

Н. Н. Завалишин¹✉

Анализ и долгосрочный прогноз динамики расходов воды по створу Обь – Барнаул с применением модели аддитивных гармоник

¹Сибирский научно-исследовательский гидрометеорологический институт,
г. Новосибирск, Российская Федерация,
e-mail: znn@sibnigmi.ru

Аннотация. В статье рассматриваются среднемесячные расходы воды за II-III кварталы по посту Обь-Барнаул. Анализ разделяется на два этапа: медленно меняющиеся и быстро меняющиеся компоненты. При исследовании низкочастотной составляющей применяется высокочастотный фильтр – сумма нормированных аномалий расходов воды и применяется кусочно-параболическая аппроксимация. Производная от полученной аппроксимации показывает медленно меняющую компоненту с помощью кусочно-линейных функций, разность которых с фактической функцией показывает быстро меняющую компоненту. К полученной разности применяется ещё один низкочастотный фильтр путем дифференцирования ряда, к которому строится Модель аддитивных гармоник. Выдается долгосрочный прогноз и оценивается его качество по набору стандартных критериев.

Ключевые слова: Обь, Барнаул, расход, анализ, модель, прогноз

N. N. Zavalishin¹✉

Analysis and long-term forecast of water discharge dynamics in the Ob-Barnaul station using the additive harmonics model

¹Siberian Research Hydrometeorological Institute, Novosibirsk, Russian Federation,
e-mail: znn@sibnigmi.ru

Abstract. The article discusses the average monthly water consumption for the II-III quarters at the Ob-Barnaul post. The analysis is divided into two stages: slow-changing and fast-changing components. When studying the low-frequency component, a high-frequency filter is used - the sum of the normalized anomalies of water flow and a piecewise parabolic approximation is applied. The derivative of the obtained approximation shows a slowly changing component using piecewise linear functions, the difference of which with the actual function shows a rapidly changing component. Another low-pass filter is applied to the resulting difference by differentiating the series to which the additive Harmonic Model is built. A long-term forecast is issued and its quality is assessed according to a set of standard criteria.

Keywords: Ob, Barnaul, consumption, analysis, model, forecast

Понимание причин изменчивости расходов воды, в частности по посту Обь-Барнаул, с последующим вычислением долгосрочного прогноза требует создания модели анализируемого процесса. В работах [1-6] рассматриваются вопросы в той или иной степени близкие к решаемым задачам в настоящей статье.

Основная гипотеза, которую положим в основание модели заключается в том, что расходы воды могут быть представлены набором гармоник с различными периодами. Методы поиска этих гармоник изложены в [7]. Обусловлены эти гармоники воздействием внешних сил или чисто земными причинами нам неважно [8-12 и др.]. Считаем, что они есть.

Пусть известен ряд $y_1, \dots, y_N$ в моменты времени $t_1, \dots, t_N$. Под этим рядом будем понимать ряд одноименных точек, например, последовательность июльских расходов воды через пост Обь-Барнаул.

Задача: построить метод прогноза на один шаг вперед: найти y_{N+1} . Так как заблаговременность такого прогноза составляет 11 месяцев, то этот прогноз по определению будет долгосрочным.

Разделим задачу на две части: моделирование низкочастотной компоненты и моделирование высокочастотной компоненты.

Чтобы найти прогноз низкочастотной компоненты, приглушим высокочастотную компоненту с помощью высокочастотного фильтра. В качестве такого фильтра возьмем сумму аномалий исходного ряда, нормированную на среднеквадратическое отклонение (СКО).

$$R_k = \sum_{j=1}^k (y_j - \bar{y})/s, \quad (1)$$

где $\bar{y}$ – среднее значение, s – СКО. Применяя Локально-климатическую модель [13] к отфильтрованному ряду (1), построим модель динамики низкочастотной компоненты, точнее говоря интеграла от низкочастотной компоненты. Производная от этой модели и даст нам искомую функцию.

