

И. Г. Пальчикова^{1✉}, Е. С. Смирнов¹

Линза с увеличенной глубиной фокуса

¹Конструкторско-технологический институт научного приборостроения СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация
e-mail: palchikova@gmail.com

Аннотация. В офтальмологии при лечении катаракты востребованы интраокулярные линзы, формирующие на сетчатке глаза четкое изображение предметов, находящихся на различных расстояниях. Такие свойства приобретает линза, обладающая увеличенной глубиной фокуса (EDOF). В работе предлагается и рассматривается метод расчета фазовой функции пропускания EDOF-линзы. Фазовые функции пропускания трех EDOF-линз найдены. Результаты экспериментального исследования каустики зонной пластинки EDOF подтверждают возможность расчетов по предлагаемой методике.

Ключевые слова: каустика, EDOF-линза, сферическая абберация, зонная пластинка

I. G. Palchikova^{1✉}, E. S. Smirnov¹

Lens with extended depth of focus

¹Technological Design Institute of Scientific Instrument Engineering SB RAS,
Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: palchikova@gmail.com

Abstract. Intraocular lenses are in demand in ophthalmology for cataract treatment; it is forming a clear image of objects on the retina while objects are at different distances. Such properties are acquired by a lens possessing an extended depth of focus (EDOF). In this paper, a method for calculating the phase transmittance function of an EDOF lens is proposed and discussed. The phase functions for 3 types EDOF lenses are determined. The results of experimental study of the caustics of the EDOF zone plate confirm the possibility of calculations according to the proposed method.

Keywords: caustics, EDOF lens, spherical aberration, zone plate

Введение

Распределение интенсивности света в фокальной плоскости хорошо скорректированного объектива определяется дифракцией на его выходном зрачке [1]. Продольный и поперечный размеры каустики вблизи фокуса жестко связаны: чем меньше размер пятна в геометрической фокальной плоскости, тем меньше глубина фокуса. В последние годы не ослабевает интерес к оптическим системам с увеличенной глубиной фокуса, в частности, к фокусировке излучения аксиконами [2–4]. Аксиконная фокусировка находит широкое применение в устройствах ультразвуковой диагностики, работающих по принципу запрос-ответ (или сигнал-эхо), в которых необходимо обеспечить усиление интенсивности ультразвуковой волны вдоль протяженного отрезка оптической оси [5–9]. Вместе с тем существует потребность в разработке интраокулярных

линз (ИОЛ) с увеличенной глубиной фокуса (extended depth of focus intraocular lenses – EDOF IOL), которые позволяют в отсутствие аккомодации формировать на сетчатке глаза четкое изображение предметов, находящихся на различных расстояниях. Широко обсуждается возможность применения оптических элементов, формирующих торические волновые фронты (к которым относятся и аксиконы), в конструкции EDOF IOL [10,11].

Однако, одной из особенностей [12] аксиконной фокусировки является слабая концентрация энергии в любом поперечном сечении фокального отрезка по сравнению с классической линзовой фокусировкой, что приводит к резкому падению контраста в изображении. И, кроме того, существенная пространственная вариантность оптических систем, содержащих аксиконы [12] и предназначенных для построения изображений, приводит к появлению нежелательных артефактов у пациентов после имплантации некоторых типов IOL, включая EDOF IOL [13–15].

В настоящей работе обосновывается метод расчета, и находится фазовая функция пропускания модифицированной линзы с увеличенной глубиной фокуса, определяется дифракционная структура зонной пластинки, реализующей эту фазовую функцию, и приводятся результаты экспериментального исследования каустики этой зонной пластинки (ЗП).

Расчет фазовой функции пропускания

Расчет фазовой функции пропускания модифицированной линзы будем проводить в скалярном приближении Френеля согласно подходу, развитому в [16, 17]. Ход лучей и принятые обозначения показаны на рис. 1.

