

А. А. Михайлов^{1✉}, Х. Х. Имомназаров¹, И. К. Искандаров², И. Н. Умаров³

Исследование влияния пространственного расположения эпицентров очагов землетрясений и геологического строения среды на характер распространения сейсмических волн

¹Институт вычислительной математики и математической геофизики
Сибирского отделения РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

²Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск, Российская Федерация

³Каршинский государственный университет, г. Карши, Узбекистан

e-mail: imom@omzg.sccc.ru

Аннотация. Рассматривается решение прямой динамической задачи теории упругости, которая моделирует формирование и распространение сейсмических волн от землетрясений, возникающих при тектонических процессах в нижних слоях земной коры. Поставленная задача записывается в виде динамических уравнений теории упругости в терминах компонент скоростей смещений и напряжений для двухмерной Декартовой системы координат. В настоящей статье рассматривается эффективный алгоритм решения данной прямой динамической задачи сейсмики. Численное решение задачи основано на методе комплексирования аналитического преобразования Лагерра и конечно-разностного метода. Интегральное преобразование Лагерра применяется по временной координате, аналогично спектральному преобразованию Фурье. Представлены численные результаты моделирования сейсмических волновых полей для реалистичной модели среды Байкальской рифтовой зоны. Анализируются сейсмические волновые поля, генерируемые в неоднородной упругой среде падающей волной из эпицентра землетрясения.

Ключевые слова: упругая среда, сейсмические волны, землетрясения, прямая задача, преобразование Лагерра, разностная схема

A. A. Mikhailov^{1✉}, Kh. Kh. Imomnazarov¹, I. K. Iskandarov², I. N. Umarov³

Investigate influence of a spatial arrangement of epicenters of the centers of earthquakes and geological structure of the media on the nature of distribution of seismic waves

¹Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, the Russian Federation

²Pacific National University, Khabarovsk, the Russian Federation

³Karshi State University, Karshi, Uzbekistan

e-mail: imom@omzg.sccc.ru

Abstract. The paper considers the solution of the direct dynamic problem of elasticity theory, which models the formation and propagation of seismic waves from earthquakes occurring during tectonic processes in the lower layers of the earth's crust. The problem is written in the form of dynamic equations of elasticity theory in terms of components of displacement and stress velocities for a two-dimensional Cartesian coordinate system. This paper considers an efficient algorithm for solving this direct dynamic seismic problem. The numerical solution of the problem is based on the method of combining the analytical Laguerre transform and the finite-difference method. The integral Laguerre transform is applied along the time coordinate, similar to the spectral Fourier transform. The

numerical results of modeling seismic wave fields for a realistic model of the Baikal rift zone media are presented. Seismic wave fields generated in an inhomogeneous elastic medium by an incident wave from the earthquake epicenter are analyzed.

Keywords: elastic medium, longitudinal wave, earthquakes, direct problem, Laguerre transform, difference scheme

Введение

Регистрируемые сейсмические волны характеризуют не только очаг землетрясения, но и среду, через которую они распространяются, поэтому сейсмоакустические волновые поля являются основным носителем информации в сейсмологии. Самыми разрушительными при землетрясениях являются поверхностные волны, так как они имеют низкую частоту, большую амплитуду и внушительное время действия. Большую разрушительную силу имеют также прямые продольные сейсмические волны, возникающие в результате сдвига тектонических плит земной коры на больших по площади пространственных участках. В результате такого типа очагов землетрясений генерируется протяжённая плоская продольная волна с большой амплитудой. На амплитуду этих волн влияет не только геологическая структура в очаге землетрясения, но структура и физические свойства вышележащих слоёв среды. Точные значения характеристик сейсмических волн, регистрируемых на свободной поверхности, могут быть определены в результате численного математического моделирования. Амплитуда и форма фронта этой волны зависит от геометрии границ нижележащих слоев и акустической контрастности их физических свойств.

Математические методы, основанные на распространении сейсмических волн в акустической или идеально упругой среде, успешно применяются к различным геофизическим задачам для идентификации геологических структур.

