

А. Д. Штейн¹✉, М. И. Протасов¹

Структурно-ориентированное сглаживание для расчёта частотно-зависимой скоростной модели

¹ Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,
Новосибирск, Российская Федерация
e-mail: shteynad@ipgg.sbras.ru

Аннотация. В работе исследованы алгоритмы структурно-ориентированного сглаживания для расчёта частотно-зависимых скоростных моделей. Зависимость сглаживания от направления возникает при частотно-зависимом трассировании лучей, которые и задают векторное поле, с учётом которого и нужно сгладить модель. В данной работе это векторное поле предлагается рассчитывать на основе решения уравнения эйконала методом быстрой маршировки. В результате сглаженные модели зависят от частоты, положения источника сейсмических волн и поля времён, порождённого этим источником. Разработанные алгоритмы численно исследованы на реалистичных синтетических моделях сред.

Ключевые слова: Структурно-ориентированное сглаживание, частотная зависимость

A. D. Shtein¹✉, M. I. Protasov¹

Structure-oriented smoothing for frequency-dependent velocity model calculation

¹Trofimuk Institute of Petroleum-Gas Geology and Geophysics of the Siberian Branch of the
RAS, IPGG SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation
e-mail: shteynad@ipgg.sbras.ru

Annotation. The paper investigates structure-oriented smoothing algorithms for frequency-dependent velocity models calculation. The dependence of smoothing on direction occurs with frequency-dependent ray tracing, which sets the vector field, which is taken into account for model smoothing. In this paper, it is proposed to calculate this vector field based on the solution of the eikonal equation by the fast marching method. As a result, the smoothed models depend on the frequency, position of the seismic wave source, and the time field generated by this source. The developed algorithms are numerically investigated on realistic synthetic models.

Keywords: structure-oriented smoothing, frequency dependence

Введение

Известно, что время пробега волны в ограниченном диапазоне частот связано с объемным интегралом от медленности по волновому пути между источником и приемником, где волновой путь зависит от частоты. Известны несколько попыток получить частотно-зависимые решения, оставаясь при этом в рамках схемы трассирования лучей. Наиболее привлекательными с практической точки зрения являются подходы, основанные на сглаживании модели. Однако, обычное сглаживание приводит к противоречивой схеме в том смысле, что модель сглаженной скорости является кинематически некорректной.

Учёт такой некорректности осуществляется в подходе, предложенном в работе [1], где представлен алгоритм частотно-зависимого трассирования лучей, основанный на локальном сглаживании в пределах длины волны в процессе трассирования. В этом подходе происходит сглаживание скоростной модели в плоскости, перпендикулярной к лучу, с использованием весовой функции, ширина которой пропорциональна длине волны. Таким образом происходит структурно-ориентированное, частотно-зависимое сглаживание скоростной модели. Такое сглаживание можно осуществлять отдельно от трассирования лучей, и таким образом возможно реализовать альтернативные варианты расчёта частотно-зависимых решений. Тогда возникает необходимость исследовать различные алгоритмы структурно-ориентированного сглаживания для поиска наиболее устойчивого решения.

Структурно-ориентированное сглаживание имеет различные применения в задачах геофизики: [2-6]. В данной работе рассматриваются три алгоритма структурно-ориентированного сглаживания для расчёта частотно-зависимых скоростных моделей. При этом поле направлений, необходимое для сглаживания, предлагается рассчитывать на основе решения уравнения эйконала методом быстрой маршрутовки. В результате сглаженные модели зависят от частоты, положения источника сейсмических волн и поля времён, порождённого этим источником. Разработанные алгоритмы численно исследованы на реалистичных синтетических моделях сред.

Методы и материалы

Исследуется три алгоритма структурно-ориентированного сглаживания для расчёта частотно-зависимых скоростных моделей: а) сглаживание вдоль локально-плоского фронта; б) объёмное сглаживание по зоне Френеля; в) сглаживание на основе решения уравнения диффузии.