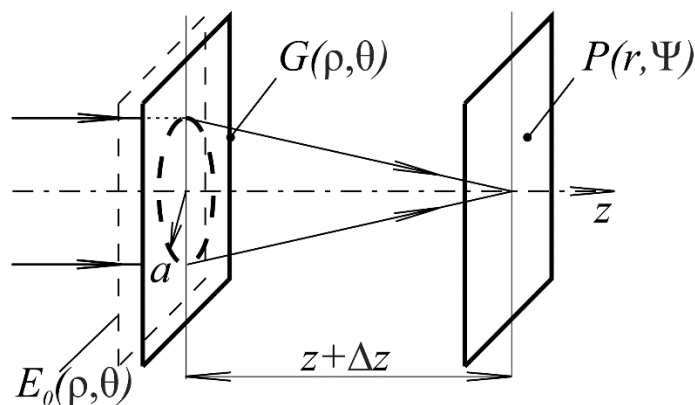


Рис. 1. Иллюстрация хода лучей и принятых обозначений

Будем считать, что падающий волновой фронт является плоским, и амплитуда $E_0(\rho)$ падающей волны не зависит от угловой координаты. Тонкий оптический элемент с фазовой функцией пропускания $\varphi(\rho)$ расположен в плоскости G и фокусирует падающий волновой фронт в каустику вдоль оптической оси (фокальный отрезок).

Амплитуда поля $E(r, \psi, z)$ в произвольной точке на оси фокального отрезка имеет вид:

$$E(\mathbf{0}, z) = \frac{k}{iz} \iint_G E_0(\rho) \exp \left\{ ik \left[\sqrt{\rho^2 + z^2} + \varphi(\rho) \right] \right\} \rho d\rho, \quad (1)$$

где λ – длина волны излучения; $k = 2\pi/\lambda$, (ρ, θ) – координаты в плоскости G ; $\varphi(\rho)$ – фазовая функция пропускания оптического элемента (линзы).

Мощность $dw(\rho)$ потока лучистой энергии, которая проходит сквозь любую круговую зону в плоскости выходного зрачка, равна

$$dw(\rho) = 2\pi\rho \left| \frac{E_0(\rho)}{E_0(0)} \right|^2 d\rho, \quad (2)$$

где ρ и $\rho + d\rho$ – внутренний и внешний радиусы круговой зоны.

Найдем фазовую функцию пропускания осесимметричного оптического элемента, который будет концентрировать эту мощность в фокальный отрезок на оптической оси между z_1 и $z_1 + dz$. Рефракционная линза концентрирует световой поток в единственную фокальную точку, и удлинение ее каустики возможно выполнить путем введения aberrаций. То есть для решения задачи необходимо определить тип вводимых aberrаций и вид зависимости, которая связывает радиальную координату в плоскости G и z -координату точек фокального отрезка.

Направление лучей, преломленных оптическим элементом, в приближении малых углов находится с помощью его фазовой функции пропускания $\varphi(\rho)$ следующим образом:

$$d\varphi/d\rho = -\rho/z. \quad (3)$$

Согласно (2) и (3), градиент распределения мощности вдоль фокального отрезка (на его оси) имеет следующий вид:

$$W = \frac{dw(\rho)}{dz} = 2\pi\rho \left| \frac{E_0(\rho)}{E_0(0)} \right|^2 \left[-\frac{d}{d\rho} \left(\frac{\rho}{d\varphi/d\rho} \right) \right]^{-1}. \quad (4)$$

Фазовая функция пропускания $\varphi(\rho)$ оптического элемента находится путем решения дифференциального уравнения (4), если задан вид градиента мощности $W = \frac{dw(\rho)}{dz}$.

Рассмотрим три частных случая распределения мощности вдоль фокального отрезка в следующем приближении. Будем считать, что освещающая волна – плоская, однородная, монохроматическая и имеет единичную амплитуду $\left| \frac{E_0(\rho)}{E_0(0)} \right| = 1$. Из уравнения (4) легко получить выражение для расчета фазовой

функции пропускания $\varphi(\rho)$ в следующем приближении $\int \frac{2\pi\rho}{W} d\rho \ll b_0$, где b_0 – постоянная интегрирования, которую мы определим ниже:

$$\varphi(\rho) = \varphi_0 - \frac{1}{b_0} \left[\frac{\rho^2}{2} - \int \rho d\rho \left(\frac{2\pi}{b_0} \int \frac{\rho}{W} d\rho \right) \right], \quad (5)$$

где φ_0 и b_0 – постоянные интегрирования.