Вопрос: как использовать этот результат? Прежде всего, конечно, как оценку низкочастотной компоненты. В частности, вычитая эту компоненту из исходного ряда, создадим благоприятные условия для работы с высокочастотной компонентой. Кроме того, если у нас есть уверенность, что тенденция, задаваемая ЛКМ, сохранится на $N+1$ точку, то можно выдать прогноз изменения низкочастотной компоненты на эту точку. Более того, если мы будем уверены в сохранении тенденции на серию точек, то и прогноз можно сделать на эту серию. Именно по этому алгоритму и работает Локально-климатическая модель, прогнозируя среднемесячную температуру (с детализацией по декадам) и суммы месячных осадков [14].

Рассмотрим пример. Будем анализировать июльские расходы воды через пост Обь-Барнаул. Какой интервал взять для вычисления «нормы»? В работе [15] показано, что наиболее приемлемый есть интервал 1951-1980 г.г. Результаты вычисления норм по указанному интервалу, их суммирование с нормированием на СКО, представлены в верхней части рисунка 1. В нижней части этого рисунка представлена производная, то есть аппроксимация исходного ряда кусочно-линейными функциями.

Будем предполагать, что отфильтрованный ряд есть аддитивный набор m гармоник с наложенным белым шумом ε_k :

$$Y_k = a_1 \sin(w_1 t_k) + b_1 \cos(w_1 t_k) + \dots + a_m \sin(w_m t_k) + b_m \cos(w_m t_k) + \varepsilon_k \quad (2)$$

Модель вида (2) будем называть «Модель аддитивных гармоник» или, сокращенно МАГ.

Вопрос, какой длины интервал $[t_1, t_N]$ надо выбрать? Нельзя брать очень длинный интервал времени, потому что нестационарности гидрологических процессов сделает невозможным решение поставленной задачи. Так известные явления слияния двух циклов в один или разделение одного цикла на два соседних сильно затруднит, если сделает невозможным получение эффективных оценок коэффициентов в уравнении (2). Также нельзя брать и очень короткий ряд. Для оценки одной гармоники надо оценить 3 параметра: период, амплитуду и фазу. Если в (2) ожидаемо будет $m \approx 3-5$ гармоник и на оценку каждого параметра положим, как минимум, от 3 степеней свободы и больше, то $N \approx 50-70$ точек. Поэтому будем искать коэффициенты в (2) при $N=50-70$, $m \leq 5$.

При такой постановке задачи основной акцент следует сделать на высокочастотных компонентах. Следовательно, необходимо применить к исходному ряду низкочастотный фильтр. В качестве такого возьмем производную от исходного ряда, что приглушит низкочастотные компоненты и усилит высокочастотные.

Будем считать, что низкочастотный фильтр уже применён и ряд имеет вид (2). Необходимо оценить коэффициенты в этом уравнении

Для ее решения будем применять метод Бюй-Балло [7], модифицировав его для работы не только с целочисленными периодами, а по всему спектру периодов [16]. Если, как обычно, воспользуемся методом минимальных квадратов, то такой подход нас не устроит, потому что ошибка в определении параметров гармоники будет распределена равномерно по всему ряду, а надо, чтобы она была как можно меньше в его конце для расчета прогноза. Поэтому будем работать с методом минимальных квадратов со взвешенными коэффициентами: например, коэффициенты будут меняться от нуля в начале ряда, при $k=0$, и до максимума в конце ряда, при $k=N$, по линейному закону.

$$\min \sum_{k=1}^n \lambda_k (X_k - Y_k)^2 \quad (3)$$

где $\{Y_k\}$ - представлено в (2); $\{X_k\}$ – фактические значения;
 $\lambda_k = k$ для $k=1, N$.