В данной работе исследуются вопросы формирования сейсмических волновых полей от землетрясений, возникающих при тектонических процессах в нижних слоях земной коры. Для моделирования этого процесса численно решается прямая динамическая задача распространения сейсмических волн в упругой среде. Исходная система записывается в виде гиперболической системы в терминах скоростей смещений и тензора напряжений. Для численного решения поставленной задачи используется метод комплексирования аналитического преобразования Лагерра по времени и конечно-разностного метода по пространству. Данный метод решения динамических задач теории упругости был впервые рассмотрен в работах [1, 2], а затем развит и для задач вязкоупругости [3, 4]. Предлагаемый метод решения можно рассматривать как аналог известного спектрально-разностного метода на основе Фурье-преобразования, только вместо частоты ω мы имеем параметр m - степень полиномов Лагерра.

Постановка задачи

Распространение сейсмических волн в упругой среде записывается известной системой уравнений первого порядка теории упругости через взаимосвязь

компонент вектора скорости смещений и компонент тензора напряжений в декартовой системе координат (x_1, x_2) :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \lambda \delta_{ik} \operatorname{div} \vec{u} + \delta_{ik} F_i f(t). \quad (2)$$

Здесь δ_{ij} - символ Кронекера, $\lambda(x_1, x_2)$, $\mu(x_1, x_2)$ - упругие параметры среды, $\rho(x_1, x_2)$ - плотность среды, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ - вектор скорости смещений, σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, $\vec{F}(x_1, x_2) = F_1 \vec{e}_x + F_2 \vec{e}_z$ описывает пространственное распределение источника, а $f(t)$ - заданный временной сигнал в источнике. Для точечного источника типа центр давления: $F_i = \delta(x - x_0) \delta(z - z_0)$.

Задача решается при нулевых начальных данных $u_i|_{t=0} = \sigma_{ij}|_{t=0} = 0$ и граничных условиях на свободной поверхности $x_2 = 0$

$$\sigma_{12}|_{x_2=0} = \sigma_{22}|_{x_2=0} = 0. \quad (3)$$

Алгоритм решения

Для решения поставленной задачи (1)-(3) используем интегральное преобразование Лагерра по времени вида [1, 2]:

$$\vec{W}_m(x_1, x_2) = \int_0^\infty \vec{W}(x_1, x_2, t)(ht)^{-\frac{\alpha}{2}} l_m^\alpha(ht) d(ht), \quad (4)$$

с формулой обращения

$$\vec{W}(x_1, x_2, t) = (ht)^{\frac{\alpha}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m!}{(m+\alpha)!} \vec{W}_m(x_1, x_2) l_m^\alpha(ht), \quad (5)$$

где $l_m^\alpha(ht)$ - ортогональные функции Лагерра.

После применения интегрального преобразования Лагерра по времени исходная задача (1)-(3) сводится к решению системы дифференциальных уравнений только по пространственным координатам (x_1, x_2) .

$$\frac{h}{2} u_i^m + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ik}^m}{\partial x_k} = -h \sum_{n=0}^{m-1} u_i^n, \quad (6)$$

$$\frac{h}{2} \sigma_{ik}^m + \mu \left(\frac{\partial u_k^m}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^m}{\partial x_k} \right) + \lambda \delta_{ik} \operatorname{div} \vec{u}^m = \delta_{ik} F_i f^m - h \sum_{n=0}^{m-1} \sigma_{ik}^n, \quad (7)$$

где $f^m = \int_0^\infty f(t)(ht)^{-\frac{\alpha}{2}} l_m^\alpha(ht) d(t)$.

Для дальнейшего решения задачи используется конечно-разностная аппроксимация производных на сдвинутых сетках [5] с четвертым порядком точности. Определим искомые компоненты вектора решения в следующих узлах сеток:

$$u_1(m) \in \omega x_1^i \times \omega x_2^j,$$

$$u_2(m) \in \omega x_1^{i+1/2} \times \omega x_2^{j+1/2},$$

$$\sigma_{11}(m), \sigma_{22}(m) \in \omega x_1^{i+1/2} \times \omega x_2^j,$$

$$\sigma_{12}(m) \in \omega x_1^i \times \omega x_2^{j+1/2}.$$

В результате конечно-разностной аппроксимации системы (6), (7) получим систему линейных алгебраических уравнений. Представим искомый вектор решения $\vec{W}$ в следующем виде:

$$\vec{W}(m) = (\vec{V}_0(m), \vec{V}_1(m), \dots, \vec{V}_{K+N}(m))^T, \quad \vec{V}_{i+j} = (u_1^{i,j}, u_2^{i+1/2, j+1/2}, \sigma_{11}^{i+1/2, j}, \sigma_{22}^{i+1/2, j}, \sigma_{12}^{i, j+1/2})^T.$$