Идея сглаживания, предложенная в работе [1], заключается в том, чтобы определить в точке локально плоский волновой фронт и сглаживать вдоль него. Учитывается конечное число контрольных точек, которые вносят вклад в зависимости от выбранной весовой функции. Скорость в точке рассчитывается по формуле:

$$\bar{c}(x_v, z_v) = \frac{\sum_{n=-N}^N w_n c(x_n, z_n)}{\sum_{n=-N}^N w_n}, \quad (1)$$

где $\bar{c}(x_v, z_v)$ – средняя скорость в точке x_v , $c(x_n, z_n)$ – скорость в контрольной точке (x_n, z_n) , w_n – значение весовой функции в контрольной точке (x_n, z_n) . Положение контрольных точек вычисляется по формуле:

$$(x_n, z_n) = \begin{cases} (x_v, z_v); & n = 0 \\ (x_{n-1}, z_{n-1}) + \frac{\theta_{max} k}{4\pi N} c(x_{n-1}, z_{n-1}) \hat{n}; & n > 0, \\ (x_{n+1}, z_{n+1}) - \frac{\theta_{max} k}{4\pi N} c(x_{n+1}, z_{n+1}) \hat{n}; & n < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где θ_{max} – параметр усечения, k – длина волны, N – число контрольных точек, $\hat{n}$ – единичный вектор, перпендикулярный лучу (или градиенту поля времён) в точке (x_v, z_v) .

При объёмном сглаживании по зоне Френеля используется модификация сглаживания на основе функции Гаусса. В результате скорость в точке рассчитывается по формуле:

$$c_{sm}(x_{i_0}, z_{j_0}) = \frac{\sum_{i=i_0-N_x}^{i_0+N_x} \sum_{j=j_0-N_z}^{j_0+N_z} w_{ij} \cdot c(x_i, z_j)}{\sum_{i=i_0-N_x}^{i_0+N_x} \sum_{j=j_0-N_z}^{j_0+N_z} w_{ij}}, \quad (3)$$

где $c_{sm}(x_{i_0}, z_{j_0})$ – сглаженная скорость в точке; $c(x_i, z_j)$ – скорость в точке (i, j) окна сглаживания; w_{ij} – весовая функция. w_{ij} рассчитывается по формуле:

$$w_{ij} = e^{-\alpha_{ij}|p|^2(1-\cos\beta)^2} \cdot e^{-4\alpha_{ij}|p|^2(\cos\beta)^2}, \quad (4)$$

где $\cos\beta$ – угол между вектором $\vec{p}$ из точки (x_{i_0}, z_{j_0}) в точку (x_i, z_j) и вектором $\vec{n}$ градиента поля времён в точке (x_i, z_j) ; α – коэффициент, вносящий зависимость от физических свойств. α_{ij} вычисляется по формуле:

$$\alpha_{ij} = \left(\frac{v}{c(x_i, z_j) \cdot m} \right)^2, \quad (5)$$

где v – частота, m – зона Френеля.

$\cos\beta$ задаёт направление сглаживания и вычисляется по формуле:

$$\cos\beta(x_i, z_j) = \frac{(\vec{p} \cdot \vec{n})}{|\vec{p}||\vec{n}|}; \quad \vec{p} = (x - x_0, z - z_0); \quad \vec{n} = \left(\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial z} \right), \quad (6)$$

где T – поле времён, известное в каждой точке скоростной модели c .

Для сглаживания на основе решения уравнения диффузии используется алгоритм, изложенный в статье [2]. Идея данного сглаживания заключается в применении процесса диффузии к изображению с привлечением структурного тензора, который задаёт направление сглаживания:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nabla(D\nabla u), \quad (7)$$

где u – изображение, t – время, D – тензор диффузии.