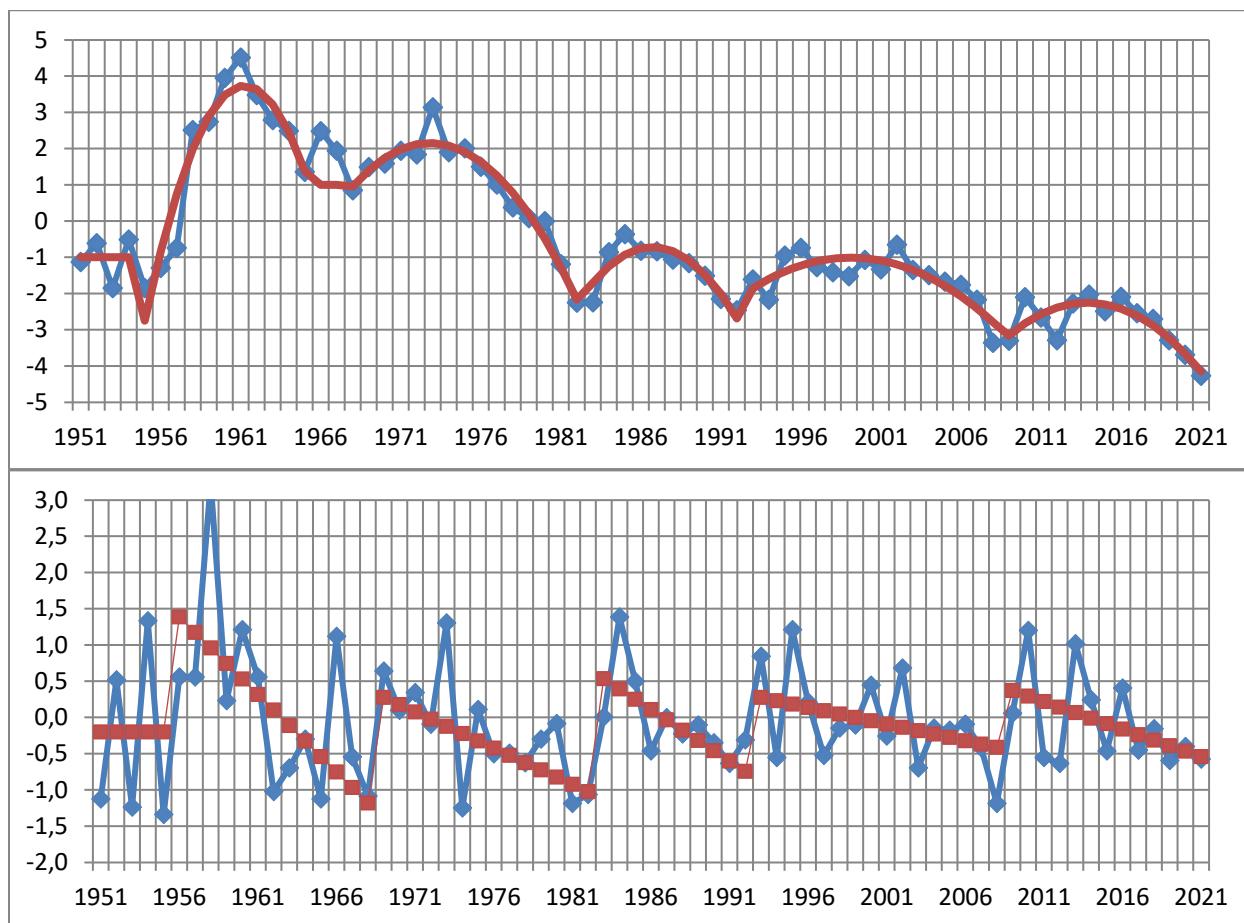


Рис. 1. Июльские расходы воды через прост Обь-Барнаул в форме: верх - сумма аномалий, нормированных на СКО с кусочно-параболической аппроксимацией: низ - аномалии, нормированные на СКО с кусочно-линейной аппроксимацией.

Пусть есть многолетний одноименный ряд месячных данных расходов воды по посту Обь-Барнаул, к примеру ряд июльских расходов воды. Применим к этому ряду технологию работы, показанную на рисунке 1. Аномалии, полученные путем вычитания из исходного ряда кусочно-линейной аппроксимации, продифференцируем и пропустим через программу [16].

В результате получим периодограмму, представленную на рисунке 2. Чётко выделяются гармоники с периодами: 2.25, 2.87, 3.70, 4.13, которые имеют амплитуды: 0.342, 0.420, 0.389, 0.256, соответственно. Какие гармоники включить в работу определяет уровень отсечения шумовой компоненты: эти четыре гармоники получаются при уровне отсечения равном 0.6. Можно попытаться опустить это уровень отсечения пониже, например, до 0.5, но тогда с большой долей вероятности мы прихватим и шумовые компоненты. Однако добавить одну, самую высокочастотную гармонику с периодом 2.06 и амплитудой 0.222 еще возможно, оставаясь в рамках введенных ограничений. Что и сделаем.

