

Х. Х. Имомназаров^{1}, А. А. Михайлов¹, И. К. Искандаров²*

Моделирование влияния геологического строения среды на амплитуду сейсмических волн от землетрясений

¹ Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Тихоокеанский государственный университет, г. Хабаровск, Российская Федерация
* e-mail: imom@omzg.sccc.ru

Аннотация. Распространение волн в упругих, пористых средах представляет интерес для различных областей науки и техники. Теория этого явления широко изучалась в механике грунтов, сейсмологии, акустике, сейсмотехнике, океанотехнике, геофизике и многих других дисциплинах. В настоящей работе рассматривается решение прямой динамической задачи теории упругости, которая моделирует формирование и распространение сейсмических волн от землетрясений. Поставленная задача записывается в виде динамических уравнений теории упругости в терминах компонент скоростей смещений и напряжений для двухмерной Декартовой системы координат. В настоящей статье рассматривается эффективный алгоритм решения данной прямой динамической задачи сейсмологии. Численное решение задачи основано на методе комплексирования аналитического преобразования Лагерра и конечно-разностного метода. Представлены численные результаты моделирования сейсмических волновых полей для реалистичной модели среды Байкальской рифтовой зоны.

Ключевые слова: упругая среда, сейсмические волны, землетрясения, прямая задача, преобразование Лагерра, разностная схема.

Kh. Kh. Imomnazarov^{1}, A. A. Mikhailov¹, I. K. Iskandarov²*

Modeling the influence of the geological structure of the environment on the amplitude of seismic waves from earthquakes

¹ Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, the Russian Federation

² Pacific State University, Khabarovsk, Russian Federation
* e-mail: imom@omzg.sccc.ru

Abstract. Wave propagation in elastic, porous media is of interest for various fields of science and technology. The theory of this phenomenon has been widely studied in soil mechanics, seismology, acoustics, seismic engineering, ocean engineering, geophysics and many other disciplines. This paper considers the solution of a direct dynamic problem in the theory of elasticity, which models the formation and propagation of seismic waves from earthquakes. The problem posed is written in the form of dynamic equations of the theory of elasticity in terms of the components of displacement and stress velocities for a two-dimensional Cartesian coordinate system. This article discusses an effective algorithm for solving this direct dynamic seismic problem. The numerical solution of the problem is based on the method of combining the analytical Laguerre transformation and the finite-difference method. Numerical results of modeling seismic wave fields for a realistic model of the environment of the Baikal rift zone are presented.

Keywords: elastic medium, longitudinal wave, earthquakes, direct problem, Laguerre transform, difference scheme

Введение

Регистрируемые сейсмические волны характеризуют не только очаг землетрясения, но и среду, через которую они распространяются, поэтому они являются основным носителем информации в сейсмологии. Самыми разрушительными при землетрясениях являются поверхностные волны, так как они имеют низкую частоту, большую амплитуду и внушительное время действия. Большую разрушительную силу имеют также прямые продольные сейсмические волны, возникающие в результате сдвига тектонических плит земной коры на больших по площади пространственных участках. В результате такого типа очагов землетрясений генерируется протяжённая плоская продольная волна с большой амплитудой. На амплитуду этих волн влияет не только геологическая структура в очаге землетрясения, но структура и физические свойства вышележащих слоёв среды.

Математические методы, основанные на распространении сейсмических волн в акустической или идеально упругой среде, успешно применяются к различным геофизическим задачам для идентификации геологических структур.

В данной работе для моделирования процесса распространения сейсмических волн в упругой среде численно решается прямая динамическая задача, которая записывается в виде гиперболической системы в терминах скоростей смещений и тензора напряжений. Для численного решения поставленной задачи используется метод комплексирования аналитического преобразования Лагерра по времени и конечно-разностного метода по пространству. Данный метод решения динамических задач теории упругости был впервые рассмотрен в работах [1, 2], а затем развит и для задач вязкоупругости [3, 4]. Предлагаемый метод решения можно рассматривать как аналог известного спектрально-разностного метода на основе Фурье-преобразования. В работах [2, 4] рассмотрены отличительные особенности данного метода от принятых подходов и обсуждаются преимущества применения преобразования Лагерра.

