

А. С. Хорунженко^{1✉}, Ан. Г. Марчук²

Расчёт цунами в больших областях методом декомпозиции сетки

¹Институт автоматизации и электрометрии СОРАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СОРАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация
e-mail: a.khorunzhenko@g.nsu.ru

Аннотация. Современные многопроцессорные вычислительные системы позволяют существенно ускорять процесс численного моделирования распространения цунами с учетом подводного рельефа и глубины водоема. Это даёт возможность в оперативном режиме оценивать ожидаемую высоту волны вдоль побережья, а также потенциальные зоны затопления сразу после сейсмического события. Основным ограничением в таких расчётах является недостаточный объём доступной оперативной памяти, особенно в ситуациях, когда требуется рассматривать крупные акватории на детализированной сетке. В данной статье описывается метод декомпозиции исходной расчётной области на несколько вспомогательных подобластей меньшей площади, что даёт возможность наиболее эффективно использовать даже ограниченные вычислительные ресурсы. Предлагаемый подход позволяет получить детальное распределение высоты волны вдоль побережий и оценить зоны затопления без привлечения суперкомпьютеров.

Ключевые слова: расчёт цунами, разбиение области, производительность, моделирование мелкой воды

A. S. Khorunzhenko^{1✉}, An. G. Marchuk²

Calculation of tsunami wave propagation using domain decomposition

¹Institute of Automation and Electrometry SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

²Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: a.khorunzhenko@g.nsu.ru

Abstract. Leveraging modern multiprocessor computing systems can greatly accelerate the calculation of tsunami wave propagation, enabling rapid estimation of expected wave heights along the shore and identifying potential inundation zones immediately following a seismic event. However, the limited memory capacity of current hardware constrains the ability to perform high-resolution calculations quickly. In this paper, we propose a grid-partitioning strategy that divides a large computational domain into smaller sub-grids, thereby facilitating prompt determination of inundation areas and detailed assessment of expected wave heights while operating on limited computational resources. This approach allows for precise modeling in specific regions, even when using a standard personal computer.

Keywords: tsunami wave calculation, domain decomposition, performance gain, shallow water modeling

Введение

Благодаря прогрессу в вычислительной математике, компьютерных технологиях и системах мониторинга водной поверхности стало возможным сравнительно быстро моделировать распространение волн в океане, в том числе цунами, используя современные вычислительные комплексы [1–3]. Однако важнейшей задачей остаётся достижение необходимой детализации результатов при ограниченных объёмах оперативной памяти (ОЗУ). Это критично для оперативного прогноза высот волн и зон затопления прибрежных территорий, где цунами может представлять серьёзную опасность.

Если рассматривать крупную область океана с сеточным шагом порядка сотен метров, то общий размер вычислительных массивов может оказаться настолько велик, что не поместится в доступное ОЗУ даже при использовании мощных серверов. Одним из способов добиться высокой точности в прибрежных районах является метод вложенных сеток [4], однако он усложняется необходимостью задания граничных условий на стыках разной детализации. В данной работе предлагается иная стратегия – разбиение расчётной сетки на несколько перекрывающихся подобластей с последовательной (или параллельной) обработкой. Такой подход снижает требования к оперативной памяти и позволяет при необходимости достаточно детально исследовать побережье, используя даже обычный персональный компьютер (ПК).

Методы и материалы

При моделировании распространения цунами на реальном рельефе дна без учёта трения и силы Кориолиса обычно используют систему нелинейных уравнений мелкой воды [5, 6] вида

$$H(x, y, t) = \eta(x, y, t) + D(x, y) \quad (1)$$

где H – полная толщина столба воды; η – возмущение свободной поверхности; D – глубина (рельеф дна), заранее известная в каждом узле сетки.