Случай 1. Потребуем постоянство градиента мощности вдоль фокального отрезка:

$$W_1 = \frac{1}{\xi}, \quad \xi = const. \quad (6)$$

Проведя интегрирование в уравнении (5), находим фазовую функцию пропускания оптического элемента:

$$\varphi_1(\rho) = \varphi_0 - \frac{1}{b_0} \left(\frac{\rho^2}{2} - \frac{\pi\xi\rho^4}{4b_0} \right). \quad (7)$$

Таким образом, условие (6) можно удовлетворить, добавляя сферическую aberrацию (третий член уравнения (7)) к фазовой функции пропускания линзы (второй член уравнения (7)). Искомый оптический элемент представляет из себя модифицированную линзу со сферической aberrацией.

Из выражений (3) и (7) находим соответствие между координатами точек на оси фокального отрезка и радиальной координатой оптического элемента:

$$z_1(\rho) = -\frac{\rho}{d\varphi/d\rho} = \frac{b_0}{1 - \frac{\pi\xi\rho^2}{b_0}} \approx b_0 \left(1 + \pi\xi\rho^2/b_0 \right). \quad (8)$$

Постоянные ξ и b_0 : определяем из граничных условий:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 0, \quad z_1 = b_0 \\ \rho = a, \quad z_1 + \Delta z = b_0 + \pi \xi a^2 \end{array} \right\} \xi = \frac{\Delta z}{\pi a^2}, \quad (9)$$

где a – радиус выходного зрачка; $z_1 = b_0$ – фокусное расстояние для параксиальных лучей; Δz – задаваемая геометрикооптическая глубина фокуса.

Таким образом, фазовая функция пропускания (7) получена в приближении $\Delta z/z_1 \ll 1$, что равнозначно требованию малости глубины фокуса по сравнению с базовым фокусным расстоянием.

Распределение интенсивности в изображении при наличии первичной сферической аберрации рассмотрено в работе [1], где показано, что глубина фокуса увеличивается, но функция рассеяния точки может существенно отличаться от кружка Эйри при значительной величине волновой аберрации $\geq 0,94\lambda$.

Оценим отношение Штреля i (и, следовательно, уменьшение концентрации энергии в фокальном отрезке по сравнению с идеальной линзой), пользуясь соотношениями, полученными в [1]:

$$i = 1 - \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \frac{(A'_{040})^2}{90}. \quad (10)$$

В рассматриваемом случае $A'_{040} = \Delta z a^2 / 4 z_1^2$ и

$$i = 1 - \frac{1}{360} \left(\frac{\Delta z a^2 \pi}{z_1^2 \lambda} \right)^2. \quad (11)$$

Как и следовало ожидать, падение плотности энергии растет прямо пропорционально удлинению фокального отрезка $\Delta z/z_1$ и увеличению относительного отверстия a/z_1 . Пусть $\Delta z/z_1 \approx 10^{-1}$, $a/z_1 = 1/20$, $a/\lambda = 10^3$, тогда отношение Штреля составит $i=0,4$.

Случай 2. Градиент мощности вдоль фокального отрезка изменяется как:

$$W_2 = \frac{\rho}{\eta}, \quad \eta = \text{const}. \quad (12)$$

В этом случае фазовая функция пропускания оптического элемента, найденная согласно (5) имеет вид:

$$\varphi_2(\rho) = \varphi_0 - \frac{1}{b_0} \left(\frac{\rho^2}{2} - \frac{2\pi\eta\rho^3}{3b_0} \right). \quad (13)$$

Фазовая функция пропускания (13) присуща модифицированной линзе с абберацией типа кома.