Постановка задачи

Распространение сейсмических волн в упругой среде записывается известной системой уравнений первого порядка теории упругости через взаимосвязь компонент вектора скорости смещений и компонент тензора напряжений в декартовой системе координат (x_1, x_2) .

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \lambda \delta_{ik} \operatorname{div} \vec{u} + \delta_{ik} F_i f(t). \quad (2)$$

Здесь δ_{ij} - символ Кронекера, $\lambda(x_1, x_2)$, $\mu(x_1, x_2)$ - упругие параметры среды, $\rho(x_1, x_2)$ - плотность среды, $\vec{u} = (u_1, u_2)$ - вектор скорости смещений, σ_{ij} - компоненты тензора напряжений, $\vec{F}(x_1, x_2) = F_1\vec{e}_x + F_2\vec{e}_z$ описывает **пространственное распределение** источника, а $f(t)$ - заданный временной сигнал в источнике. Для точечного источника типа центр давления: $F_i = \delta(x - x_0)\delta(z - z_0)$.

Задача решается при нулевых начальных данных

$$u_i|_{t=0} = \sigma_{ij}|_{t=0} = 0 \quad (3)$$

и граничных условиях на свободной поверхности $x_2 = 0$

$$\sigma_{12}|_{x_2=0} = \sigma_{22}|_{x_2=0} = 0. \quad (4)$$

Алгоритм решения

Для решения поставленной задачи (1)-(4) используем интегральное преобразование Лагерра по времени вида [1-4]:

$$\vec{W}_m(x_1, x_2) = \int_0^\infty \vec{W}(x_1, x_2, t)(ht)^{-\frac{\alpha}{2}} l_m^\alpha(ht) d(ht), \quad (5)$$

с формулой обращения

$$\vec{W}(x_1, x_2, t) = (ht)^{\frac{\alpha}{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{m!}{(m + \alpha)!} \vec{W}_m(x_1, x_2) l_m^\alpha(ht), \quad (6)$$

где $l_m^\alpha(ht)$ - ортогональные функции Лагерра.

После применения интегрального преобразования Лагерра по времени исходная задача (1)-(4) сводится к решению системы дифференциальных уравнений только по пространственным координатам (x_1, x_2) .

$$\frac{h}{2} u_i^m + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ik}^m}{\partial x_k} = -h \sum_{n=0}^{m-1} u_i^n, \quad (7)$$

$$\frac{h}{2} \sigma_{ik}^m + \mu \left(\frac{\partial u_k^m}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i^m}{\partial x_k} \right) + \lambda \delta_{ik} \operatorname{div} \vec{u}^m = \delta_{ik} F_i f^m - h \sum_{n=0}^{m-1} \sigma_{ik}^n, \quad (8)$$

где $f^m = \int_0^\infty f(t)(ht)^{-\frac{\alpha}{2}} l_m^\alpha(ht) d(t)$.

Для дальнейшего решения задачи используется конечно-разностная аппроксимация производных на сдвинутых сетках [5] с четвертым порядком точности. Определим искомые компоненты вектора решения в следующих узлах сеток:

$$\begin{aligned} u_1(m) &\in \omega x_1^i \times \omega x_2^j, \\ u_2(m) &\in \omega x_1^{i+1/2} \times \omega x_2^{j+1/2}, \\ \sigma_{11}(m), \sigma_{22}(m) &\in \omega x_1^{i+1/2} \times \omega x_2^j, \\ \sigma_{12}(m) &\in \omega x_1^i \times \omega x_2^{j+1/2}. \end{aligned}$$

В результате конечно-разностной аппроксимации задачи (7-8) получим систему линейных алгебраических уравнений. Представим искомый вектор решения \vec{W} в следующем виде:

$$\begin{aligned} \vec{W}(m) &= (\vec{V}_0(m), \vec{V}_1(m), \dots, \vec{V}_{K+N}(m))^T, \\ \vec{V}_{i+j} &= (u_1^{i,j}, u_2^{i+1/2, j+1/2}, \sigma_{11}^{i+1/2, j}, \sigma_{22}^{i+1/2, j}, \sigma_{12}^{i, j+1/2})^T. \end{aligned}$$

