

А. В. Ильницкая¹✉, Н. В. Шестаков^{1,2}, Г. Н. Герасимов^{1,2}

Поиск наиболее информативных измерений в геодинимической ГНСС-сети с целью определения параметров очага землетрясения (на примере Нефтегорского землетрясения 1995 года)

¹Дальневосточный Федеральный Университет, г. Владивосток, Российская Федерация

²Институт прикладной математики ДВО РАН, г. Владивосток, Российская Федерация
email: ilnitskaya.av@dvfu.ru

Аннотация. В статье рассмотрена методика поиска наиболее информативных измерений в геодинимических геодезических ГНСС-сетях с целью определения параметров очага землетрясения с заданной точностью. В качестве математической модели, связывающей наземные наблюдения с параметрами очага, была выбрана широко применяемая в геофизике модель Ю. Окады, которая описывает деформации земной коры, вызванные смещениями вдоль некоторой дислокационной плоскости. Оценка точности параметров деформационной модели производилась по методу наименьших квадратов. Поиск измерений в сети, влияющих на точность определяемых параметров, осуществлялся по рекуррентным формулам. Описанный алгоритм поиска и отбора наиболее информативных измерений апробирован на примере Нефтегорского землетрясения 1995.

Ключевые слова: оптимальное проектирование сетей, модель Окады, метод наименьших квадратов, рекуррентное уравнивание, ГНСС, глобальные навигационные спутниковые системы

A. V. Ilnitskaya¹✉, N. V. Shestakov^{1,2}, G. N. Gerasimov^{1,2}

Search for the most informative measurements in the geodynamic GNSS network in order to determine the earthquake source parameters (on example of the 1995 neftegorsk earthquake)

¹Far Eastern Federal University, Vladivostok, Russian Federation

²Institute of Applied Mathematics FEB RAS, Vladivostok, Russian Federation
email: ilnitskaya.av@dvfu.ru

Abstract. This article discusses a technique for searching for the most informative measurements in geodynamic geodetic GNSS networks in order to determine the earthquake source parameters with a given accuracy. The Y. Okada model, widely used in geophysics, was chosen as a mathematical model linking ground-based observations with the parameters of the source. Okada, which describes the deformations of the earth's crust caused by displacements along a certain dislocation plane. The accuracy of the parameters of the deformation model was estimated using the least squares method. The search for measurements in the network that affect the accuracy of the determined parameters was carried out using sequential adjustment. The described algorithm for searching and selecting the most informative measurements has been tested using the example of the Neftegorsk earthquake 1995.

Keywords: optimal network design, Okada model, least squares method, sequential adjustment, GNSS (global navigation satellite systems)

Введение

В современных науках о Земле широкое применение нашли математические алгоритмы для моделирования деформаций земной поверхности, вызванных землетрясениями или другими геофизическими процессами как в локальном, так и в глобальном масштабах. В этой связи возникает интерес в использовании этих моделей для оптимального проектирования геодинимических ГНСС-сетей.

Цель работы заключается в применении алгоритма поиска наиболее информативных измерений в геодинимической ГНСС-сети для определения параметров очага землетрясения с заданной точностью (модель Окады). Выявление подобных измерений из общего количества в сети позволит значительно сократить количество измерений, а также сосредоточить усилия на выполнении наиболее важных измерений, что позволит снизить затраты на полевые наблюдения. Это особо актуально, если существуют какие-либо ограничения (временные или финансовые) в период выполнения работ.

Методика исследования

В общем виде деформационная модель представляет собой функциональную связь между деформационными параметрами (например, параметрами очага землетрясения) и величиной подвижек пунктов земной поверхности, вызванных непосредственно геодинимическим процессом. Запишем в общем виде эту связь в виде выражения:

$$d = B \cdot e, \quad (1)$$

где d – вектор измеренных подвижек пунктов на земной поверхности, B – матрица коэффициентов уравнений, связывающих измеренные подвижки пунктов сети и оцениваемые деформационные параметры; e – вектор определяемых параметров выбранной деформационной модели [1].