Координаты точек на оптической оси соотносятся с радиальными координатами в плоскости зрачка оптического элемента как:

$$z_2(\rho) = -\frac{\rho}{d\varphi/d\rho} = \frac{b_0^2}{b_0 - \pi\eta\rho} \approx b_0 \left(1 + \pi\eta\rho/b_0 \right). \quad (14)$$

Постоянные η и b_0 определяем из граничных условий:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 0, \quad z_2 = b_0 \\ \rho = a, \quad z_2 + \Delta z = b_0 + 2\pi\eta a \end{array} \right\} \eta = \frac{\Delta z}{2\pi a}, \quad (15)$$

где a – радиус выходного зрачка; b_0 – фокусное расстояние для параксиальных лучей, Δz – задаваемая геометрооптическая глубина фокуса.

Случай 3. Пусть градиент мощности уменьшается вдоль фокального отрезка:

$$W_3 = \frac{1}{\zeta\rho}, \quad \zeta = const \quad (16)$$

Из (5) находим фазовую функцию пропускания оптического элемента:

$$\varphi_3(\rho) = \varphi_0 - \frac{1}{b_0} \left(\frac{\rho^2}{2} - \frac{2\pi\zeta\rho^5}{15b_0} \right). \quad (17)$$

Аналогично случаям 2 и 3, найдена фазовая функция пропускания модифицированной линзы с абберацией порядка выше третьего.

Координаты точек на оптической оси фокального отрезка можно выразить следующим образом:

$$z_3(\rho) = -\frac{\rho}{d\varphi/d\rho} = \frac{b_0^2}{b_0 - \frac{2\pi\zeta\rho^3}{3}} \approx b_0 \left(1 + \frac{2\pi\zeta\rho^3}{3b_0} \right). \quad (18)$$

Постоянные ζ и b_0 вновь определяем из граничных условий:

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 0, \quad z_3 = b_0 \\ \rho = a, \quad z_3 + \Delta z = b_0 + 2\pi\zeta \frac{a^3}{3} \end{array} \right\} \zeta = \frac{3\Delta z}{2\pi a^3}. \quad (19)$$

Экспериментальные результаты

Модифицированная линза с фазовой функцией пропускания $\varphi_1(\rho)$ (7) была изготовлена в виде ступенчатой зонной пластинки по технологии фотолитографии [16]. Расчет радиусов зон $\rho_{l,m}$ ЗП был выполнен с помощью обобщенного принципа таутохронизма способом, обсужденным в [16].

В приближении $\Delta z/z \ll 1$ $\rho_{l,m}$ можно записать как:

$$\rho_{l,m} = (l + m/N)\lambda \sqrt{\frac{2z_1}{(l + m/N)\lambda} + 1 + \frac{4\Delta z z_1}{a^2}} + 2(l + m/N)\lambda \frac{\Delta z}{\pi a^2}. \quad (20)$$

Первые два члена подкоренного выражения описывают границы ступеней обычной зонной пластинки с киноформным профилем зон, последующие появляются при ненулевых значениях Δz .

Характеристики ЗП с увеличенной глубиной фокуса: фокусное расстояние $z_1=100$ мм, длина фокального отрезка $\Delta z = 5$ мм, радиус $a=10$ мм, число ступеней в киноформном профиле $N=3$.

Измерения диаметра фокального пятна и распределения интенсивности в различных сечениях фокального отрезка, плотности энергии вдоль оптической оси выполнялись в соответствии с общепринятыми рекомендациями, подробно изложенными в [18]. Экспериментальная установка показана на рис. 2.