Тогда, полученная в результате преобразований система линейных алгебраических уравнений в векторной форме может быть записана как:

$$(A_{\Delta} + \frac{h}{2}E) \vec{W}(m) = \vec{F}_{\Delta}(m-1)$$

Для решения данной системы линейных алгебраических уравнений используется итерационный метод сопряженных градиентов[6,7]. Преимуществом этого метода является быстрая сходимость к искомому решению, при условии хорошей обусловленности матрицы системы. Полученная в результате преобразования Лагерра матрица системы обладает этим свойством за счет введенного параметра сдвига h , специально расположенного на главной диагонали. Выбор значения параметра h даёт возможность существенно улучшать обусловленность матрицы системы. Решив систему линейных алгебраических уравнений, можно определить спектральные значения для всех компонент волнового поля $\vec{W}(m)$. Затем, воспользовавшись формулами обращения преобразования Лагерра (6), получим решение исходной задачи (1)-(4).

Численное моделирование

Для численного моделирования распространения сейсмических волн, возникающих в процессе землетрясения, были заданы две модели среды, описывающих предполагаемое строение байкальской рифтовой зоны[8]. Данная географическая область характеризуется высокой сейсмической активностью. Задавае-

мые для расчётов модели среды изображены на рис. 1 и рис. 2. На изображённых моделях, можно увидеть небольшие структурные различия в строении среды.