Оценка точности параметров деформационной модели производится по методу наименьших квадратов (МНК). Точность деформационных параметров характеризуется диагональными элементами ковариационной матрицы K_e . Ковариационная матрица связана с матрицей весовых коэффициентов выражением:

$$K_e = \mu^2 \cdot Q_e, \quad (2)$$

где μ – среднеквадратическая ошибка единицы веса.

На стадии проектирования можно принять $\mu = 1$, поэтому в дальнейших расчетах будем считать $K_e \cong Q_e$. Если принять, что вид деформационной модели и ее параметры, состав измерений сети и их точность не изменяются со временем, то можно положить, что $B = const$ и $Q = const$, где Q – ковариационная матрица измеренных смещений наземных пунктов, характеризующая точность их определения.

Тогда Q_e будет вычислена

$$Q_e = (B^T Q^{-1} B)^{-1}. \quad (3)$$

Элементы матрицы B могут быть получены путем линейризации функциональной модели (модели Окады), которая математически строго для землетрясений сдвигового и сбросового типа записывается в виде [2]:

$$u_x = -\frac{U_1}{2\pi} \left[\frac{\xi q}{R(R+\eta)} + \arctg \frac{\xi \eta}{qR} + I_1 \sin \alpha \right] - \frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{q}{R} - I_3 \sin \alpha \cos \alpha \right], \quad (4)$$

$$u_y = -\frac{U_1}{2\pi} \left[\frac{\tilde{y}q}{R(R+\eta)} + \frac{q \cos \alpha}{R+\eta} + I_2 \sin \alpha \right] \dots - \frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{\tilde{y}q}{R(R+\xi)} + \cos \alpha \arctg \frac{\xi \eta}{qR} - I_1 \sin \alpha \cos \alpha \right], \quad (5)$$

$$u_z = -\frac{U_1}{2\pi} \left[\frac{\tilde{d}q}{R(R+\eta)} + \frac{q \sin \alpha}{R+\eta} + I_4 \sin \alpha \right] \dots - \frac{U_2}{2\pi} \left[\frac{\tilde{d}q}{R(R+\xi)} + \sin \alpha \arctg \frac{\xi \eta}{qR} - I_5 \sin \alpha \cos \alpha \right], \quad (6)$$

где u_x, u_y, u_z – смещения пунктов сети на земной поверхности.

Аналитические выражения (4), (5) и (6) представляют собой довольно громоздкие формулы с большим количеством переменных, связанных функционально с параметрами очага землетрясения и здесь приведены в сжатом виде. Подробно они описаны в статьях [2, 3].

Данная модель разработана Я. Окадой в 1985 году и в настоящее время широко используется в геофизике для описания деформаций земной коры, вызванной смещениями вдоль некоторой дислокационной плоскости. Схематически ее модель очага представлена на рисунке 1 (N – направление на север (ось сонаправлена с OY), Σ – плоскость сейсморазрыва).

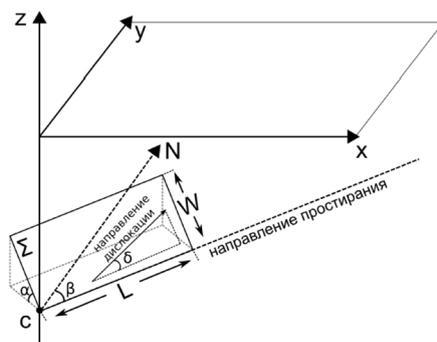


Рис. 1. Геометрическое описание модели очага землетрясения [4]

В общем виде модель Окады можно представить в виде

$$\left[u_x, u_y, u_z \right]^T = f(\alpha, \beta, \delta, C, L, W, U), \quad (7)$$

где α – угол падения плоскости сейсмодислокации; β – азимут простирания плоскости; δ – направление подвижки в плоскости; C – глубина гипоцентра; L – длина сейсмодислокационной плоскости; W – ее ширина; U – величина смещения.

В своем исследовании в качестве определяемых параметров мы примем компоненты величины смещения в очаге U :

$$U_1 = U \cos \delta, \quad (8)$$

$$U_2 = U \sin \delta, \quad (9)$$

где U_1 – компонента вектора подвижки в очаге по направлению простирания; U_2 – по падению; δ – угол направления подвижки; U – величина смещения по направлению δ .

Остальные параметры очага ($\alpha, \delta, \beta, C, L, W$) примем, как известные из источника [5].