Тогда, полученная в результате преобразований система линейных алгебраических уравнений в векторной форме может быть записана как:

$$(A_\Delta + \frac{h}{2} E) \vec{W}(m) = \vec{F}_\Delta(m-1)$$

Для решения данной системы линейных алгебраических уравнений используется итерационный метод сопряженных градиентов [6,7]. Преимуществом этого метода является быстрая сходимость к искомому решению, при условии хорошей обусловленности матрицы системы. Полученная в результате преобразования Лагерра матрица системы обладает этим свойством за счет введенного параметра сдвига h , специально расположенного на главной диагонали. Выбор значения параметра h даёт возможность существенно улучшать обусловленность матрицы системы. Решив систему линейных алгебраических уравнений, можно определить спектральные значения для всех компонент волнового поля $\vec{W}(m)$. Затем, воспользовавшись формулами обращения преобразования Лагерра (6), получим решение исходной задачи (1)-(3).

Численное моделирование

Для численного моделирования распространения сейсмических волн, возникающих в процессе землетрясения, были заданы две модели среды, описывающих предполагаемое строение байкальской рифтовой зоны [8]. Данная географическая область характеризуется высокой сейсмической активностью. Задаваемые для расчётов модели среды изображена на рис. 1.

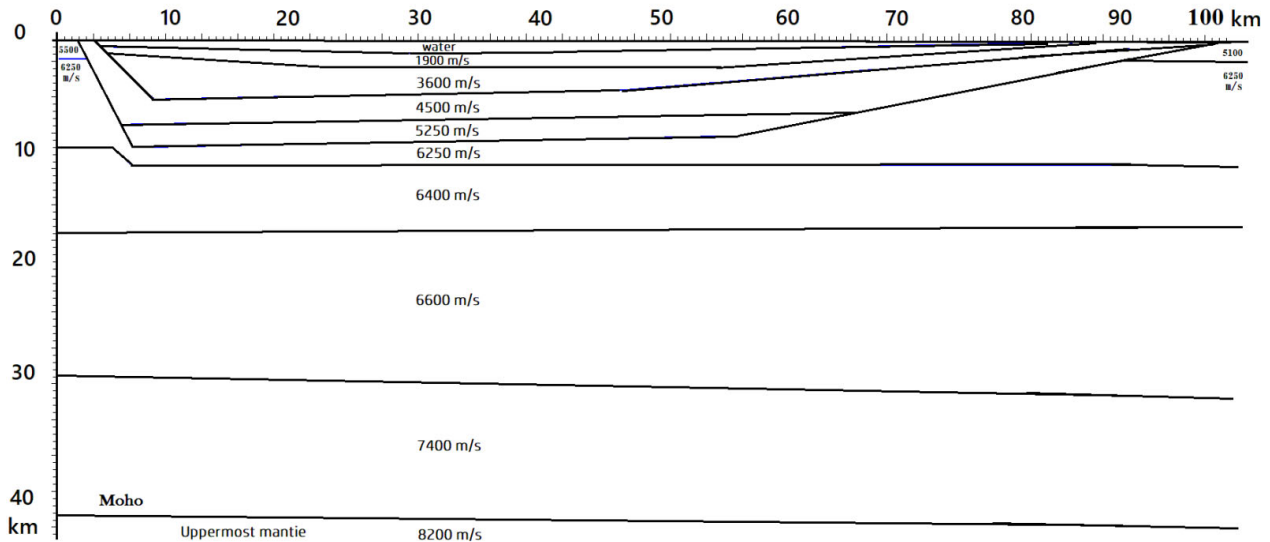


Рис 1. Модель среды

Генерация сейсмических волн в эпицентре землетрясения в результате тектонического сдвига нижних слоёв земной коры, залегающих вблизи границы земной коры и верхней мантии. Для возбуждения колебаний в очаге были заданы два источника. Первый - источник типа центр расширения, расположенный в точке с координатами $x_0 = 25$ км, $z_0 = 25$ км. Второй - источник типа вертикальная сила, расположенный в точке с координатами $x_0 = 75$ км, $z_0 = 45$ км. На рисунках 2-4 изображены мгновенные снимки волнового поля для u_z компоненты скорости смещений в моменты времени $T = 3$, $T = 6$ и $T = 12$ секунд. Временной сигнал в источниках задавался в виде импульса Пузырёва:

$$f(t) = \exp\left(-\frac{2\pi f_0(t-t_0)^2}{\gamma^2}\right) \sin(2\pi f_0(t-t_0)),$$

где $\gamma = 4$, $f_0 = 2$ Гц, $t_0 = 0.75$ сек.