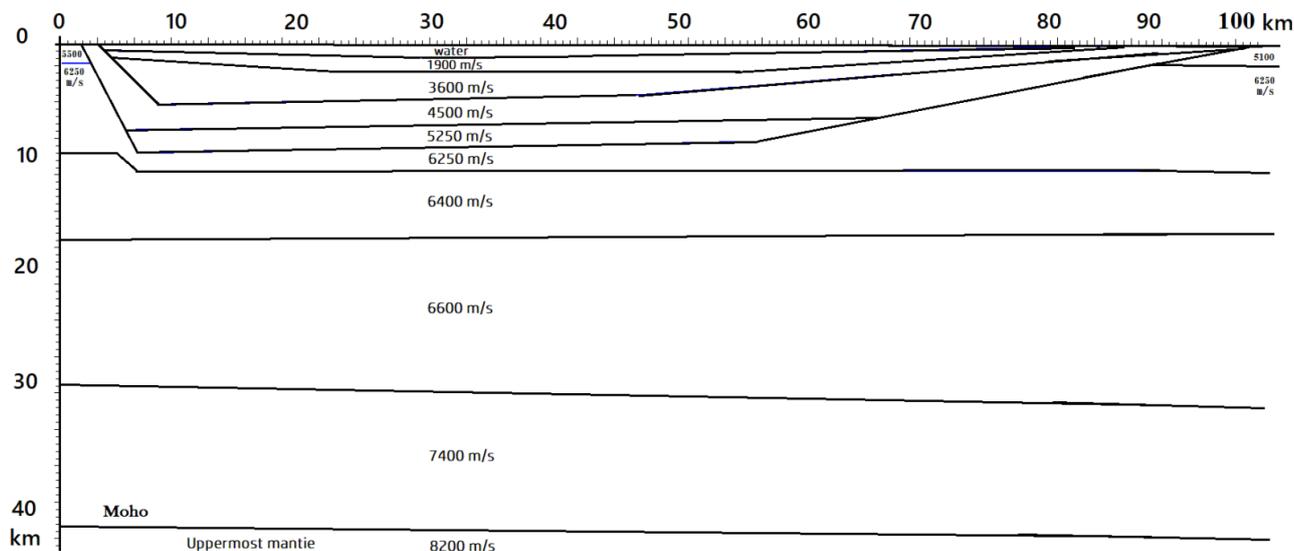


Рис 1. Модель среды №1

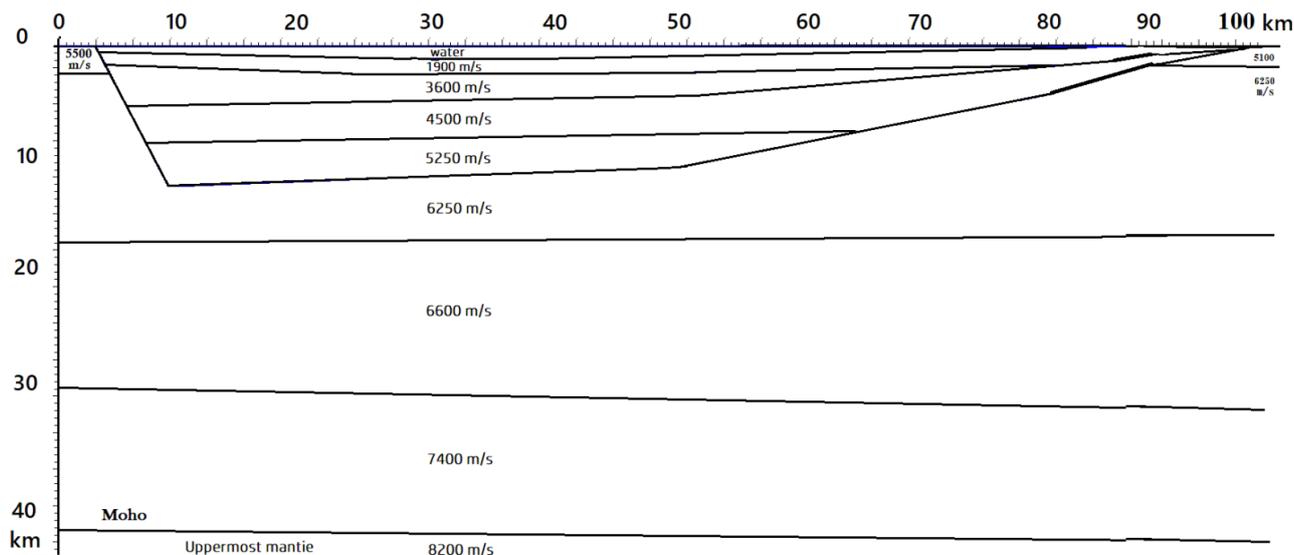


Рис 2. Модель среды №2

На представленных рисунках изображены границы слоёв и подписаны значения скоростей продольных волн V_p в этих слоях. Значения скоростей поперечных волн задавались по формуле $V_s = V_p / \sqrt{3}$. Плотность среды в слоях рассчитывалась по известной формуле Гарднера $\rho = 1.74 * V_p^{0.25}$. Физические характеристики для водного слоя – скорость продольной волны $V_p = 1480$ м/сек, плотность $\rho = 1.0$ г/см³.

Как видно из представленной на рисунке модели данная среда имеет сложное геологическое строение. Полагам, что в результате сдвига тектонических плит на границе земной коры и мантии генерируется плоская продольная волна параллельная этой границе.

Генерация плоской продольной волны, образующаяся в процессе землетрясения, задавалась с помощью определения пространственного распределения источника в исходных уравнениях системы (2) в виде суперпозиции точечных источников располагающихся на одной горизонтальной линии в виде функции

$$F(x, z) = \delta(z - z_0) \sum_{k=1}^N \delta(x - x_k),$$

где N – количество узлов сетки по координате X , а z_0 – глубина формирования плоской волны. Значение глубины генерации плоской волны для численных расчетов волновых полей было задано равным 45 км. Временной сигнал в источнике задавался в виде импульса Пузырёва с частотой $f_0 = 8$ Гц.

На мгновенных снимках волнового поля, представленных на рис. 3-6, изображены мгновенные снимки волнового поля для u_z -компоненты скорости смещений в моменты времени $T = 6$ и $T = 10$ секунд. Видно, что при распространении сейсмической волны, сгенерированной в эпицентре землетрясения, на границах раздела слоев формируются различные типы отражённых волн.