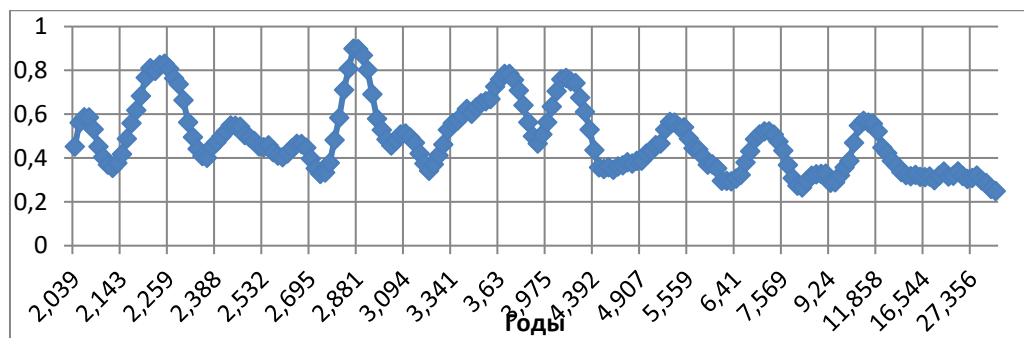


Рис. 2. Периодограмма июльских расходов воды по створу Обь-Барнаул (1971-2021гг)

На рисунке 3 показана аппроксимация нормированных на СКО аномалий июльских расходов по створу Обь-Барнаул Моделью аддитивных гармоник (5 гармоник). Критерии качества аппроксимации: остаточная дисперсия $D_{rest}=0.36$ на зависимом материале (1971-2016 года), $D_{rest}=0.41$ на независимом материале (2017-2021 года); критерий «ро» равен 0.63 и 0.60, соответственно; критерий «К» равен 0.78 и 0.40. В целом хорошие результаты по остаточной дисперсии и критерию «ро», но по критерию «К» заметная просадка на независимом материале, что, вероятно, связано с малым числом данных.

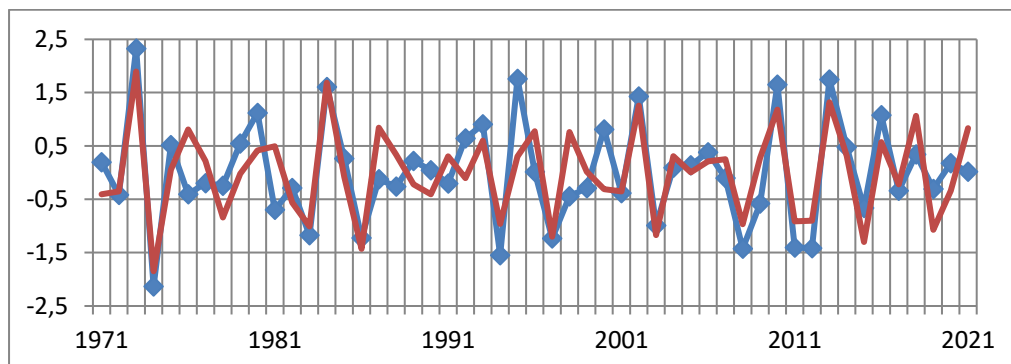


Рис. 3. Нормированные на СКО аномалии расхода воды в июле по створу Обь-Барнаул (синий) с аппроксимацией Моделью аддитивных гармоник (красный).

По изложенной схеме был выполнен расчет для каждого месяца во II-III кварталах. Результаты точности работы Модели аддитивных гармоник представлены в таблице 1, 2. Причем в таблице 1 применялся метод минимальных квадратов без подключения весов, а в таблице 2 с введением весов, как указано в (3).

Что понимается под «аномалией»? Применение Локально-климатической модели для снятия низкочастотной компоненты. Соответственно под «фактом» понимается работа с исходным рядом, без применения ЛКМ. Но, в обоих вариантах применяется еще один низкочастотный фильтр – дифференцирование ряда.