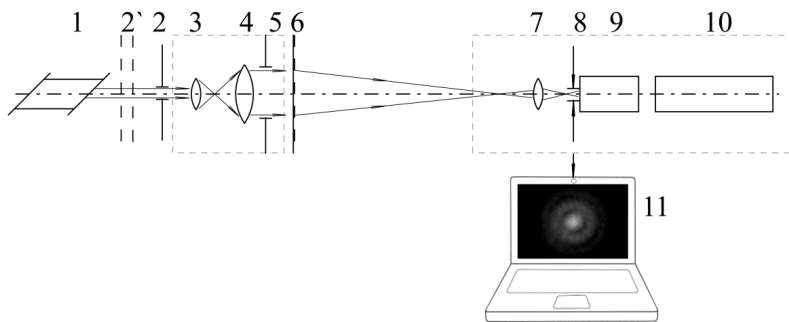


Рис.2. Принципиальная схема экспериментальной установки:

одномодовый *He-Ne* лазер – 1; устройство диспекл – 2'; диафрагма – 2; телескоп для расширения и коллимации пучка – объективы 3 и 4; апертурная ирисовая диафрагма – 5; исследуемый оптический элемент – 6; горизонтальный микроскоп с высокоапертурным и безабберационным микрообъективом – 7; фотоумножитель с диафрагмой – 8, 9; регистрирующее устройство – 10; компьютер – 11

Изображение фокальной точки наблюдается визуально, либо переносится микроскопом в плоскость диафрагмы 8 фотоумножителя (ФЭУ) 9 с увеличением. Сигнал ФЭУ регистрируется самописцем или вольтметром 10. Перемещение микроскопа и ФЭУ с диафрагмой осуществляется микрометрическими подвижками. На место диафрагмы 8 могла быть помещена фотоматрица камеры *CANON EOS 500D*, связанная с компьютером 11. Результаты измерений, записанные в файл, позволяют количественно измерять яркость и координаты любой точки изображения.

Измерения каустики основного дифракционного порядка изготовленной ЗП проводились одновременно с аналогичными измерениями для объектива с фокусным расстоянием 105 мм и линзы со сферической aberrацией ($f_R=105$ мм). На рис. 3 приведены экспериментально полученные зависимости диаметра d фокального пятна от z -координаты точек фокального отрезка: вдоль оптической оси объектива (кривая 1), линзы со сферической aberrацией (кривая 2), исследуемой ЗП с $\phi_1(\rho)$ (кривая 3). Экспериментальные данные подтверждают удлинение каустики ЗП. Однако, не меньший интерес представляет и распределение плотности энергии вдоль каустик, показанное на рис. 4. Кривые 1 и 2 на рис. 4 аппроксимируют экспериментальные данные, полученные с объективом и линзой со сферической aberrацией. Максимум каждой кривой совпадает с фокусом, а плавное спадание наблюдается по обе стороны от фокуса. ЗП демонстрирует удлинение фокального отрезка, как показывает кривая 3. Существенный разброс экспериментальных точек вызван, по-видимому, интерференцией паразитных дифракционных порядков. Распределение интенсивности в поперечных сечениях фокального отрезка на расстояниях в пределах $100 \div 101$ мм от ЗП совпадает с кружком Эйри, затем боковые лепестки возрастают, достигая $1/6$ от максимума, что близко к величине боковых лепестков при аксиконной фокусировке.

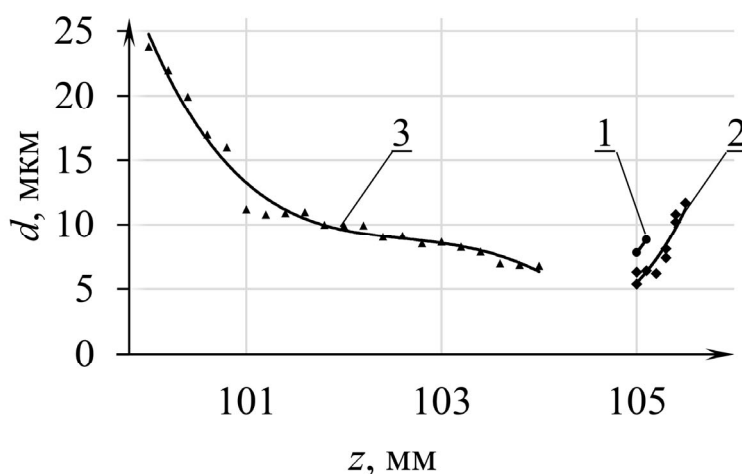


Рис. 3. Изменение диаметра фокального пятна вдоль каустики объектива (кривая 1), линзы со сферической aberrацией (кривая 2), исследуемой ЗП (кривая 3)