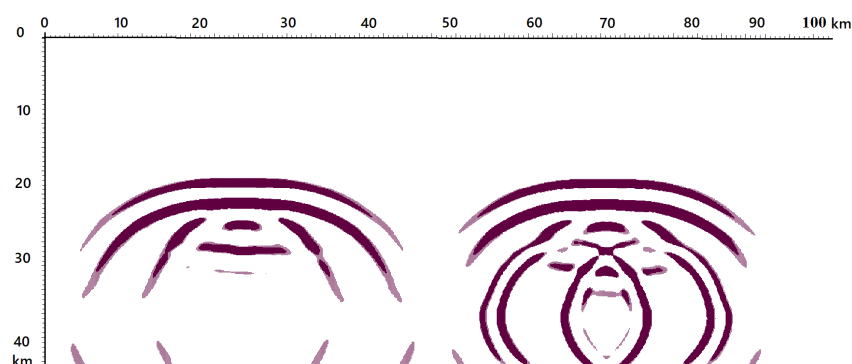


Рис. 2. Мгновенный снимок волнового поля U_Z – компоненты при $T=3$ секунды

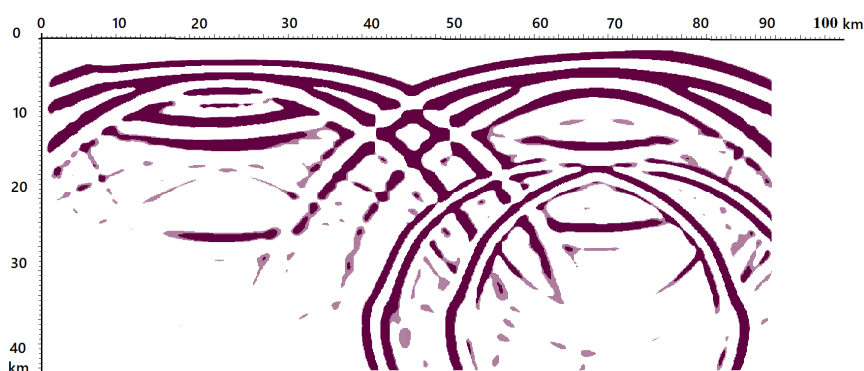


Рис 3. Мгновенный снимок волнового поля U_Z – компоненты при $T=6$ секунды

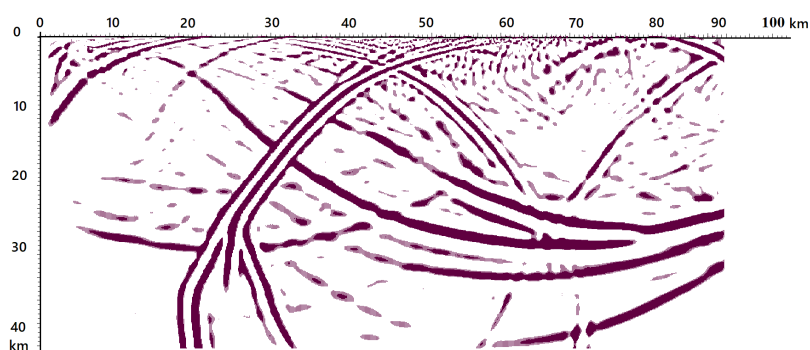


Рис. 4. Мгновенный снимок волнового поля U_Z – компоненты при $T=12$ секунды

На мгновенных снимках волнового поля, представленных на рис. 3 и рис.4, видно образование сложной интерференционной картины, вследствие отражения и преломления сейсмических волн в среде от различных границ слоёв. При рассмотрении этих снимков волнового поля видно, что в зависимости от расположения границ слоёв может формироваться фокусировка энергии различных волн на отдельных участках среды, приводящая к увеличению амплитуды упругих колебаний. При этом следует отметить, что амплитуда отражённых волн уменьшается вследствие многократно отражения от границ.