Пусть (u, v) – горизонтальные компоненты скорости потока воды, а g – ускорение свободного падения. Тогда система уравнений может быть записана как:

$$\begin{cases} H_t + (uH)_x + (vH)_y = 0 \\ u_t + uu_x + vv_y + gH_x = gD_x \\ v_t + uv_x + vv_y + gH_y = gD_y \end{cases} \quad (2)$$

Сферичность Земли часто учитывается путём корректировки длины шага сетки по широте ϕ пропорционально $\cos(\phi)$. Для численного решения используется разностная схема МакКормака (MacCormack) [7] с промежуточным слоем по времени. Параллельная реализация описана в ряде работ [8, 9]. Важно, что для хранения всех необходимых данных (уровень воды, скорость на старом, новом и

промежуточном временных слоях, массив глубин и вспомогательные поля) требуется большой объём оперативной памяти.

Если размер домена по долготе и широте велик, а шаг сетки мал, возникает опасность, что на стандартных компьютерах или даже на некоторых серверах все массивы не поместятся в ОЗУ. Поэтому возникает идея разбивать расчётную сетку на несколько подобластей и вычислять волну «по частям», обмениваясь информацией на стыках.

Суть метода разбиения области состоит в том, что весь прямоугольный регион моделирования делится на несколько блоков (например, вертикальные или горизонтальные полосы), каждая из которых чуть перекрывает соседнюю для корректного вычисления производных на границах. Рассмотрим для определённости вертикальное разбиение:

1. первая подобласть содержит n_0 левых столбцов сетки (i, j) размером $n_{\max} \times m_{\max}$;
2. вторая начинается со столбца $n_0 - 1$ и заканчивается на столбце $2n_0$;
3. третья подобласть начинается с $2n_0 - 1$ и т. д.

Такое «перехлестывание» на 1 столбец обусловлено тем, что в схеме Мак-Кормака для определения значений в столбце n на новом временном слое требуются данные из столбцов $n - 1$, n и $n + 1$. В итоге центральные столбцы каждой подобласти вычисляются по обычной схеме, а «лишний» столбец становится краевым и обменивается с соседней подобластью. Граничные условия (свободные или отражающие) по схеме накладываются только на внешнюю границу всей области (например, западную и восточную при разбиении по x).

После того как в одной подобласти завершён очередной шаг по времени, значения на её правом (или левом) граничном столбце передаются соседней подобласти, чтобы в следующем шаге она могла корректно вычислить свои центральные узлы. Аналогично происходит и в обратную сторону. Таким образом, отпадает необходимость придумывать дополнительные «искусственные» граничные условия на стыках подобластей, поскольку все необходимые данные по факту передаются из соседних зон.

Предложенный подход может быть реализован как в однопоточном режиме (когда блоки рассчитываются поочерёдно), так и в параллельном (каждая подобласть обрабатывается на своём процессоре или узле кластера). В последнем случае выигрыш особенно велик, если число блоков согласовано с количеством вычислительных устройств, позволяя эффективнее загружать систему.

Результаты

Программа численного моделирования распространения цунами на основе нелинейных уравнений мелкой воды (1) реализована на языке C++. Для проверки корректности и эффективности предложенного алгоритма были проведены тестовые расчеты модельных задач. В первом тестовом численном эксперименте круговой очаг цунами радиусом 50 км располагался в центре области размером 1000x1000 км с максимальным смещением водной поверхности в центре, равным

+1 м. Глубина во всей области равнялась 1000 м. Вся область была разделена на 8 вертикальных полос размером 125x1000 км (рис. 1а).