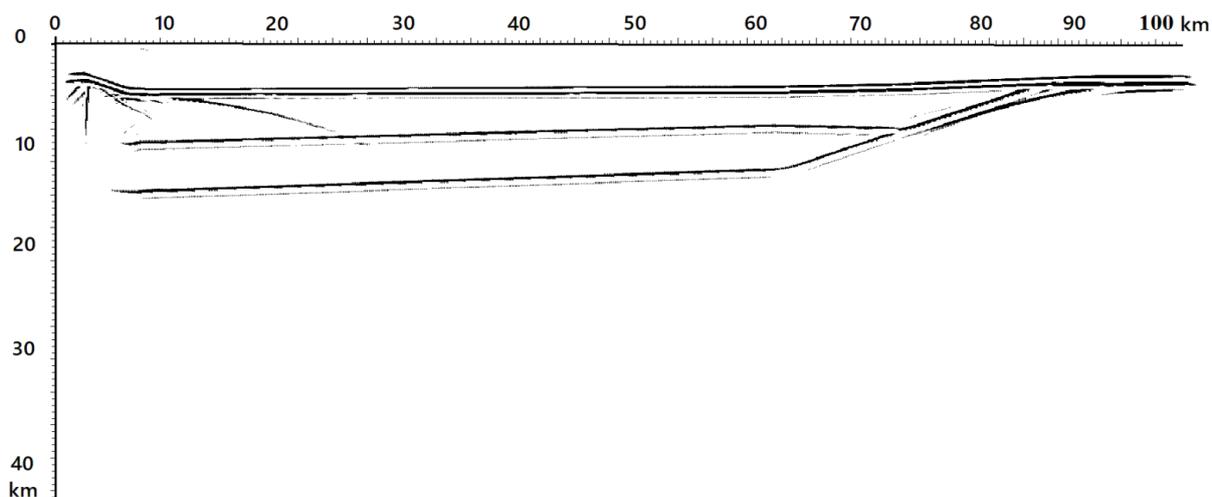


Рис 3. Мгновенный снимок волнового поля U_z -компоненты в момент времени $T=6$ секунд для модели среды №1

На рис. 3 и рис. 4 изображены мгновенные снимки волнового поля U_z -компоненты в момент времени падения прямой продольной волны на свободную поверхность в моделях среды №1 и №2. Из рассмотрения волнового поля видно различие формирования волновых фронтов в моделях №1 и №2. в зависимости от геометрии границ слоёв. Общая интерференционная волновая картина складывается в зависимости от геометрии этих границ и толщины слоев по сравнению с пространственной длиной волны.

