

Е. И. Штанько^{1}, М. И. Фокин¹, С. И. Марков^{1,2}, Д.В. Добролюбова^{1,2}*

Вычисление эффективного коэффициента теплопроводности образцов осадочных пород при использовании их дискретных геометрических моделей

¹ Институт нефтегазовой геологии и геофизики им А.А. Трофимука СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: mihaylovaei@ipgg.sbras.ru

Аннотация. Решается задача о вычислении коэффициента теплопроводности осадочных пород при использовании их дискретных геометрических моделей. Под геометрической моделью образцов понимается объект идеализированной структуры, состоящий из матрицы и пустотного пространства с эффективными физическими свойствами. Алгоритм построения цифровых моделей образцов осадочных пород основан на методах машинного обучения и специальных пороговых критериях для обработки данных рентгеновской томографии высокого разрешения. Дискретная геометрическая модель образцов строится методами, основанными на адаптированных симплициальных разбиениях. В данной работе, в отличие от существующих решений поставленной задачи, не рассматриваются феноменологические редуцированные модели, а предлагается подход, базирующийся на применении континуальных моделей исследуемой среды и процесса теплообмена. Используются результаты прямого математического моделирования процесса теплопереноса в неоднородной пористой среде с различным фазовым составом, а также закон Фурье. Такой подход позволяет получить физически корректные значения коэффициента теплопроводности неоднородной среды при использовании её цифрового аналога. На примере образцов газогидратосодержащих сред показано влияние фазового состава и контраста тепловых характеристик на величину коэффициента теплопроводности.

Ключевые слова: осадочные породы, цифровая модель, численное моделирование, теплопроводность, численная гомогенизация

E. I. Shtanko^{1}, M. I. Fokin¹, S. I. Markov^{1,2}, D. V. Dobrolyubova^{1,2}*

Determination of thermal conductivity coefficient of rock samples using methods of non-destructive visualization of their internal structure

¹ Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics of Siberian Branch Russian Academy of Sciences (IPGG SB RAS), Novosibirsk, Russian Federation

² Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: mihaylovaei@ipgg.sbras.ru

Abstract. The problem of recovering the thermal conductivity coefficient of sedimentary rocks using their discrete geometric models is considered. The geometric model of the sample is an object with idealized structure consisting of a matrix and void space with effective physical properties. The algorithm for building digital models of the sedimentary rock samples is based on machine learning methods and special threshold criteria for processing high-resolution computational tomography data. The discrete geometric model of the samples is constructed by methods based on adapted symplectic partitions. In this paper, unlike existing solutions to the problem, phenomenological reduced models are

not considered, but an approach based on the application of continuum models of the investigated medium and heat exchange process is proposed. The results of the direct mathematical simulation of heat transfer process in inhomogeneous porous medium with different phase composition as well as Fourier's law are used. This approach allows us to obtain physically correct results in recovering the heat transfer coefficient of a heterogeneous medium using its digital analog. The effect of the phase composition and contrast of thermal characteristics on the value of the thermal conductivity coefficient is shown on the example of gas-hydrate-containing samples.

Keywords: sedimentary rocks, numerical model, numerical simulation, thermal conductivity, numerical homogenization

Введение

Необходимость изучения термодинамических свойств осадочных пород обусловлена потребностями промышленного освоения продуктивных углеводородных коллекторов [1, 2]. В арктических регионах применение геофизических методов разведки, таких как электромагнитные и акустические, не всегда позволяет однозначно идентифицировать залежи газовых гидратов среди ледяной массы [3, 4].

Как правило, теплопроводность газовых гидратов и льда может существенно различаться. Поэтому в контексте геофизических методов разведки тепловые свойства таких объектов являются наиболее информативными характеристиками [5, 6].

Развитие томографических методов исследования образцов осадочных пород открывает новые возможности для применения математического моделирования и использования нередуцированных континуальных моделей для оценки физических свойств таких сложных объектов [7, 8].

Определение коэффициента теплопроводности пористых сред, содержащих газовый гидрат, представляет собой сложную задачу, поскольку при определённых термобарических условиях может происходить диссоциация газового гидрата. Доминирующий механизм диссоциации газовых гидратов зависит от масштаба. Так, в пластовых условиях доминирующим механизмом является перенос пластового флюида. В лабораторных условиях доминирующими факторами являются кинетика и теплообмен [9, 10]. Изучение физических свойств гидратосодержащих сред в Институте нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН занимается широкий круг специалистов, результаты исследований которых можно найти в [12, 13]. Успешное решение задачи вычисления коэффициента теплопроводности при использовании цифровой модели пористой среды зависит от выбора подходящей дискретной геометрической модели образца породы и математической модели процесса теплообмена.

