

*С. А. Алексейцев<sup>1,3\*</sup>, А. С. Толстиков<sup>1,2</sup>, А. С. Томилов<sup>1</sup>*

## **Эффект Саньяка в задаче синхронизации пространственно-разнесенных часов по каналам ГНСС**

<sup>1</sup> Западно-Сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ», г. Новосибирск,  
Российская Федерация

<sup>2</sup> Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск,  
Российская Федерация

<sup>3</sup> Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск,  
Российская Федерация

\* e-mail: alekseytsev.94@mail.ru

**Аннотация.** В работе описана постановка задачи учета эффекта Саньяка в задачах синхронизации пространственно-разнесенных стандартов частоты, формирующих бортовую и наземную шкалы времени и используемых в системе глобального позиционирования. Эффект Саньяка является одним из кинематических эффектов специальной теории относительности и заключается в изменении времени распространения электромагнитной волны до точек, имеющих разные линейные скорости на вращающемся теле, тем самым, является следствием релятивистского закона сложения скоростей. В рамках релятивистской модели, постановку задачи оценки влияния эффекта Саньяка на точность систем позиционирования целесообразно формулировать в рамках геометрической задачи относительного расположения источника излучения сигнала и точки приема, находящейся на земной поверхности в данных широтных координатах.

**Ключевые слова:** бортовые шкалы времени, релятивистские явления, модельные исследования, геопозиционирование, гравитационное поле, эффект Саньяка

*S. A. Alekseytsev<sup>1,3\*</sup>, A. S. Tolstikov<sup>1,2</sup>, A. S. Tomilov<sup>1</sup>*

## **Sagnac Effect in Time Scale Synchronization Problems**

<sup>1</sup> West-Siberian branch of FSUE “VNIIFTRI”, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>3</sup> Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

\* e-mail: alekseytsev.94@mail.ru

**Abstract.** The paper describes the formulation of the problem of taking into account the Sagnac effect in problems of synchronization of spatially separated frequency standards that form the on-board and ground time scales and are used in the global positioning system. The Sagnac effect is one of the kinematic effects of the special theory of relativity and consists in changing the time of propagation of an electromagnetic wave to points with different linear velocities on a rotating body, thereby being a consequence of the relativistic law of addition of velocities. Within the framework of the relativistic model, it is advisable to formulate the problem of assessing the influence of the Sagnac effect on the accuracy of positioning systems in the framework of a geometric problem of the relative location of the signal radiation source and the receiving point located on the earth's surface in given latitudinal coordinates.

**Keywords:** onboard time scales, relativistic phenomena, model studies, geopositioning, gravitational field, Sagnac effect

### *Введение*

Стабильность значений квантовых стандартов может нарушаться в результате влияющих воздействий различных факторов. Выявление и учет этих факторов является серьезной научно-технической проблемой, которую можно решить созданием различных имитационных моделей, при условии достаточной точности моделирования условий приема и передачи сигналов между пространственно-разнесенными формироваателями шкал времени.

В условиях увеличения точности квантовых стандартов частоты и времени (КСЧ) до значений  $10^{-15}$ – $10^{-17}$ , возникает необходимость учета кинематических эффектов, связанных с условиями распространения сигнала от спутников до наземных станций. Для обозначенных нестабильностей вклад тонких релятивистских эффектов может составлять весьма ощутимые значения, порядка 9 пс [1–3].

В настоящее время эффект Саньяка экспериментально зарегистрирован для нескольких типов волн [4–6].

### *Методы и материалы*

Время прохождения встречных волн в кольцевом резонаторе интерферометра зависит от направления движения светового пучка и направления движения резонатора. Этот интервал времени определяется соотношением [2]:

$$\Delta t = \frac{4\pi R^2 \Omega}{c^2(1 - R^2 \Omega^2 / c^2)}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус кольца интерферометра;  $\Omega$  – угловая скорость вращения.

В рассмотрении геометрической задачи геопозиционирования из (1) можно сделать вывод, что разность времен не зависит от фазовой скорости волн и определяется только геометрией модели.

На рис. 1 приведены результаты модельного эксперимента по оцениванию интервала времени для прохождения пути в резонаторе для световых потоков, направленных навстречу друг другу, для различных радиусов кольца интерферометра и угловой частоты вращения Земли.

В зависимости от измеренных текущих координат [1], разность времени, обусловленная эффектом Саньяка, может быть представлена следующим выражением:

$$\Delta \tau_S^M = -\frac{\Omega}{c^2} \int_{\tau_1}^{\tau_2} (x_m(\tau_0)V_y(\tau_0) - y_m(\tau_0)V_x(\tau_0))d\tau_0, \quad (2)$$

где  $V(\tau_0)$  – скорость часов относительно поверхности Земли;  $x_m(\tau_0)$ ,  $y_m(\tau_0)$  – геоцентрические координаты.