Сначала рассчитывается структурный тензор S , который записывается следующим образом:

$$S = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 & \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial z} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \frac{\partial T}{\partial x} & \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Далее выполняется сглаживание структурного тензора в масштабе σ , на этом этапе происходит свёртка с неориентированным фильтром Гаусса:

$$S_{\sigma}(i_0, j_0) = \sum_{i=i_0-\sigma}^{i_0+\sigma} \sum_{j=j_0-\sigma}^{j_0+\sigma} e^{-\alpha_{ij}|p|^2} \cdot S(i_0, j_0). \quad (9)$$

Затем проводится спектральное разложение S_{σ} :

$$S_{\sigma} = \sum_{i=1}^2 \lambda_i v_i v_i^T, \quad \lambda_1 > \lambda_2. \quad (10)$$

Для уравнения диффузии из собственных чисел λ_i и собственных векторов v_i тензора S_{σ} строится тензор диффузии D :

$$D = \sum_{i=1}^2 \mu_i v_i v_i^T, \quad \mu_1 = 0, \quad \mu_2 = 1. \quad (11)$$

Таким образом, собственный вектор, параллельный структуре, имеет собственное значение 1, а собственный вектор, перпендикулярный структуре, имеет собственное значение 0.

Для численного решения уравнения диффузии (7) используется схема Эйлера:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \cdot \nabla(D_n \nabla u_n), \quad (12)$$

которая записывается в следующем виде [3]:

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \left(\frac{\partial D_{11}}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial x} + D_{11} \frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} + \frac{\partial D_{12}}{\partial x} \frac{\partial u_n}{\partial z} + D_{12} \frac{\partial^2 u_n}{\partial z \partial x} + \right. \\ \left. \frac{\partial D_{21}}{\partial z} \frac{\partial u_n}{\partial x} + D_{21} \frac{\partial^2 u_n}{\partial x \partial z} + \frac{\partial D_{22}}{\partial z} \frac{\partial u_n}{\partial z} + D_{22} \frac{\partial^2 u_n}{\partial z^2} \right). \quad (13)$$

Для всех описанных выше алгоритмов сглаживания необходимы направления градиента поля времен, которые совпадают с направлениями лучей. Времена пробега рассчитываются при решении уравнения эйконала:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 = \frac{1}{c^2(x, z)}. \quad (14)$$

Для его решения используется алгоритм быстрой маршировки второго порядка, реализованный в программном пакете Madagascar [7] и описанный в работе [8]. Производные времён пробега рассчитываются конечно-разностными схемами.

Результаты

Разработанные алгоритмы сглаживания исследуется на ряде синтетических моделей, включая модель SEG_Salt2D (рис. 1).

Результаты применения алгоритма сглаживания вдоль локально-плоского фронта к модели SEG_Salt2D на частоте 20 и 10 Гц (рис. 2) показывают зависимость от частоты, положения источника и поля времён. Однако, данный алгоритм работает неустойчиво на низких частотах. Например, на частоте 10 Гц видны резкие скачки скоростей на границе с соляным телом, которых не было в исходной модели.

Результаты применения алгоритма объёмного сглаживания по зоне Френеля к модели SEG_Salt2D на частоте 20 и 10 Гц (рис. 3) также подчеркивают наличие зависимости от частоты, положения источника и поля времён. Сглаженные модели в этом случае не содержат аномальных скачков скоростей, данный алгоритм устойчиво работает как на высоких, так и на низких частотах.

Модели, полученные алгоритмом сглаживания на основе решения уравнения диффузии, показаны на рис. 4. В этом случае результат сглаживания зависит главным образом от времени диффузии. Большие времена в алгоритме диффузии соответствуют низким частотам. Однако, при большом значении времени диффузии в расчётах может проявляться неустойчивость. Например, при времени диффузии 1500 секунд присутствуют области аномально низких значений скоростей. Следовательно, низкочастотное решение, полученное данным алгоритмом, является неустойчивым.