Поскольку в нашем решении два определяемых параметра, то ковариационная матрица деформационных параметров Q_e будет в данном случае иметь размерность 2×2 , а ее диагональные элементы будут равны квадратам среднеквадратических ошибок $m_{U_1}^2$ и $m_{U_2}^2$.

Оценить точность определения параметров геодинамической модели (матрицу Q_e) можно, используя широко известные формулы рекуррентного уравнивания [6, 7].

Допустим, что геодезическая сеть, содержащая $i-1$ измерений, была уравнена параметрическим способом и получен вектор неизвестных X_{i-1} и матрица обратных весов Q_{i-1} . В последствии к сети возникла необходимость добавить дополнительную группу измерений i с соответствующей системой уравнений поправок

$$V_i = A_i \Delta X_i + L_i, \quad (10)$$

где V_i – вектор поправок к измеренным величинам; A_i – матрица коэффициентов уравнений поправок; ΔX_i – вектор поправок к параметрам; L_i – вектор свободных членов.

Матрицу коэффициентов нормальных уравнений можно записать в виде

$$R_i = R_{i-1} + A_i^T P_i A_i, \quad (11)$$

и учитывая определив матрицу обратных весов $R_i^{-1} = Q_i$:

$$Q_i = Q_{i-1} - Q_{i-1} A_i^T R_{i-1}^{-1} A_i Q_{i-1}, \quad (12)$$

где P – весовая матрица вектора измерений i .

Рекуррентные формулы для расчета матрицы Q_e можно использовать для определения величины вклада каждого измерения (геодезического пункта) в общую оценку точности деформационных параметров путем их последовательного добавления и последующего вычисления Q_e .

При включении в деформационную сеть дополнительного измерения с номером j , диагональные элементы ковариационной матрицы деформационных параметров Q_e уменьшатся на величины

$$\Delta q_{ii}^e(j) = \Delta q_{ii}^e(j-1) - \Delta q_{ii}^e(j), i = 1, 2, \dots, k; j = 1, 2, \dots, n, \quad (13)$$

где $\Delta q_{ii}^e(j-1)$ и $\Delta q_{ii}^e(j)$ – диагональные элементы матрицы Q_e до включения в схему сети j -го измерения и после его включения соответственно; k – количество определяемых параметров; n – количество всех возможных измерений в проектируемой сети.

Анализируя величины $\Delta q_{ii}^e(j)$ можно делать выводы о вкладе каждого конкретного измерения (пункта) сети в общую точность оценивания определяемых параметров и таким образом отбирать наиболее информативные [8]. После отбора измерения необходимо вычислить ковариационную матрицу деформационных параметров Q_e по рекуррентным формулам (11), (12) с учетом отобранного измерения. Критерий отбора математически можно записать в виде:

$$m_i \leq m_{i,зад}, i = 1, \dots, k, \quad (14)$$

где k – количество определяемых деформационных параметров; m_i – среднеквадратическая ошибка i -го деформационного параметра; а $m_{i,зад}$ – требуемая точность его получения [9].

Результаты

Мы применили вышеописанный алгоритм отбора наиболее информативных измерений в геодинамической ГНСС-сети, использованной для определения параметров очага Нефтегорского землетрясения, которое произошло 28 мая 1995 г. в городе Нефтегорск на севере острова Сахалин. Основные параметры очага приведены в таблице 1.

Таблица 1

Основные параметры землетрясения

Координаты		L, км	W, км	C, км	$\delta, ^\circ$	$\alpha, ^\circ$	$\beta, ^\circ$	U, м
с.ш., $^\circ$	в.д., $^\circ$							
53,010	143,990	40	27	0,0	200	80	172	4,3

Механизм землетрясения относится к сдвиговому типу, что характерно для севера Сахалина, расположенного в зоне взаимодействия Охотской и Евразийской плит. Расположение очага землетрясения показано на рис. 2.

В нашем исследовании была использована геодинимическая сеть, состоящая из 20 пунктов (общее число наблюдений $n=60$). Схема их расположения приведена на рис. 3.

Поскольку весовая матрица измеренных величин нам была неизвестна, то для уравнивания мы приняли измерения некоррелированными, а веса назначили обратно пропорционально квадратам среднеквадратических ошибок: $m_x=m_y=3$ см, а $m_z=6$ см.