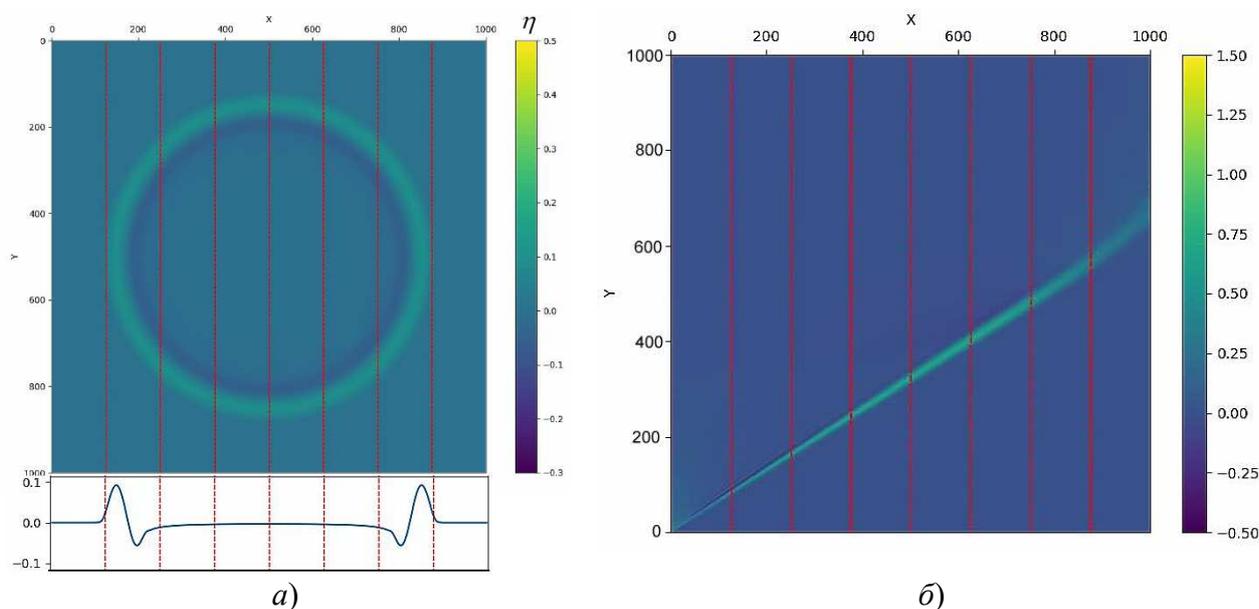


Рис. 1. Поверхность расчетной области. Пунктирными линиями обозначены границы разбиения на подобласти: а) через 1725 с после генерации волны круговым источником. В нижней части показан профиль водной поверхности (в метрах) вдоль линии $y=500$ км, параллельной оси абсцисс. б) над параболическим рельефом дна через 2100 с после начала движения волны от левой границы области.

На рисунке 1б показана водная поверхность через 2100 с после начала процесса. Хорошо видно, что фронт волны остается прямолинейным, что соответствует точному решению для кинематики фронта волны над параболическим рельефом дна [10].

Третий тест проверяет корректность моделирования процесса отражения волны от вертикальной стенки. В данном вычислительном эксперименте волна цунами, распространяющаяся от левой границы расчетной области, отражается от отражающей стенки, ориентированной под углом 45° к нижней границе области. В узлах сетки, моделирующих стенку, накладывалось условие полного отражения, суть которого заключается в приравнении нулевой нормальной скорости к отражающей линии. На рис. 2а визуализированы результаты данного расчета, показывающие момент, когда часть фронта волны уже отразилась от стенки.

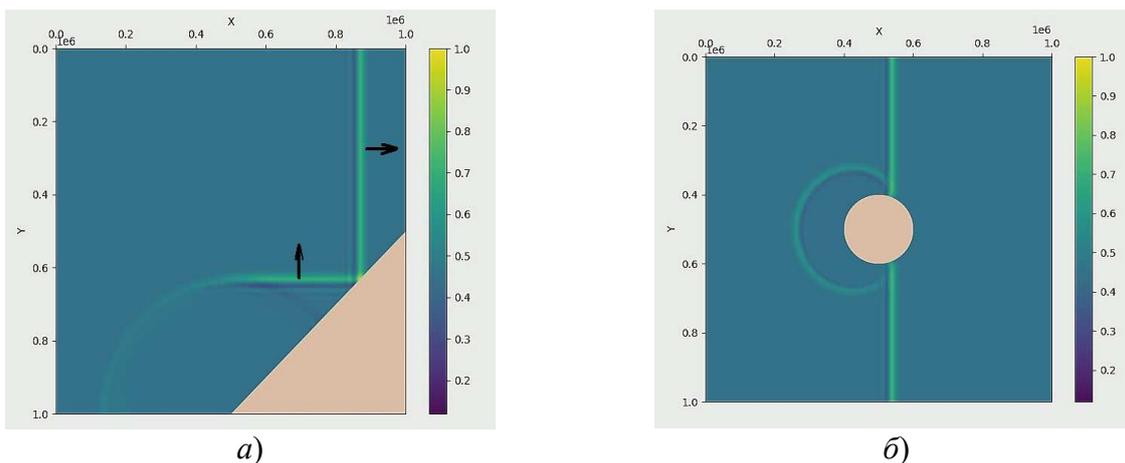


Рис. 2. Отражение плоской волны. а) от наклонной стенки под углом 45° к исходному направлению волны. Часть фронта уже отразилась. б) от кругового острова (радиус 100 км). Отражённая волна подчиняется законам геометрической оптики