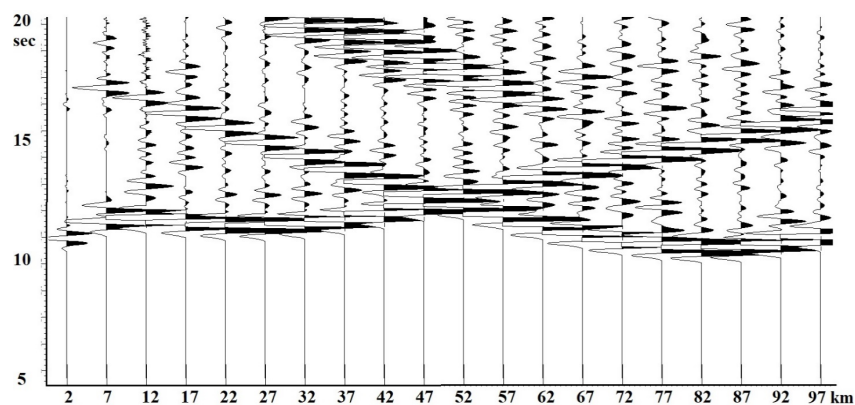


Рис. 5. Сеймотрассы для U_z компоненты регистрируемые на свободной поверхности

На представленном рисунке 5 видно, что наибольшей амплитудой обладают волны, приходящие в первых вступлениях. Амплитуда и форма фронта этой волны зависит от геометрии границ нижележащих слоев и физических свойств среды. Видно, что в моменты фокусировки амплитуда волн увеличивается и в последующих вступлениях.

Заключение

Результаты численных расчётов показывают эффективность используемого алгоритма для решения поставленной задачи моделирования распространения сейсмических волн в сложнопостроенных неоднородных средах. Анализ полученных расчётов волновой картины распространения сейсмических волн в таких средах, показывает возможность фокусировки энергии сейсмических колебаний на определённых участках среды в области происходящего землетрясения, что приводит к значительному увеличению амплитуды данных колебаний. Этот эффект, как видно из представленных результатов моделирования, зависит от геометрии строения среды и типа очага возбуждения сейсмических колебаний. Результаты моделирования возникающей волновой картины в зависимости от частоты сейсмических колебаний и геогического строения среды приводятся в работах [9,10]. Этот факт следует учитывать при строительстве технических сооружений на поверхности, а также внутри среды и производить численное моделирование возникновения возможной волновой картины в случае землетрясения. В дальнейших исследованиях предполагается изучить эффект возникновения резонанса собственных колебаний в технических сооружениях и внешних сейсмических колебаний, возбуждаемых при землетрясениях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Mikhailenko B. G. Spectral Laguerre method for the approximate solution of time dependent problems // Applied Mathematics Letters. 1999. № 12, 105–110.

2. Konyukh G. V., Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A. Application of the integral Laguerre transforms for forward seismic modeling // Journal of Computational Acoustics. 2001. Vol. 9, № 4. – P. 1523-1541.
3. Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A., Reshetova G. V. Numerical modeling of transient seismic fields in viscoelastic media based on the Laguerre spectral method // Pure appl. geophys., 2003, № 160. - P. 1207–1224.
4. Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A., Reshetova G. V. Numerical viscoelastic modeling by the spectral Laguerre method // Geophysical Prospecting, 2003, № 51. - P. 37–48.
5. Levander A. R. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms // Geophysics. 1988. 53, 1425 – 1436.
6. Saad Y., Van der Vorst H.A. Iterative solution of linear systems in the 20th century//J. of Computational and Applied Mathematics. 2000. - № 123. - P. 1 – 33.
7. Sonneveld P. CGS, a fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear system// SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing. 1989. - № 10 - P. 36 – 52.
8. Nielsen C., Thybo H. Lower crustal intrusions beneath the southern Baikal Rift Zone: Evidens from full-waveform modeling of wide-angle seismic data. Tectonophysics, 2009, Vol. 470. - №. 3. P. 298–318;
9. Mikhailov A., Imomnazarov Kh., Iskandarov I., Omonov A. Modeling then Seismic Waves Propagation While Earthquakes // AIP Conference Proceedings, 2023. - V. 3147. - 030008.
10. Имомназаров Х. Х., Михайлов А. А., Искандаров И. К. Моделирование влияния строения и физических свойств среды на характер распространения сейсмических волн от землетрясений // Математические заметки СВФУ. 2024. - Т. 31. - № 3. - С. 82-92.

© А. А. Михайлов, Х. Х. Имомназаров, И. К. Искандаров, И. Н. Умаров, 2025