Расположение пунктов ГНСС-сети относительно проекции дислокационной плоскости приведены на рис. 4. Географические координаты (широта и долгота) пунктов пересчитаны в топоцентрические (East-North-Up), где за начало отсчета принят геометрический центр плоскости дислокации. Ее проекция на поверхность показана в виде черного прямоугольника

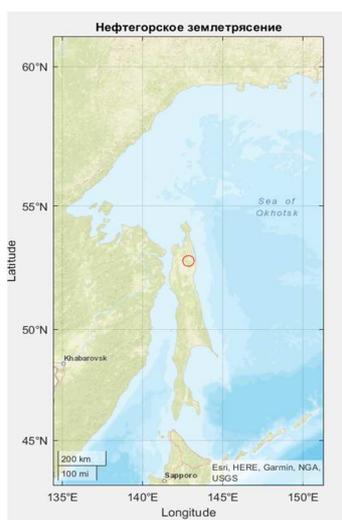


Рис. 2 Местоположение очага Нefтегорского землетрясения.

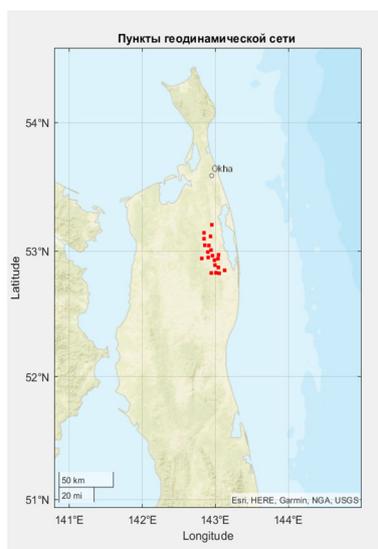


Рис. 3 Схема расположения пунктов ГНСС-сети.

Вектор деформационных параметров будет равен вектору $e = [U_1 \ U_2]^T$, а отобранные наиболее информативные измерения должны удовлетворять условию

$$\begin{cases} m_{U_1} \leq m_{U_1,зад} \\ m_{U_2} \leq m_{U_2,зад} \end{cases}, \quad (15)$$

где m_{U_1} и m_{U_2} – среднеквадратические ошибки параметров U_1 и U_2 , обеспечиваемые оптимальным выбором измерений в сети; $m_{U_1,зад}$ и $m_{U_2,зад}$ – заданные среднеквадратические ошибки определения U_1 и U_2 .

Для определения $m_{U_1,зад}$ и $m_{U_2,зад}$ мы вычислили по формуле (3) максимально достижимую точность определения параметров U_1 и U_2 для данной сети с учетом всех наблюдений n . Эти значения составили $m_{U_{1,max}} = 0,026 м$ и $m_{U_{2,max}} = 0,027 м$ соответственно. Следовательно, значения заданных среднеквадратических ошибок должны превышать максимальные.

Отбор наиболее информативных измерений выполнялся до тех пор, пока не будет достигнуто соотношение (15).

Установим $m_{U_{1,зад}} = m_{U_{2,зад}} = 0,03 м$. В результате использования оптимизационного алгоритма было отобрано 11 пунктов, схема расположения которых указана на рисунке 5. Далее примем $m_{U_{1,зад}} = m_{U_{2,зад}} = 0,05 м$. Расчеты указали на 3 пункта сети, наблюдений которых будет достаточно для получения смещения в очаге с указанной точностью (рисунок 6).

Алгоритм поиска и отбора наиболее информативных измерений программно реализован в ПО Matlab.

Заключение

Приведенные в предыдущем разделе результаты применения алгоритма поиска наиболее информативных измерений в геодинамической ГНСС-сети, иллюстрируют эффективность использования алгоритма, значительно снижая количество наблюдаемых пунктов при условии сохранения необходимой точности определяемых параметров. В случае, когда требовалось найти количество оптимальных пунктов в сети при сохранении точности определяемых параметров, сопоставимой с максимально достижимой ($m_{U_{1,зад}} = m_{U_{2,зад}} = 0,03 м$), количество измерений сокращалось практически в два раза. Если критерии отбора ослаблялись ($m_{U_{1,зад}} = m_{U_{2,зад}} = 0,05 м$), то количество отобранных измерений составило всего три. Это в свою очередь ведет к значительному сокращению объемов полевых работ, особенно в условиях ограниченности периода времени, выделенного на наблюдения, или под действием каких-то других факторов.