Из рисунка 2б видно, что отражение волны происходит по законам геометрической оптики, что согласуется с теоретическими результатами. Таким образом все проведенные тесты подтверждают, что разбиение области на подобласти не вносит погрешностей при корректном обмене информацией между блоками.

Для проверки на реальных данных была выбрана область, включающая в Японское море (от 33.0° до 53.0° с. ш. и от 127.3° до 142.3° в. д.). Батиметрия взята из открытого набора GEBCO-2024 [11] с шагом 0.0041667° , что даёт сетку 3601×4801 узлов. Шаг по времени – 1 с, всего 10 000 шагов (около трёх часов модельного времени). География и рельеф дна расчетной области показаны на рис. 3.

В качестве модельного источника использовалось эллиптическое начальное поднятие поверхности с максимальным подъёмом $\eta_0=2$ м в центре и полуосями $r_1=100$ км, $r_2=25$ км, ориентированными под углом $\alpha=80^\circ$ к параллелям.

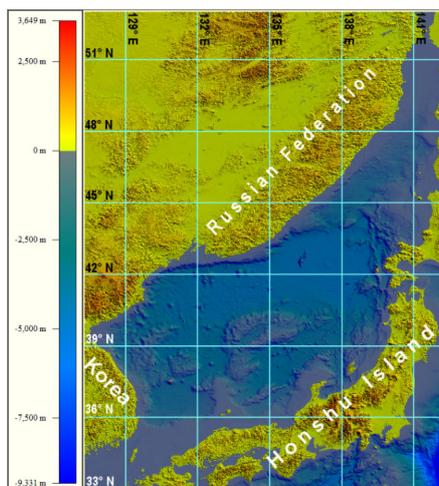


Рис. 3. Визуализация географии и цифровой батиметрии области для численного моделирования, включающей всё Японское море

Пусть (x_0, y_0) – координаты центра источника, а

$$r = \sqrt{\left(\frac{\cos(\alpha) \cdot x + \sin(\alpha) \cdot y}{r_1}\right)^2 + \left(\frac{\cos(\alpha) \cdot y - \sin(\alpha) \cdot x}{r_2}\right)^2}. \quad (3)$$

Тогда начальное возмущение можно задать, например, так:

$$\eta(x_0 + x, y_0 + y) = \frac{\eta_0}{2} (1 + \cos(\pi \cdot r)), (0 \leq r \leq 1), \quad (4)$$

где r – параметр, определяющий «крутизну» распределения поднятия внутри эллипса; η_0 – максимальное смещение водной поверхности в центре источника с координатами (x_0, y_0) ; угол α – наклон длинной оси к направлению параллелей.

Трёхмерное изображение начального смещения водной поверхности в описываемом источнике показано на рисунке 4.

После 10 000 с волна достигает значительной части акватории. Расчёты показывают, что основная энергия распространяется к западному побережью Хонсю, к российскому Приморью и к восточным берегам Корейского полуострова.

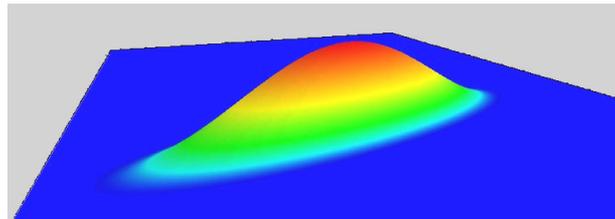


Рис. 4. Трёхмерное представление эллиптического источника (полуоси 100 и 25 км)

