация нестабильности ухода часов

На рис. 2 приведены графики полного ухода БШВ КА GPS (G02) относительно шкалы ЦС (слева) и после снятия линейного тренда (справа). На рис. 3 приведены графики, аналогичные рис. 2, для КА ГЛОНАСС (R02). Данные для построения графика взяты с сайта международной системы геодезических данных CDDIS. При этом было выполнено ранжирование данных по номерам КА с последующим формированием их в суточные и 150-суточные файлы.

При сравнении графиков на рис. 2 и 3 видно, что после снятия линейных трендов изменения БШВ G02 носят существенно более выраженный параболический характер в сравнении с изменениями БШВ R02, что связанно с использованием различных стандартов частоты в GPS и ГЛОНАСС.

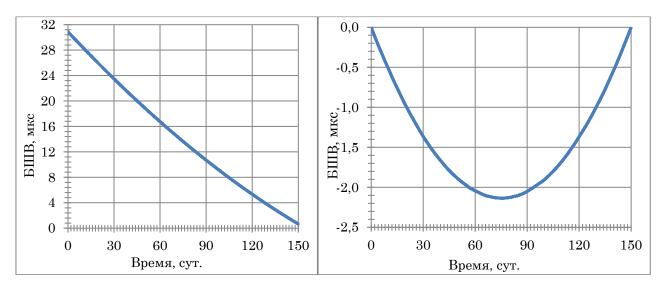


Рис. 2. Линейный и квадратичные тренды БШВ КА GPS (G02) на 150 сутках

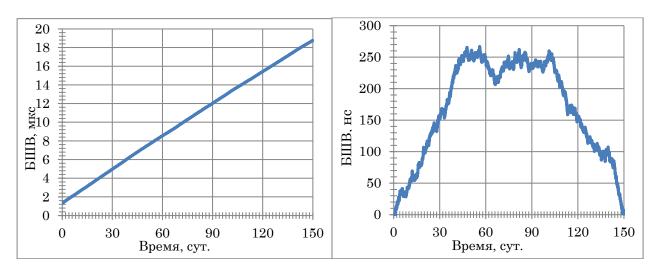


Рис. 3. Линейный и квадратичные тренды БШВ КА ГЛОНАСС (R02) на 150 сутках

На рис. 4 приведены остаточные расхождения БШВ НС ГЛОНАСС (R02) и НС GPS (G02) относительно шкалы ЦС на 150-тисуточном интервале после снятия с них линейного и квадратичных трендов.

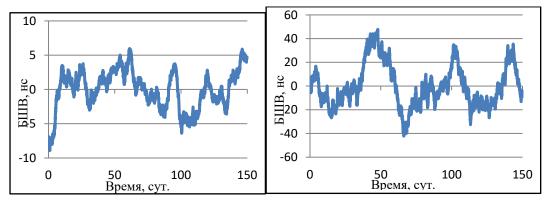


Рис. 4. Остаточные вариации БШВ R02 (слева) и G02 (справа) на 150 сутках

На рис. 5, 6 приведены остаточные поправки к БШВ для четырех HC ГЛОНАСС и GPS соответственно.

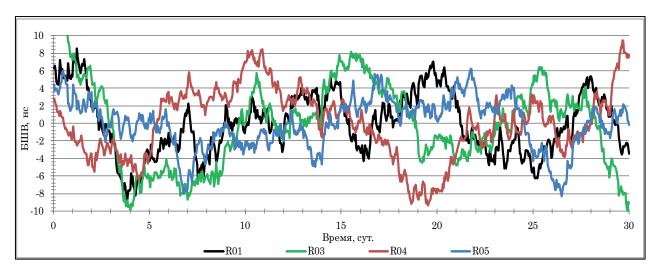


Рис. 5. Остаточные поправки к БШВ для четырех НС ГЛОНАСС на 30-суточном интервале

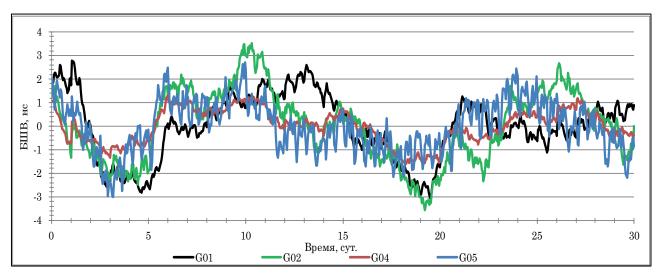


Рис. 6. Остаточные поправки к БШВ для четырех HC GPS на 30-суточном интервале после снятия линейного и квадратичного трендов

Сравнивая характер графиков на рис. 5, 6, следует отметить, что в поведении БШВ GPS заметна значимая корреляция по всем четырем KA. В частности, на общем фоне заметно выделяется колебания с периодом около 14 суток, что близко периодам основных Лунно-Солнечных основных приливных гармоник.

Заметное отличие поведения БШВ квантовых часов, установленных на КА ГЛОНАСС и, особенно, на КА GPS, от синтезированных программным имитатором (см. рис. 1) связано с тем, что все КА этих систем вместе с часами находятся в постоянном вращении вокруг Земли с периодами близкими к 12 часам. Вследствие этого неизбежно влияние на орбиту КА различных периодических сил кон-

сервативного и неконсервативного характера. Многие из этих сил вследствие воздействия на КА различных эффектов физико-технического характера не могут быть учтены в полной мере и поэтому находят свое отражение в вариациях БШВ.