Таблица 1

**Критерии точности работы Модели аддитивных гармоник
на расходах воды по створу Обь-Барнаул**

	Критерий	Drest	ρ	K	Drest	ρ	K
Месяц	<i>Данные</i>	На зависимом (1951-2016гг)			На независимом (2017-2021гг)		
Апрель	<i>факт</i>	0.68	0.70	0.61	0.94	-0.60	0.20
	<i>аномалия</i>	0.60	0.68	0.61	0.92	-0.20	0.20
Май	<i>факт</i>	0.71	0.68	0.65	0.92	-0.20	0.60
	<i>аномалия</i>	0.69	0.71	0.59	0.62	0.20	0.60
Июнь	<i>факт</i>	0.58	0.76	0.59	0.91	-0.60	0.40
	<i>аномалия</i>	0.58	0.79	0.56	0.99	-0.20	0.40
Июль	<i>факт</i>	0.65	0.77	0.65	0.08	0.60	1.00
	<i>аномалия</i>	0.72	0.70	0.65	0.21	-0.60	0.80
Август	<i>факт</i>	0.77	0.65	0.59	0.42	0.20	0.80
	<i>аномалия</i>	0.75	0.56	0.56	0.21	0.20	0.80
Сентябрь	<i>факт</i>	0.57	0.80	0.58	0.87	0.20	0.40
	<i>аномалия</i>	0.50	0.70	0.64	1.40	0.20	0.40

Таблица 2

**Критерии точности работы Модели аддитивных гармоник с нарастающими
весами на расходах воды по створу Обь-Барнаул**

	Критерий	Drest	ρ	K	Drest	ρ	K
Месяц	<i>Данные</i>	На зависимом (1951-2016 гг)			На независимом (2017-2021 гг)		
Апрель	<i>Факт</i>	0.68	0.70	0.56	0.90	-1.0	0.20
	<i>Аномалия</i>	0.62	0.71	0.59	0.75	0.60	0.40
Май	<i>Факт</i>	0.73	0.65	0.62	0.84	0.20	0.40
	<i>Аномалия</i>	0.71	0.71	0.59	0.64	-0.20	0.60
Июнь	<i>Факт</i>	0.59	0.74	0.57	0.90	-0.60	0.40
	<i>Аномалия</i>	0.59	0.76	0.61	0.97	-0.20	0.40
Июль	<i>Факт</i>	0.67	0.73	0.61	0.09	0.20	1.00
	<i>Аномалия</i>	0.74	0.67	0.61	0.19	-0.20	0.80
Август	<i>Факт</i>	0.77	0.64	0.59	0.40	0.20	0.20
	<i>Аномалия</i>	0.76	0.56	0.56	0.20	0.20	0.20
Сентябрь	<i>Факт</i>	0.60	0.77	0.61	0.60	0.20	0.40
	<i>Аномалия</i>	0.52	0.70	0.67	1.08	0.20	0.40

Первый вопрос: есть ли какой-либо эффект от применения весов в методе минимальных квадратов? Сравнивая остаточные дисперсии Drest в таблицах 1, 2 на независимом материале получим в среднем улучшение на 8% на факте и аномалии в пользу таблицы 2. При этом значительные отличия имеют место в переходные месяцы: апрель и сентябрь.

Второй вопрос: есть ли отличие по остаточной дисперсии между фактом и аномалий на независимом материале? Здесь отличаются в пользу аномалии ме-

сяцы апрель, май и август и, соответственно, в пользу факта отличаются июнь, июль, сентябрь.

Третий вопрос: как различаются результаты на зависимом и независимом материале? Из таблицы 2 получаем, что остаточная дисперсия на зависимом материале (в среднем 0,67) почти совпадает с результатом на независимом материале (в среднем 0,63). При этом во втором квартале почти во всех месяцах остаточная дисперсия на зависимом материале меньше, чем на независимом. В третьем квартале ситуация обратная. Как это можно интерпретировать?

Фактически, независимый материал – это прогноз по МАГ на 5 лет вперед. Если найденные гармоники действительно есть в исходном ряду, то понятно, что прогноз будет успешным. Это обстоятельство объясняет успех в месяцах третьего квартала, что повлекло за собой успех в целом.

По критерию «ро» все оценки лучше на зависимом материале. По критерию «К» только июль месяц на независимом явно лучше результата на зависимом материале.

