

*Д. К. Дмитрачков<sup>1✉</sup>, М. И. Протасов<sup>1</sup>*

## **Синхронная и акустическая инверсии, их преимущества и недостатки на реалистичных примерах**

<sup>1</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН,  
г. Новосибирск, Российская Федерация  
e-mail: dmitrachkovdk@ipgg.sbras.ru

**Аннотация.** В настоящее время существует большое множество алгоритмов сейсмической инверсии, которые отличаются друг от друга по своей сложности и возможностям для определения параметров среды. Акустическая инверсия предлагает наиболее простой и надёжный подход для определения акустической жёсткости среды, в то время как синхронная сейсмическая инверсия, привлекая информацию о ненулевых углах падения волны, позволяет определить скорости продольной и поперечной волн и плотность в среде. Привлечение априорной информации необходимо для получения геологически обоснованного решения, чего можно добиться с помощью регуляризации. В данной работе проводится сравнение алгоритмов акустической и синхронной инверсии на реалистичных синтетических моделях с целью определения их областей применимости и выявления наилучших методов инверсии для различных ситуаций.

**Ключевые слова:** акустическая инверсия, синхронная инверсия, регуляризация

*D. K. Dmitrachkov<sup>1✉</sup>, M. I. Protasov<sup>1</sup>*

## **Simultaneous and acoustic inversions, their advantages and drawbacks on realistic examples**

<sup>1</sup> Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS,  
Novosibirsk, Russian Federation  
e-mail: dmitrachkovdk@ipgg.sbras.ru

**Abstract.** Currently there are many algorithms for seismic inversion which differ from each other in their complexity and capabilities for determining the parameters of the medium. Acoustic inversion offers the simplest and most reliable approach for determining the acoustic impedance of the medium, while simultaneous seismic inversion makes it possible to determine the speeds of longitudinal and transverse waves and the density in the medium by using the information of non-zero angles of wave incidence. Making use of an a priori information is necessary to obtain a geologically sound solution which can be achieved through regularization. In this paper acoustic and synchronous inversion algorithms are compared on realistic synthetic models in order to determine their areas of applicability and identify the best inversion methods for different situations.

**Keywords:** acoustic inversion, simultaneous inversion, regularization

### ***Введение***

Для прогнозирования коллекторских свойств пластов применяется сейсмическая инверсия. Алгоритмы сейсмической инверсии обычно принимают на вход результат временной обработки, а результатом работы алгоритма сейсмической

инверсии как правило является детальная модель упругих свойств среды [1, 2]. В основе сейсмической инверсии лежит одномерная свёрточная модель сейсмической трассы, согласно которой однократно-отражённое волновое поле во временной области представляется в виде свёртки трассы коэффициентов отражения с зондирующим импульсом. Акустическая сейсмическая инверсия работает с данными после суммирования и позволяет восстанавливать детальную модель акустического импеданса среды. Синхронная инверсия работает с данными до суммирования и, благодаря сейсмическим трассам, соответствующим ненулевым углам падения плоской продольной волны, способна восстанавливать отдельно скорости продольных и поперечных волн и плотность в среде. Результат обращения в случае синхронной инверсии зависит от параметризации пространства искомых моделей. Так, например, известно, что наиболее устойчиво восстанавливаются импедансы продольной и поперечной волн [3], при этом восстановить плотность не представляется возможным.

Учёт априорной информации является ключом к получению геологически обоснованной модели среды. Так, требование гладкости модели приводит к инверсии, основанной на модели, требующей решения линейной задачи для восстановления параметров среды. В то же время, если требуется найти модель с ярко выраженными пластами большой мощности, то используется инверсия редких импульсов, которая уже приводит к нелинейной задаче. Большая часть априорной информации учитывается в решении добавлением к целевой функции всё новых регуляризирующих слагаемых. Это приводит к необходимости оценки разумных значений параметров регуляризации для того, чтобы обеспечить устойчивость результата обращения вместе с вовлечением априорной информации в решение. В данной работе для подбора параметров регуляризации реализован подход на основе обобщённой L-кривой [4] и адаптирован согласно специфике задачи сейсмической инверсии. Представлен алгоритм синхронной сейсмической инверсии на основе точного решения уравнений Цёппритца. Проведено сравнение алгоритмов сейсмической инверсии на реалистичных синтетических моделях Marmousi и Восточной Сибири.