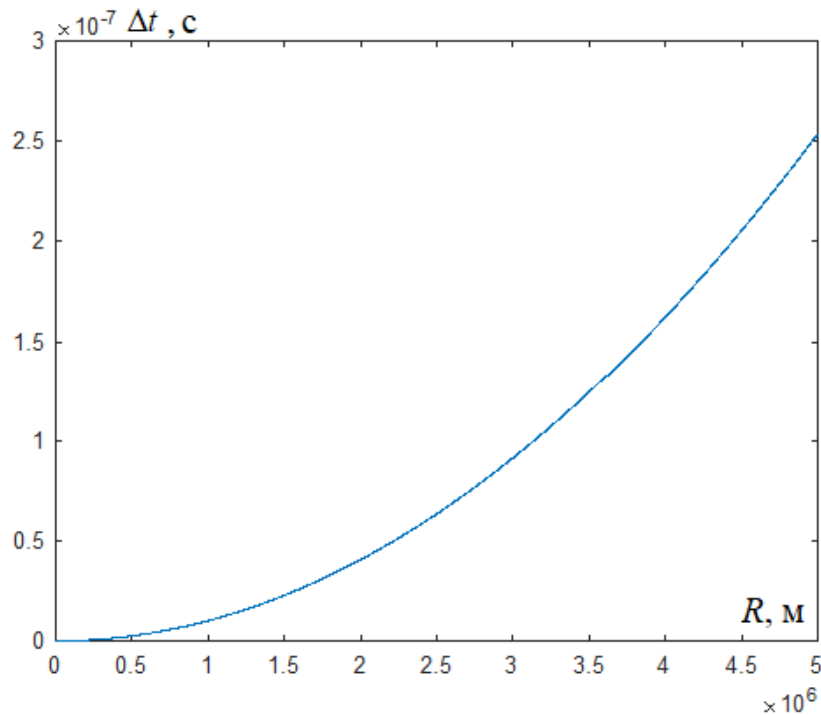


Рис. 1. Модельный эксперимент расчета разности времен

От интегральной формы (2) целесообразно перейти к аппроксимации в конечных разностях:

$$\delta(\Delta\tau_S^M) \approx -\frac{\Omega}{c^2} \sum_{n=1}^{n-1} \left[ \left( \frac{V_{yi+1} + V_{yi}}{2} \delta x + \frac{X_{i+1} + X_i}{2} \delta V_y - \frac{Y_{i+1} + Y_i}{2} \delta V_x - \frac{V_{xi+1} + V_{xi}}{2} \delta y \right) \Delta t \right]. \quad (3)$$

Верхняя оценка (3) имеет место при движении часов приемника в поперечном к меридиану направлении. На основании полученного соотношения (3) можно учесть влияние составляющей компоненты, определяемой релятивистскими процессами при создании моделей бортовых шкал времени. Полученные характеристики этой компоненты определяются координатами положения приемника на поверхности Земли и его относительной скоростью.

### **Результаты**

Орбитальное движение спутника происходит в гравитационном поле Земли, имеющем некоторые неоднородности. Такое взаимодействие приводит к возник-

новению периодической составляющей регистрируемого сигнала. Проведенные эксперименты показали наличие такой составляющей (рис. 2). Выявленное взаимодействие может быть учтено при моделировании бортовой шкалы времени использованием второй зональной гармоники.

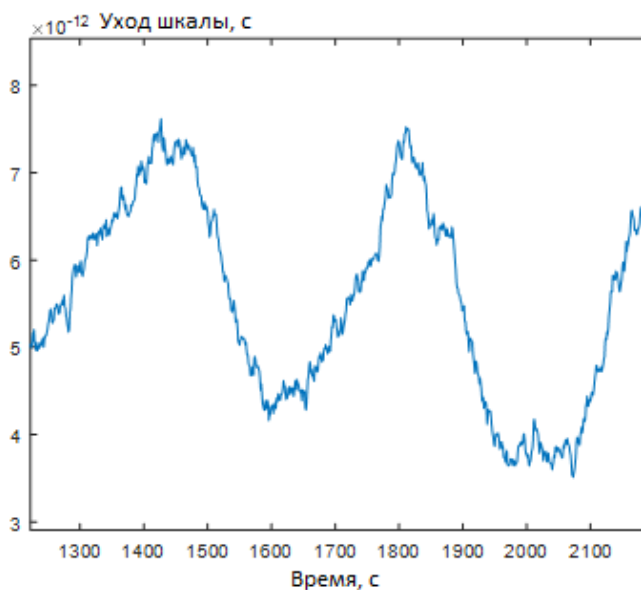


Рис. 2. Полученные экспериментальные результаты

На рис. 3 представлены результаты моделирования нестабильности шкалы времени спутника и результаты экспериментов для этой ситуации.