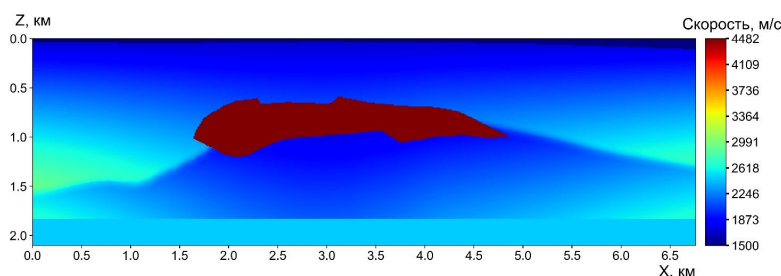


Рис. 1. Скоростная модель SEG_Salt2D

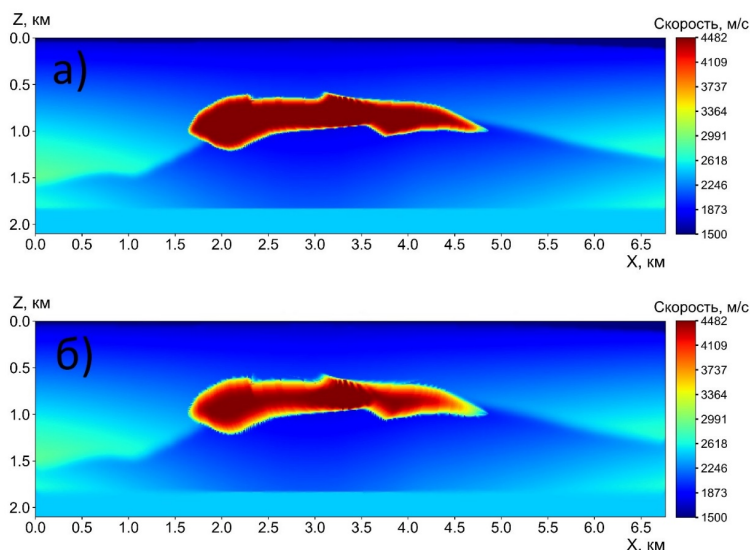


Рис. 2. Результат применения алгоритма сглаживания вдоль локально-плоского фронта к модели SEG_Salt2D: а) – на частоте 20 Гц, б) – на частоте 10 Гц.

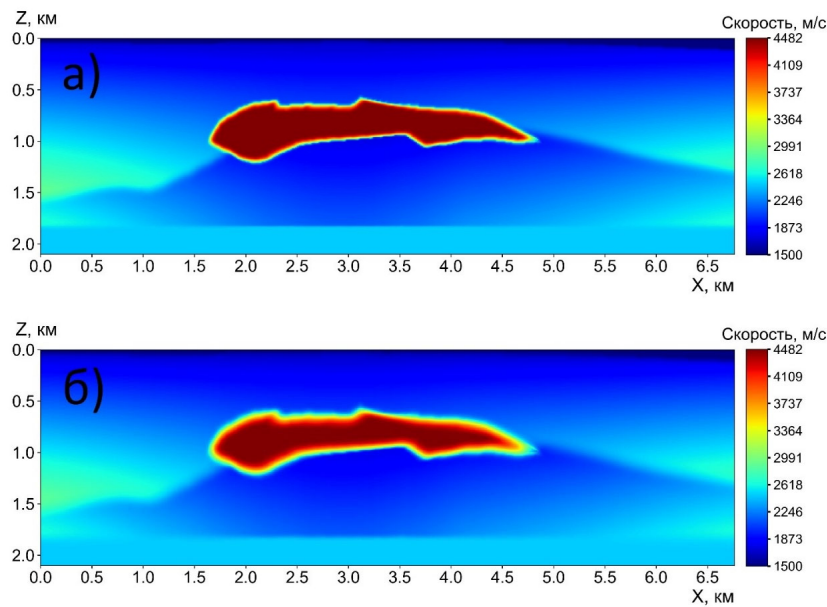


Рис. 3. Результат применения алгоритма объёмного сглаживания по зоне Френеля к модели SEG_Salt2D: а) – на частоте 20 Гц, б) – на частоте 10 Гц.