Относительно статистической значимости полученного результата судить сложно из-за малой выборки. Но у нас есть ориентир более высокого порядка: оправдываемость оперативных долгосрочных гидрометеорологических прогнозов.

Модель аддитивных гармоник применялась на долгосрочном прогнозе гидрографа притока воды в Новосибирское водохранилище на II-III кварталы с месячной и декадной детализацией. Были проведены трехлетние оперативные испытания, по результатам которых модель была внедрена в оперативную работу Гидрометцентра Западно-Сибирского УГМС.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Борщ С.В., Симонов Ю.А., Христофоров А.В. Прогнозирование стока рек России. – М.: Гидрометцентр, 2023. – 202 с.
2. Галахов В.П., Ловецкая О.В., Самойлова С.Ю., Кудишин А.В. Статистический анализ колебаний водности реки Оби у города Барнаула за 1922-2022 гг. //Известия Алтайского отделения Русского географического общества. - 2024, №4 (75). - С. 20-31.
3. Горошко Н.В. Бураков Д.А. Факторы и закономерности пространственной корреляции годового стока рек бассейна Верхней Оби. //Метеорология и гидрология. – 2007, №1. – С.101- 109.
4. Зиновьев А.Т., Галахов В.П., Кошелев К.Б. Прогнозы весеннего половодья Верхней Оби в 2015 году. //В сборнике: Безопасность и живучесть технических систем. Материалы и доклады: в 3-х томах. – 2015. – С. 196-201.
5. Зиновьев А.Т., Дьяченко А.В., Кошелев К.Б., Марусин К.В. Моделирование и наблюдения русловых процессов на реках Сибири на примере реки Обь у города Барнаула. //Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2021. Т.4, №1. – С. 126-136.
6. Романов Л.Н., Бочкарева Е.Г., Богданова В.Ф. Гидрологический долгосрочный прогноз в условиях Новосибирского водохранилища. //Труды Сибирского регионального научно-исследовательского гидрометеорологического института. – 2011. - №106. - С.89-102.
7. Серебрянников М.Г. Первозванский А.А.Выявление скрытых периодичностей. – М.: Наука. 1965.

8. Завалишин Н.Н. Моделирование агрометеорологических процессов на астрометеорологической основе. //Долгосрочное прогнозирование гидрометеорологических условий. – Сборник научных трудов СО ВАСХНИЛ: Новосибирск. 1985. - С.42-47.
9. Винокуров Ю.И., Понько В.А. Геокосмические связи в прогнозировании аномалий климата и водных ресурсов. //В книге: Оптика атмосферы и океана. Физика атмосферы. Тезисы докладов XIX Международного симпозиума. - 2013. - С. 10.
10. Байдал М. Х. Частотно-циклический анализ и расчет климатических характеристик. // Климатология и сверхдолгосрочный прогноз. – Л.: 1977. - С. 47-56.
11. Шерстюков Б.Г., Исаев А.А. Метод кратной цикличности для анализа ритмов в атмосфере и сверхдолгосрочного прогнозирования погоды на примере характеристик отопительного периода в Москве. //Метеорология и гидрология. - 1999. - №8. – С.46-54.
12. Бабкин А.В. Оценка периодичностей и долгосрочный прогноз изменений уровней воды (на примере Ладожского озера и озера Веттерн). //Ученые записки Российского государственного гидрометеорологического университета. – 2009. - № 9. - С. 5-10.
13. Завалишин Н.Н. Оценка математического ожидания метеорологических рядов кусочно-линейными функциями. //Труды ЗапСибНИГМИ. – 1990. - вып.93. - С. 12-24.
14. Завалишин Н.Н. Программа оценки математического ожидания случайного процесса программ для ЭВМ №2013617521.Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 16.08.2013.
15. HansenJ., and all. Global temperature change. //Proc. Nat. Acad. Sci. - 2006. - Vol.103, No.39. - P. 14288-14293, doi:10.1073/pnas.0606291103.
16. Завалишин Н.Н. Программа аппроксимации дискретного ряда аддитивным набором периодических функций. /Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2019664582. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 08.11.2019.

© Н. Н. Завалишин, 2025