### *Прямое моделирование*

Связь параметров среды с её отражающей способностью устанавливается системой уравнений Цёппритца. Для ненулевого угла падения для определения коэффициента отражения продольной волны требуется решать систему линейных уравнений размера  $4 \times 4$ , однако для нулевого угла падения волны можно выписать явную зависимость коэффициента отражения от акустического импеданса. То, что для ненулевого угла падения зависимость коэффициента отражения от упругих параметров среды даётся неявной и нелинейной формулой, повлекло за собой развитие многих аппроксимаций для коэффициента отражения, которые дают возможность по явным формулам вычислять значение линеаризованного коэффициента отражения в зависимости от контраста упругих свойств среды.

В основе аппроксимаций лежит предположение о том, что контраст свойств среды от слоя к слою мал, и что рассматриваются небольшие углы падения. Дей-

ствительно, при выполнении этих предположений аппроксимации оказываются близки к истинным значениям коэффициента отражения, полученным из системы уравнений Цёппритца (рис. 1а, б). Однако если искомая модель среды обладает высокими контрастами свойств, то даже для небольших углов падения отличие линейризованного коэффициента отражения от истинного может быть значительным (рис. 1в, г). Также в большинстве аппроксимаций требуется априорная информация в виде гладкого тренда упругих параметров среды.

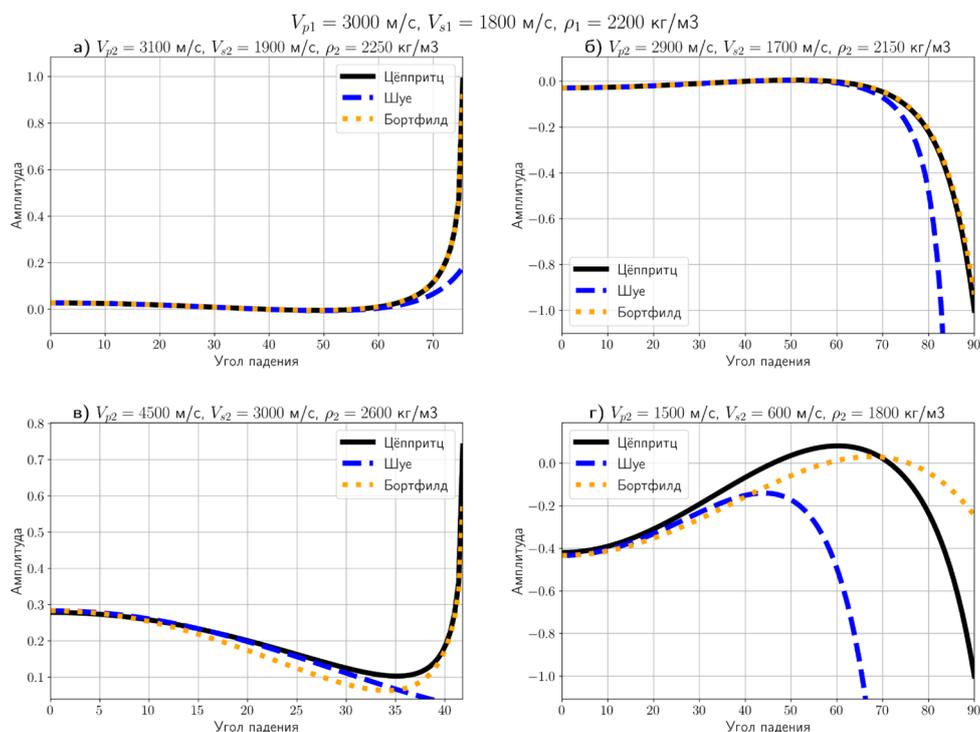


Рис. 1. Сравнение аппроксимаций Шуе и Бортфилда для коэффициента отражения с истинными коэффициентами отражения, рассчитанными по системе уравнений Цёппритца, для различных значений контрастов свойств между пластами 1 и 2