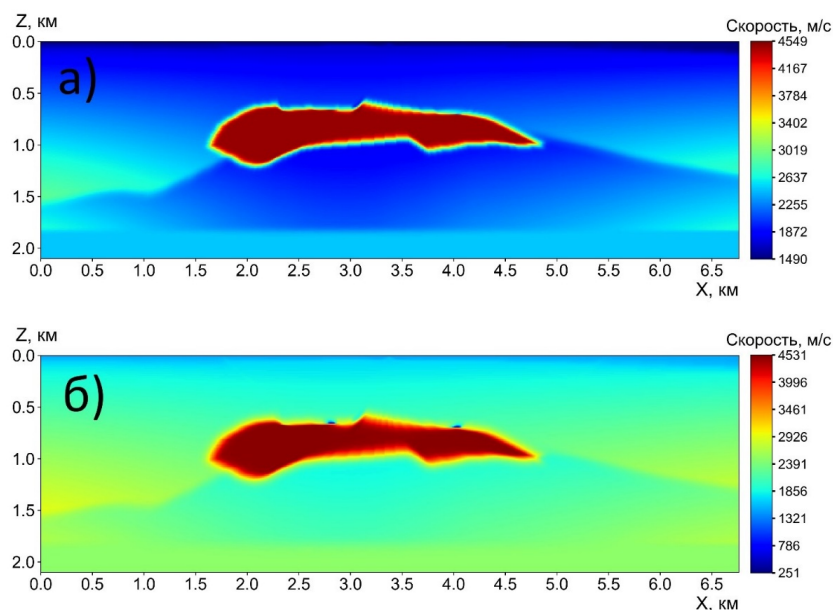


Рис. 4. Результат применения алгоритма сглаживания на основе решения уравнения диффузии к модели SEG_Salt2D: а) – с временем 500 секунд, б) – с временем 1500 секунд.

Заключение

В работе реализованы и исследованы три алгоритма структурно-ориентированного сглаживания для расчёта частотно-зависимых скоростных моделей: а) сглаживание вдоль локально-плоского фронта; б) объёмное сглаживание по зоне Френеля; в) сглаживание на основе решения уравнения диффузии. Разработанные алгоритмы численно исследованы на реалистичных синтетических моделях

сред. Результаты исследования показывают, что низкочастотные решения, полученные алгоритмом сглаживания на основе решения уравнения диффузии и алгоритмом сглаживания вдоль локально-плоского фронта, являются неустойчивыми. В то же время, структурно-ориентированное частотно-зависимое объёмное сглаживание по зоне Френеля устойчиво работает как на высоких, так и на низких частотах, и является наиболее устойчивым решением, рекомендуемым к использованию.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, грант № 21-71-20002-П.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Lomax A. The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures. // *Geophysics J. Int.* - 1994. – vol. 117, p. 313-334.
2. Fehmers, G. C. Fast structural interpretation with structure-oriented filtering. / G. C. Fehmers, C. F. W. Höcker // *Geophysics.* – 2003. – vol 68, № 4, p. 1286–1293. – doi:10.1190/1.1598121
3. Yao G. Reflection-Waveform Inversion Regularized with Structure-Oriented Smoothing Shaping. / G. Yao, N. V. da Silva, D. Wu // *Pure Appl. Geophys.* – 2019. – vol. 176, p. 5315–5335. – doi: <https://doi.org/10.1007/s00024-019-02265-6>.
4. Hale D. Structure-oriented smoothing and semblance. / D. Hale / CWP report 635. – 2009. – 10 p.
5. Luo L., Rao Y., Zhao Z., Zhang J. Adaptive structure-based full-waveform inversion // *Geophysics.* – 2024. – vol. 89, № 3, p. R303-R313. – doi: 10.1190/geo2023-0273.1
6. Wang W., Gao J., Li K., Ma K., Zhang X. Structure-oriented Gaussian filter for seismic detail preserving smoothing. // *Proc. IEEE Int. Conf. on Image Process.* – 2009. - p. 601–604. – ISSN 1522-4880.
7. Madagascar main page – URL: https://ahay.org/wiki/Main_Page (дата обращения 11.04)
8. Rickett J. A second-order fast marching eikonal solver. / J. Rickett, S. Fomel // *Stanford Exploration Project, Report 100.* - 1999. - p. 287-293

© А. Д. Штейн, М. И. Протасов, 2025