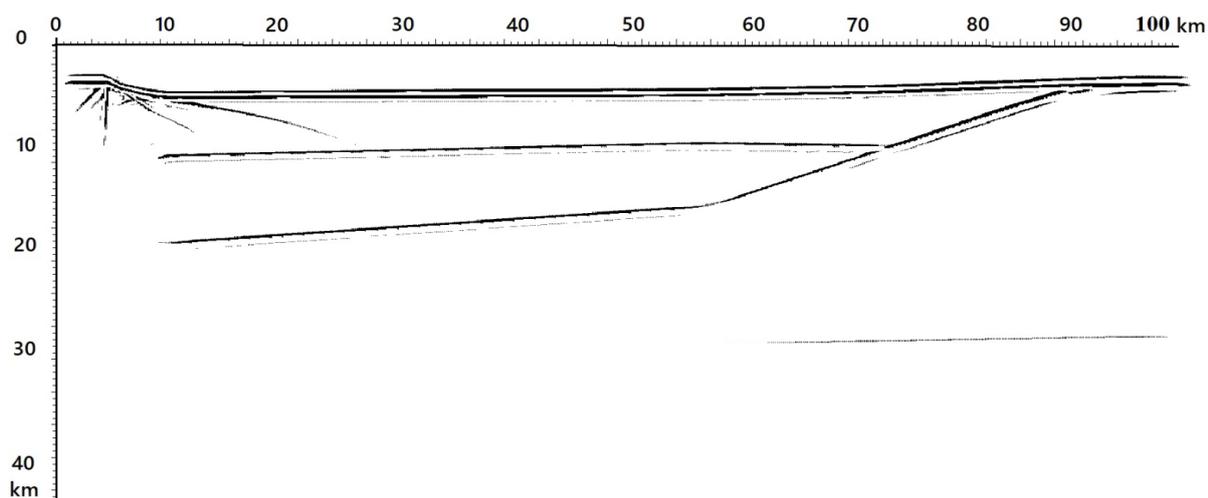


Рис 4. Мгновенный снимок волнового поля U_z – компоненты в момент времени $T=6$ секунд для модели среды №2

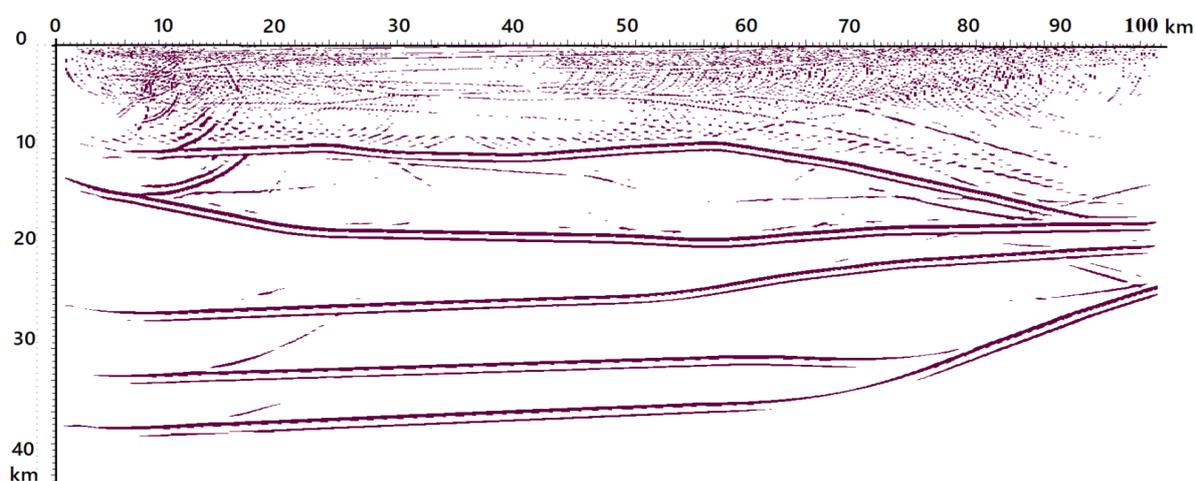


Рис 5. Мгновенный снимок волнового поля U_z – компоненты в момент времени $T=10$ секунд для модели среды №1