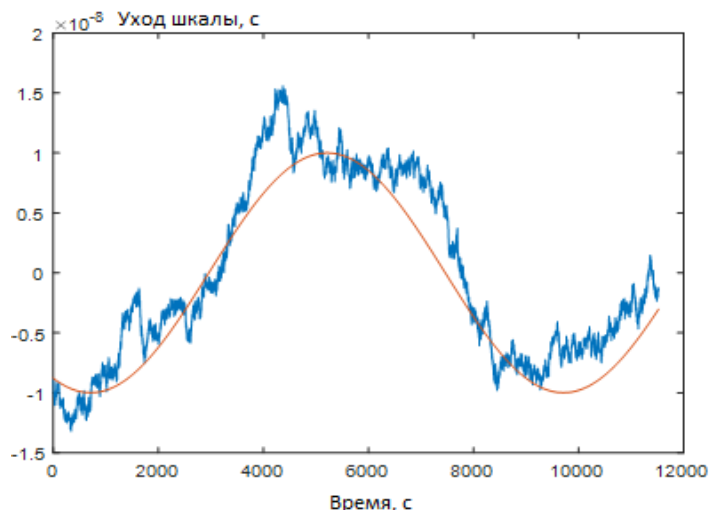


Рис. 3. Результаты моделирования и полученные экспериментальные данные

Анализ графиков на рис. 3 показывает хорошее совпадение модельных оценок нестабильностей с экспериментальными данными. Наблюдаемая на графике периодическая составляющая в рассматриваемой модели требует применения

корректирующих поправок, полученных с помощью уравнений математических моделей неустойчивости.

Указанные поправки должны применяться на этапе предварительной подготовки исходных данных измерений для решения задач позиционирования.

### *Обсуждение*

Возрастающие требования к точности задач позиционирования на основе применения ГНСС технологий требуют учета влияния неоднородности гравитационного поля Земли на параметры движения навигационных спутников. Результаты имитационного моделирования также показывают необходимость учета влияния неоднородности гравитационного поля на характеристики неустойчивости бортовых часов. Направление дальнейших исследований позволит осуществить уточнение предложенной модели и распространить ее применения на периоды времени большей продолжительности.

### *Заключение*

Современный уровень точности синхронизации шкал времени показывает необходимость учета релятивистских эффектов. Решение этой задачи может быть выполнено нахождением функциональной зависимости кинематической модели распространения электромагнитных волн между спутником и наземным пунктом, с последующим установлением связи между значением радиуса-вектора в заданный момент времени и вектором скорости спутника.

Проведенные модельные эксперименты показывают возможность учета влияния релятивистских и гравитационных эффектов как первые центрированные моменты компонент разностных уравнений, которые формируют неустойчивость бортовых шкал.

Предложенная модель расчета точности синхронизации шкал может быть при дальнейших исследованиях распространена на большие промежутки времени.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Фатеев, В. Ф., Рыбаков, Е. А., Смирнов, Ф. Р. Метод релятивистской синхронизации мобильных атомных часов и его экспериментальная проверка. Журнал технической физики, 2017, – Т. 43, – № 10. – С 456-459. – DOI: 10.21883/PJTF.2017.10.44614.16624.
2. Sushkin, I. N. Relativistic Effect in Simulators of Satellite Radio Navigation Systems // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies, 2021. – Т. 14. – № 7. – P. 854–859. – DOI: 10.17516/1999-494X-0351.
3. Медведев, Ю. Н., Смирнов, Ю. Ф. // Метрология времени и пространства: Тр. 5-го Рос. симп. М.: ВНИИФТРИ, 1994. – С. 342–343.
4. Берштейн, И. Л. Опыт Саньяка на радиоволнах. // ДАН СССР, 1950. – Т. 75. – С. 635–639.
5. Высоцкий, В. И., Воронцов, В. И., Кузьмин, Р. Н., Безирганян, П. А., Ростомьян, А. Г. Опыт Саньяка на рентгеновском излучении. // Успехи физических наук, 1994, – Т. 164. – № 3. – С. 309–324.
6. Neutze, R, Sagnac experiment with electrons: Reanalysis of a rotationally induced phase shift for charged particles. // Phys. Rev. A, 1998. – Vol. 58, – P. 557–565.

© С. А. Алексейцев, А. С. Толстиков, А. С. Томилов, 2024