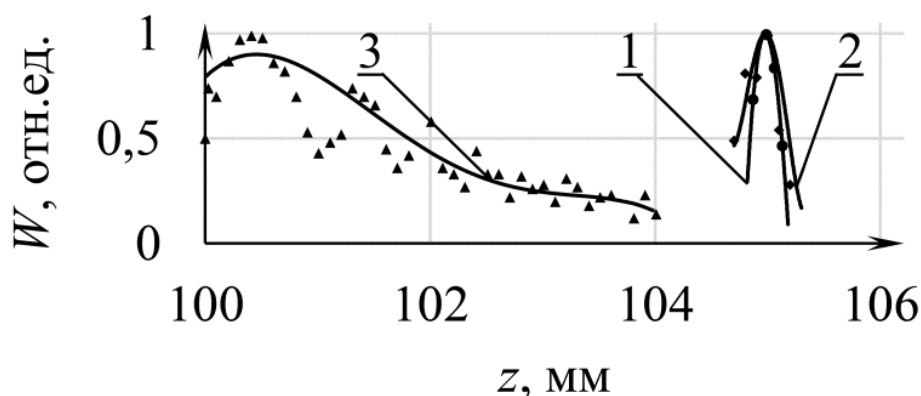


Рис. 4. Распределение энергии вдоль оси фокального отрезка объектива (кривая 1), линзы со сферической aberrацией (кривая 2), исследуемой ЗП (кривая 3)

Обсуждение и выводы

В работе представлен метод расчета фазовой функции пропускания модифицированной линзы, который основывается на задаваемых условиях на распределение мощности излучения вдоль оптической оси каустики. Показано, что формирование каустики заданной глубины достигается путем введения контролируемых aberrаций в функцию пропускания линзы, определен тип aberrаций, и выполнен расчет фазовых функций пропускания линз для трех видов градиентов мощности.

Линза с увеличенной глубиной фокуса обеспечивает более высокую концентрацию излучения, чем аксикон. В работе [12] проведено сравнение интенсивности в точке параксиального изображения идеальной линзы и на оси фокального отрезка аксикона (аналог числа Штреля), и показано, что отношение интенсивностей составляет $I_{0_axicon} / I_{0_lens} \sim 6 \cdot 10^{-3}$. То есть при фокусировке излучения аксиконом интенсивность на оси гораздо меньше (в $6 \cdot 10^{-3}$ раз), чем при фокусировке соответствующей сферической линзой. В то время как у линзы с увеличенной глубиной фокуса отношение Штреля составит 0,4. Проведенная оценка качественно описывает явление и показывает, что ЗП со сферической aberrацией обеспечивает примерно в 100 раз более высокую концентрацию излучения в поперечном сечении фокального отрезка, чем аксикон.

Дальнейшие работы предполагают оптимизацию функции пропускания ЗП для использования ее в качестве ИОЛ, расчет каустики в приближении Френеля, изготовление прототипа EDOF IOL и экспериментальное исследование его характеристик.