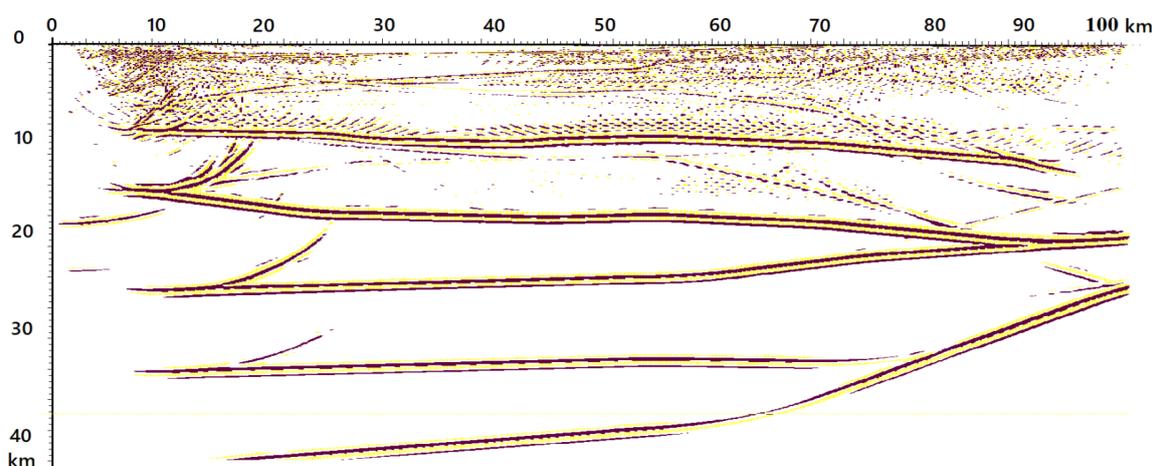


Рис 6. Мгновенный снимок волнового поля U_z – компоненты в момент времени $T=10$ секунд для модели среды №2

На рис. 5 и рис. 6 изображены мгновенные снимки U_z – компоненты волнового поля для моделей среды №1 и №2, соответственно, в момент времени $T=10$ секунд. На представленных снимках видно образование сложной интерференционной картины, вследствие отражения различных сейсмических волн от свободной поверхности и границ слоёв среды. Из рассмотрения этих снимков волнового поля видно, что даже небольшое различие в строении моделей среды №1 и №2 приводит к изменению областей фокусировки энергии сейсмических волн на различных участках среды.

Заключение

Результаты численных расчётов показывают эффективность используемого алгоритма для решения поставленной задачи моделирования распространения сейсмических волн в сложнопостроенных неоднородных средах. Анализ полученных расчётов визуальной картины волнового поля в результате распространения сейсмических волн в таких средах, показывает возможность фокусировки энергии сейсмических колебаний на определённых участках среды в области происхождения землетрясения, что приводит к значительному увеличению амплитуды данных колебаний. Этот эффект, как видно из представленных результатов моделирования, зависит от строения среды и частоты распространяющихся в ней колебаний. Результаты моделирования возникающей волновой картины в зависимости от частоты сейсмических колебаний приводятся в работе [9]. Этот факт следует учитывать при строительстве технических сооружений на поверхности, а также внутри среды и производить подобного рода численное моделирование. В дальнейших исследованиях предполагается изучить эффект возникновения резонанса собственных колебаний в данных сооружениях и внешних сейсмических колебаний от землетрясений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Mikhailenko B. G. Spectral Laguerre method for the approximate solution of time dependent problems // Applied Mathematics Letters. – 1999. – № 12. – С.105–110.
2. Konyukh G. V., Mikhailenko B. G., Mikhailov A. A. Application of the integral Laguerre transforms for forward seismic modeling // Journal of Computational Acoustics. – 2001. – Vol. 9. – № 4. – 1523–1541.
3. Mikhailenko B.G., Mikhailov A.A., Reshetova G.V. Numerical modeling of transient seismic fields in viscoelastic media based on the Laguerre spectral method // Pure appl. geophys. – 2003. – № 160. – P. 1207–1224.
4. Mikhailenko B.G., Mikhailov A.A., Reshetova G.V. Numerical viscoelastic modeling by the spectral Laguerre method // Geophysical Prospecting. – 2003. – № 51. – P. 37–48.
5. Levander A. R. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms // Geophysics. – 1988. – Vol. 53. – P. 1425 – 1436.
6. Saad Y., Van der Vorst H.A. Iterative solution of linear systems in the 20th century//J. of Computational and Applied Mathematics. – 2000. – № 123. P. 1–33.
7. Sonneveld P. CGS, a fast Lanczos-type solver for nonsymmetric linear system// SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing. – 1989. – № 10. – P. 36–52.

8. Nielsen C., Thybo H. Lower crustal intrusions beneath the southern Baikal Rift Zone: Evidens from full-waveform modeling of wide-angle seismic data. *Tectonophysics*. – 2009. – Vol. 470. – №. 3. – P. 298–318;

9. Mikhailov A., Imomnazarov Kh., Iskandarov I., Omonov A. Modeling then Seismic Waves Propagation While Earthquakes // *AIP Conference Proceedings*. – 2023. – Vol. 3147. P. 030008.

© *X. X. Имомназаров, А. А. Михайлов, И. К. Искандаров, 2024*