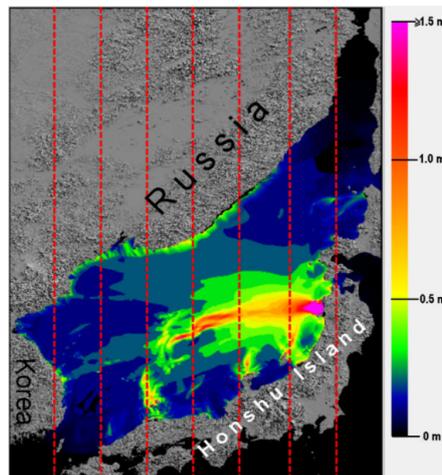


Рис. 5. Распределение максимальных высот цунами (цветом) и линии разбиения области (пунктир) через 10 000 с. Красный цвет означает волны выше 1 м

Благодаря предлагаемому методу разбиения на подобласти (с обменом данными на стыках) удаётся провести столь детализированный расчёт на сравнительно ограниченных ресурсах. На рисунке 5 красным цветом закрашены места, где высота волны превышает 100 см. В частности, это происходит в направлении

префектуры Ниигата, острова Садо и полуострова Ното. Например, максимальная высота волны у побережья полуострова Ното составила 150 см, а у побережья Республики Корея максимальная высота волны составила 120 см. Сравнение результатов без разделения области и с разделением всей области на подобласти подтвердило корректность алгоритма при отсутствии каких-либо негативных эффектов на границах подобластей.

Заключение

Эффективность предлагаемого подхода подтверждена как тестированием на задачах с известными точными решениями, так и на распространении волн на реальной батиметрии. Полученные результаты показали, что использование метода разбиения всей расчетной области на подобласти с последующим расчетом «по частям» позволяет проводить численное моделирование в областях, размер которых превышает возможности ограниченных вычислительных ресурсов.

Кроме того, предлагаемый метод демонстрирует особую полезность при расчетах для областей с высокой детализацией и позволяет концентрировать вычислительные мощности на наиболее критических участках. Это открывает перспективы для оперативного прогнозирования зон затопления и их визуализации даже на персональном компьютере.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке госзаданий ИАЭ СО РАН FWNG-2024-0014 и ИВМиМГ СО РАН FWNM-2025-0004.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Titov V. V., Gonzalez F. I. Implementation and Testing of the Method of Splitting Tsunami (MOST) Model. NOAA Technical Memorandum ERL PMEL-112; NOAA: Washington, DC, USA, 1977.
2. Wang X., Power W. L. COMCOT: A Tsunami Generation Propagation and Run-Up Model. GNS Science: Lower Hutt City, New Zealand, 2011.
3. Shuto N., Goto C., Imamura F. Numerical simulation as a means of warning for near field tsunamis. Coastal Engineering in Japan, 33, 173–193, 1990.
4. Hayashi K., Vazhenin A., Marchuk A. Distributed nested streamed models of tsunami waves. International Journal of Computational Science and Engineering, 23(2), 124–135, 2020.
5. Stoker J. J. Water Waves. The Mathematical Theory with Applications. Interscience Publishers: New York, NY, USA, 1957.
6. Kowalik Z., Murty T. S. Numerical Modeling of Ocean Dynamics. World Scientific: Singapore, 1993.
7. MacCormack R. W., Paullay A. J. Computational Efficiency Achieved by Time Splitting of Finite-Difference Operators. AIAA paper, 72-154, 1972.
8. Lavrentiev M., Lysakov K., Marchuk A., Oblaukhov K. Fundamentals of Fast Tsunami Wave Parameter Determination Technology for Hazard Mitigation. Sensors, 22(19), 7630, 2022.
9. Lavrentiev M., Romanenko A., Titov V., Vazhenin A. High-Performance Tsunami Wave Propagation Modeling. В Proc. of the International Conference on Parallel Computing Technologies, Springer, Lecture Notes in Computer Science, 5698, 423–434, 2009.
10. Marchuk A. G. Benchmark solutions for tsunami wave fronts and rays. Part 2: Parabolic bottom topography. Science of Tsunami Hazards, 36(2), 70–85, 2017.
11. GEBCO Homepage: https://www.gebco.net/data_and_products/gridded_bathymetry_data/ (дата обращения 10.03.2025).

©А. С. Хорунженко, Ан. Г. Марчук, 2025