Благодарности

Финансовая поддержка работы осуществлялась Министерством науки и высшего образования Российской Федерации (Государственное задание № 075-00614-24-00).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. – 720 с.
2. Хило Н. А., Ропот П. И., Петров П. К., Белый В. Н. Световые пучки бесселева типа, формируемые двухкомпонентной схемой из аксикона и сферической линзы // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-мат. навук. 2020. Т. 56. № 3. С. 373 – 383. <https://doi.org/10.29235/1561-2430-2020-56-3-373-383>.
3. Jaroszewicz Z., Burvall A., Friberg A. Axicon - the Most Important Optical Element // Optics & Photonics News. 2005. Vol. 16(4). P. 34-39. DOI:10.1364/OPN.16.4.000034 .
4. Khonina S.N., Kazanskiy N.L., Khorin P.A., Butt M.A. Modern Types of Axicons: New Functions and Applications // Sensors. 2021. Vol. 21. P. 6690. <https://doi.org/10.3390/s21196690>].
5. Arimoto R., Saloma C., Tanaka T., and Kawata S. Imaging properties of axicon in a scanning optical system // Appl. Opt. 1992. Vol. 31. P. 6653 – 6657. <https://doi.org/10.1364/AO.31.006653>.
6. Weijian Tian, Zhihua Ding, Zhengkang Bao, Zukang Lu, and Zhengdong Liu. Beam shaping with component of cone axicons in confocal system // Proc. SPIE 3897. Advanced Photonic Sensors and Applications, (11 November 1999); <https://doi.org/10.1117/12.369327>.
7. Woehlke R., Brennan B. D., Cooper R. F. Axicons in adaptive optics ophthalmoscopy; observations and utility of Bessel illumination // Investigative Ophthalmology & Visual Science. 2024. Vol.65. Issue 7. P. 1416.
8. S. Nagai , K. Iizuka A practical ultrasound axicon for non-destructive testing // Ultrasonics. 1982. Vol. 20, Is. 6. P. 265 – 270. [https://doi.org/10.1016/0041-624X\(82\)90047-6](https://doi.org/10.1016/0041-624X(82)90047-6) .
9. Ruediger Grunwald, Martin Bock Needle beams: a review// Advances in Physics: X. 2020. Vol. 5. Is.1. <https://doi.org/10.1080/23746149.2020.1736950>.
10. Petelczyc K., Kolodziejczyk A., Blocki N., et al. Model of the light sword intraocular lens: in-vitro comparative studies// Biomedical Optics Express. 2020. Vol. 11, No. 1. P40 – 54. <https://doi.org/10.1364/BOE.11.000040>.
11. Mikula G., Jaroszewicz Z., Kolodziejczyk A., Petelczyc K., and Sypek M. Imaging with extended focal depth by means of lenses with radial and angular modulation // Opt. Express. 2007. Vol. 15. P. 9184 – 9193 . <https://doi.org/10.1364/OE.15.009184>.
12. Пальчикова И.Г., Смирнов Е.С. Анализ построения изображений оптическими системами, содержащими аксиконы, в рамках теории линейных систем// Автометрия. 2025. Т.61. №2. DOI: 10.15372/AUT20250200.
13. Dermot McGrath: Evaluating the EDOF Effect// ESCRS. 2024. ESCRS - Evaluating the EDOF Effect Epub.
14. Packer M. Multifocal intraocular lens technology: biomaterial, optical design and review of clinical outcomes // Expert Rev. Ophthalmol. 2011. Vol. 6. N 4. P. 437 – 412.
15. Kohnen T. Bohm M., Hemkepler E., Schönbrunn S., Delorenzo D., Petermann K., Herzog M. Visual performance of an extended depth of focus intraocular lens for treatment selection // Eye (Lond). 2019. Vol.33(10). P. 1556 – 1563. doi: 10.1038/s41433-019-0443-x. Epub
16. Коронкевич В.П., Ленкова Г.А., Михальцова И.А. и др. Киноформные оптические элементы: методы расчета, технология изготовления, практическое применение // Автометрия. 1985. №1. С. 4 – 24.
17. Пальчикова И.Г. Киноформные оптические элементы с увеличенной глубиной фокуса // Сб. Компьютерная оптика. Под ред. ак. Е.П Велихова, ак. А.М Прохорова. М.: НЦНТИ 1989. Вып. 6. С. 9 – 19.
18. Креопалова Г.В., Пуряев Д.Т. Исследование и контроль оптических систем. - М.: Машиностроение, 1978. – 224 с.

© И. Г. Пальчикова, Е. С. Смирнов, 2025