На рис. 7, 8 приведены графики остаточных вариаций ЧВП для бортовых шкал КА G02 и G08 за период около 100 суток, выделенные зеленным и синим цветом. Синим цветом показаны те данные, которые не были использованы для оценок параметров модели. Коричневым цветом показаны модельные значения ЧВП. Таким образом, сравнивая разности между модельными и действительными значениями ЧВП на зеленном и синем участках можно получить визуальную оценку точности прогноза ЧВП на 20-суточном интервале синего участка.

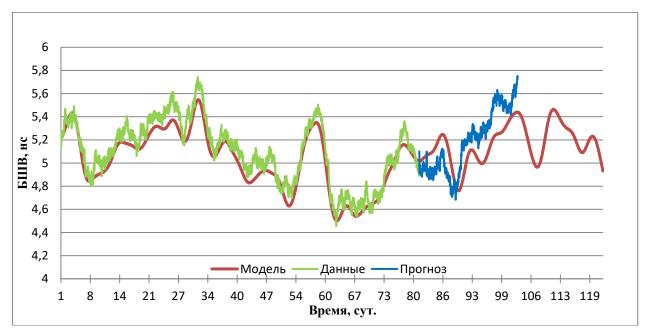


Рис. 7. Остаточные вариации и модельные значения БШВ G02 на 120 сутках

Из анализа графиков на рис. 7, 8 следует отметить, что модельные данные в сравнении с действительным остаточными вариациями ЧВП имеют более гладкий вид. Это в большей степени относится к бортовой шкале КА G02, короткопериодические вариации которой заметно выше вариаций бортовой шкалы КА G08. При этом визуально заметно, что прогноз (модель) БШВ КА G08 точнее ложится на действительные данные ЧВП в сравнении с прогнозом БШВ КА G08. Отсюда можно сделать вывод о зависимости качества прогнозов БШВ от характера их остаточных вариаций, во многом определяемых характеристиками нестабильности квантовых часов, установленных на КА ГЛОНАСС и GPS.

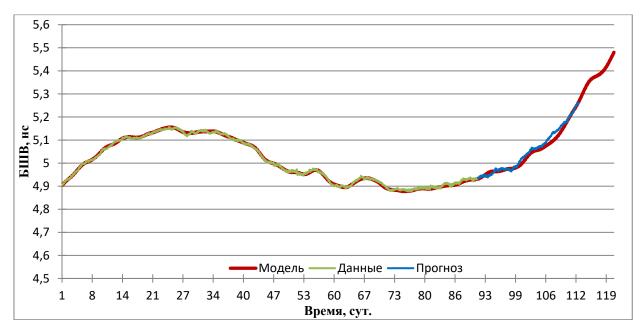


Рис. 8. Остаточные вариации и модельные значения БШВ G08 на 120 сутках

#### Заключение

Проведенные исследования позволили выявить основные закономерности в изменениях БШВ квантовых часов КА ГЛОНАСС и GPS на длительных временных интервалах. Приведенная модель изменений БШВ в виде уравнения, содержащего линейную, квадратичную и полигармоническую составляющие, представляет интерес для целей прогнозирования хода бортовых шкал на длительные недельные сроки. Это приобретает особое значение для достижения требуемой точности эфемеридно-временного и навигационного обеспечения системы ГЛОНАСС в вынужденные периоды ее автономного функционирования [8].

Таким образом, предлагаемая в настоящей статье трехкомпонентная модель может быть использована как для частотно-временного анализа поведения БШВ, так и для повышения точности долгосрочного прогнозирования ухода БШВ ГНСС по данным ЧВП.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- 1. Tryon, P. Estimation of Parameters in Models cesium Beam atomic Clocks // J. Res. Nat. Bur. Stand.  $-1983. N_{\odot} 1. P. 3-16.$
- 2. ГЛОНАСС: принципы построения и функционирования / Под ред. А. И. Перова, В. Н. Харисова. 3-е изд., перераб. Москва: Радиотехника, 2005. 688 с.
- 3. CDDIS (Crustal Dynamics Data Information System) Архив данных космической геодезии NASA: официальный сайт. URL: https://cddis.nasa.gov (дата обращения 01.05.2025).
- 4. Тиссен В. М., Толстиков А. С., Симонова Г. В. Прогнозирование параметров вращения Земли с помощью адаптивных гармонических моделей // Вестник СГУГиТ. -2020. Т. 25. № 4. С. 238–245.
  - 5. Соболь И. М. Метод Монте-Карло. Москва : Hayka, 1985. 78 с.
- 6. Тиссен В. М, Балахненко А. Ю., Рачков В. Д. Прогнозирование ухода шкал времени бортовых часов с помощью трехкомпонентной модели // Труды Института прикладной астрономии РАН. -2024. -№ 69. C. 47–55.

- 7. Тиссен В. М., Балахненко А. Ю. Применение метода Монте-Карло для анализа крат-ковременной и долговременной составляющих нестабильностей квантовых часов // Актуальные проблемы электронного приборостроения. 2016. Труды XIII международной научно-практической конференции: в 12 томах. Том. 3. Сер. Часть 1 Метрология и метрологическое обеспечение. С. 70–73.
- 8. Федеральная целевая программа «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2021–2030 годы» в рамках государственной программы Российской Федерации «Космическая деятельность России».

© В. М. Тиссен, В. Д. Рачков, 2025