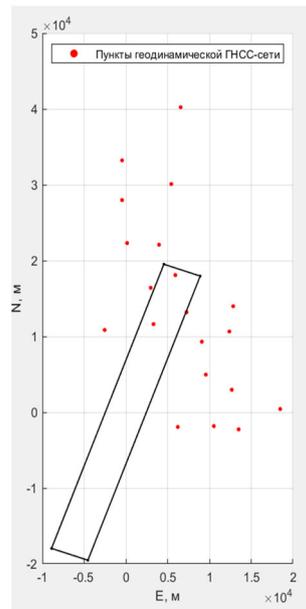


Рис. 4 Схема расположения пунктов ГНСС-сети

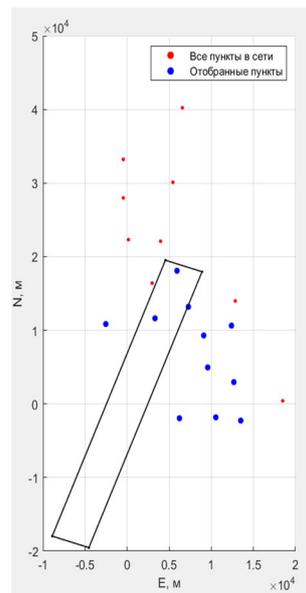


Рис. 5 Наиболее информативные пункты при $m_{зад} = 0,03 м$

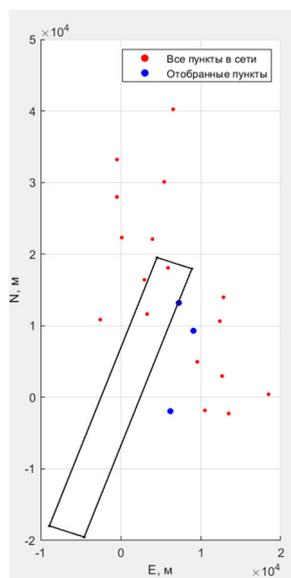


Рис. 6 Наиболее информативные пункты
при $m_{зад} = 0,05м$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Герасименко М.Д., Касахара М., Шестаков Н.В. Оптимальное проектирование схемы деформационных геодезических сетей // Изв.ВУЗов. Геодезия и аэрофотосъемка, 2002, №4, С. 21-35.
2. Okada Y., Surface deformation due to shear and tensile faults in a half-space, Bull. Seismol. Soc. Am., Vol 75. - №4, pp. 1135-1154, 1985.
3. Gapeev M. I. Estimating the increased deformations areas that occur during the preparation of Kamchatka earthquakes. Vestnik KRAUNC. Fiz.-mat. nauki. 2022, Vol – 41. - № 4, 32-46.
4. Шестаков Н. В., Нечаев Г. В., Кишкина А. К., и др. Оценка влияния землетрясений на смещения поверхности острова/Сахалин за 1990 –2020 гг. и необходимости его учета для ГНСС-позиционирования/ Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2023. Т. 20. № 1. С. 113–130.
5. Маркузе Ю. И. Основы уравнильных вычислений: Учеб. пособие для вузов – М.: Недра, – 1990. – 240 с.
6. Маркузе Ю. И. Уравнивание и оценка точности плановых геодезических сетей. М., Недра, 1982, 191 с.
7. Шестаков Николай Владимирович. Оптимальное проектирование деформационных GPS/ГЛОНАСС сетей : Дис. ... канд. техн. наук : 05.13.18 Владивосток, 2005 159 с. РГБ ОД, 61:06-5/511.
8. Шестаков Н. В. Оптимальное проектирование деформационных GNSS сетей / Н. В. Шестаков, М. Д. Герасименко; Рос. акад. наук, Дальневост. отд-ние, Ин-т прикл. математики. – Владивосток : Дальнаука, 2009. – 132 с.

© А. В. Ильницкая, Н. В. Шестаков, Г. Н. Герасимов, 2025