### Обратная задача

Решение обратной задачи заключается в минимизации целевого функционала, содержащего норму невязки наблюденных и синтетических сейсмических трасс, а также регуляризующие слагаемые для учёта априорной информации. В случае, когда оператор прямой задачи и регуляризующие операторы линейны, а в целевом функционале участвует только 2-норма, то решение обратной задачи даётся решением СЛАУ. Этот случай имеет место быть, например, в инверсии, основанной на модели, когда в качестве оператора прямой задачи используется некоторая линейризация коэффициента отражения, а регуляризация накладывает на решение требование гладкости с помощью стабилизаторов в 2-норме. В противном случае решение обратной задачи сводится к минимизации некоторой нелинейной функции многих переменных. Наиболее подходящими в этом случае

являются градиентные методы оптимизации, поскольку для сейсмической инверсии расчёт градиента целевого функционала по вычислительным затратам сравним с расчётом значения целевого функционала.

Использование точного решения уравнений Цёппритца в качестве оператора прямой задачи качественным образом повлияет на результат обращения, поскольку это расширило бы границы применимости синхронной инверсии, допуская корректное восстановление сред с большими контрастами свойств и использование сейсмических трасс, соответствующих большим углам падения, для снижения эффекта неединственности решения обратной задачи и повышения устойчивости определения решения. Для расчёта коэффициентов отражения по системе уравнений Цёппритца в оптимизационном процессе потребуется решать СЛАУ размера  $4 \times 4$  для каждой границы, а для расчёта производных оператора прямой задачи при использовании градиентного метода оптимизации предлагается использовать технику производной неявной функции. Дифференцируя систему уравнений Цёппритца по каждому параметру модели, приходим к СЛАУ для определения производных коэффициента отражения по параметрам модели, причём матрица этой системы совпадает с матрицей исходной системы уравнений Цёппритца. Для обращения матриц размерности  $4 \times 4$  существуют эффективные численные формулы обращения напрямую, что позволяет сохранить вычислительную эффективность алгоритма. Использование точного решения уравнений Цёппритца при решении обратной задачи также избавляет от необходимости привлечения гладкого тренда изменения упругих параметров, участвующего в аппроксимациях точного решения, а также от зависимости решения от этого тренда. Для акустической инверсии, имеющей дело с сейсмическими трассами для нулевого угла падения, использовать точное решение не составляет труда ввиду наличия явной зависимости между коэффициентом отражения и акустической жесткостью, при этом переход от одной величины к другой осуществляется по рекуррентным соотношениям.

В результате акустической сейсмической инверсии можно получить трассу коэффициентов отражения или трассу акустических импедансов, а отделить в импедансе скорость от плотности не представляется возможным. В случае же синхронной инверсии имеется возможность выбрать комбинацию упругих параметров среды, которые будут восстановлены в результате инверсии. Известно, что наиболее устойчиво обращаются импедансы [3], что также удаётся получить для синхронной инверсии с использованием точного решения уравнений Цёппритца в параметризации модели через импедансы и плотность (рис. 2). Отметим, что способ расчёта производных коэффициента отражения остаётся прежним.

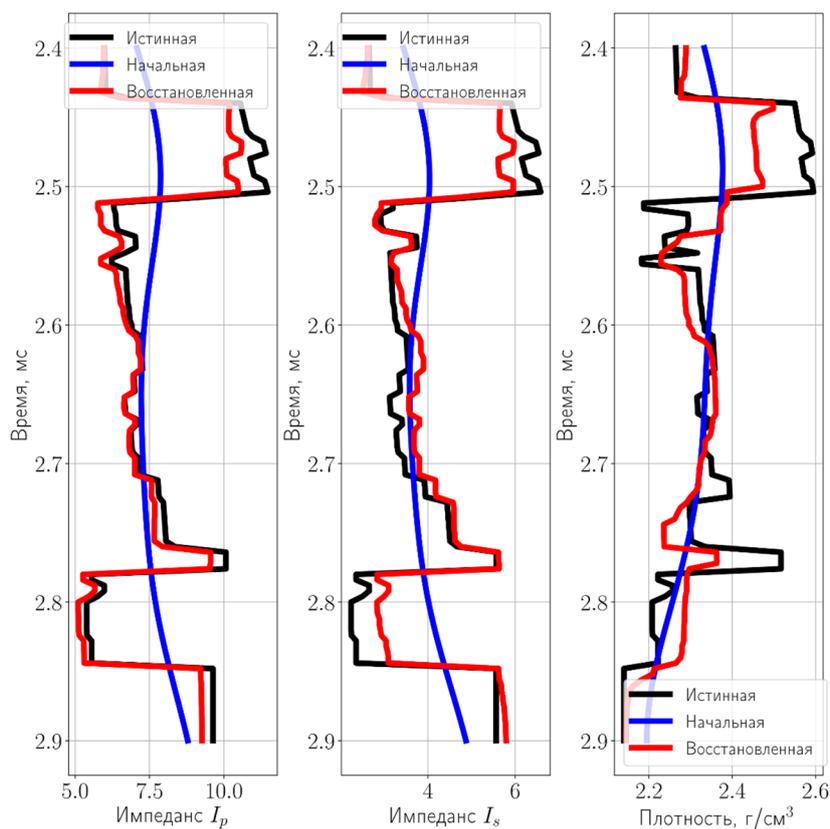


Рис. 2. Результат синхронной инверсии на основе точного решения уравнений Цёппритца в параметризации через импедансы и плотность

### *Обсуждение и заключение*

Использование алгоритмов сейсмической инверсии, приводящих к необходимости решения нелинейной задачи, позволяет найти более физичное решение, в то время как более простые алгоритмы инверсии, приводящие к линейной задаче, обеспечивают более быстрое и устойчивое получение решения. При необходимости привлечения априорной информации может применяться регуляризация, которая может сделать минимизацию целевого функционала эквивалентной решению нелинейной задачи. Это намекает на важность разработки более совершенных алгоритмов сейсмической инверсии, которые хоть и приводили бы к решению нелинейной задачи, но позволяли бы решать её так же быстро и устойчиво, как линейную.

Применение линеаризаций и дополнительных предположений о среде приводит к трудностям при обращении в тех областях, где данные предположения нарушаются. Использование точного оператора прямой задачи позволяет расширить область применимости инверсии ценой усложнения процесса решения и несколько больших вычислительных затрат.

Имеются предпосылки к исследованию иных параметризаций модели в задаче сейсмической инверсии для снижения общего числа неизвестных и обеспечения возможности быстрого и устойчивого получения физически обоснованного решения, включающего в себя разнообразную априорную информацию.

## *Благодарности*

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда, грант № 21-71-20002-П.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ампилов Ю.П., Барков А.Ю., Яковлев И.В., Филиппова К.Е., Приезжев И.И. Почти все о сейсмической инверсии. Часть 1: Технологии сейсморазведки. – 2009. – № 4. – С. 3–16.
2. Russell B. H. Introduction to Seismic Inversion Methods: Course Notes Series, Society of Exploration Geophysicists. – 1988. – 80–101.
3. Silvestrov I., Tcheverda V. SVD analysis in application to full waveform inversion of multicomponent seismic data: Journal of Physics: Conference Series. – 2011. – Vol. 290, No. 1. – P. 012014.
4. Belge M., Kilmer M. E., Miller, E. L. Efficient Determination of Multiple Regularization Parameters in a Generalized L-Curve Framework: Inverse Problems. – 2002. – № 18. – 1161–1183.

© Д. К. Дмитрачков, М. И. Протасов, 2025