В данной работе рассматривается образец пористой среды, матрица которого состоит из кварца, а поровое пространство содержит метан и его газовый гидрат в стабильном состоянии. В режиме реального времени была проведена рентгеновская томография высокого разрешения этого образца. По результатам рентгеновской томографии с помощью адаптированных симплицальных трёх-

мерных сеточных аппроксимаций и алгоритмов машинного обучения была реконструирована дискретная геометрическая модель. Для построенных дискретных моделей выполнена оценка и сравнение объёмных долей присутствующих в образце фаз с целью определения оптимального алгоритма в случае наличия в образце фазы с малым процентным содержанием. Выполнено сравнение рассчитанных на построенных различными алгоритмами сеточных моделях эффективных тепловых характеристик рассмотренного образца.

Алгоритм расчёта коэффициента теплопроводности цифровой модели гидратосодержащего образца основан на предположении, что процесс теплопереноса удовлетворяет закону Фурье. В отличие от существующих решений указанной задачи, наш подход не основан на применении феноменологических редуцированных моделей. Используются континуальные модели исследуемой среды и процесса теплообмена. Для аппроксимации выбранной математической модели применяется неконформный разрывный метод Галёркина, обладающий свойством локальной консервативности.

Методы и материалы

Рассматривается цилиндрический образец гидратосодержащей пористой среды диаметром 4.2 мм и высотой 1.8 мм. Матрицу (скелет) породы образует кварц. В поровом пространстве содержится газовый гидрат метана или лёд, а также газообразный метан. На рис. 1а представлены сегментированные томографические центральные срезы перпендикулярно оси образца в различные моменты времени, обозначенные условно «Стадия 1», «Стадия 2» и т.д. Стадии соответствуют разным этапам процесса гидратообразования [6, 7]. Геометрическая модель образца изображена на рис. 1б.

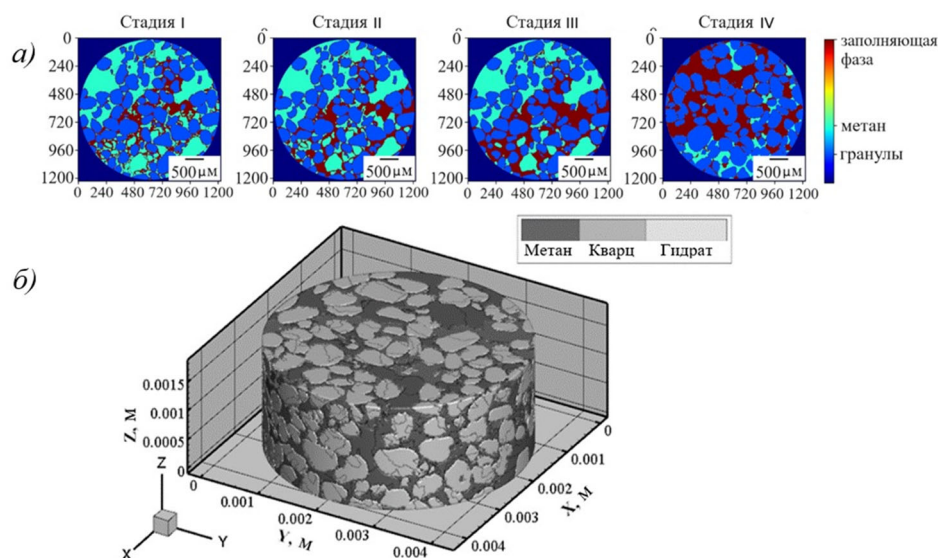


Рис.1. Центральные срезы томографических объёмов с разным содержанием газогидрата метана, сегментация на 3 фазы (а); трехмерная геометрическая модель образца: метан, кварц, гидрат (б)

Подробное описание алгоритмов реконструкции структуры образцов по результатам рентгеновской томографии и алгоритмов построения дискретной геометрической модели приведено в [14]. В данной работе сравнивается точность аппроксимации объёмных долей отдельных фаз, присутствующих в модели, при реконструкции внутренней структуры образца одним из реализованных ранее методов: прямым методом с выделением точек границы раздела сред (алгоритм 1), гибридным методом, предполагающим адаптацию сеточного разбиения к границе раздела сред (алгоритм 2) и методом из библиотеки CGAL [15] (алгоритм 3). В табл.1 приведены рассчитанные для каждой из полученных сеточных моделей объёмные доли кварца, метана и газового гидрата на нескольких стадиях протекания процесса образования гидрата. При этом доля его в образце варьируется от 9% до 15% в зависимости от стадии процесса, что сказывается на точности ее аппроксимации. В качестве эталонной принимается воксельная модель, в которой каждому трёхмерному пикселю набора томографических сегментированных изображений ставится в соответствие гексаэдральный конечный элемент (порядка 600 млн. конечных элементов). В табл.1 полученные для данной модели объёмные доли отдельных фаз обозначены V_v . Рассчитанные для сеточной модели, сгенерированной согласно алгоритму 1, объёмные доли обозначены как V_1 ; для алгоритма 2 – V_2 и для алгоритма 3 – V_3 . Сеточные модели, построенные алгоритмами 1–3 содержат порядка 5 млн. конечных элементов.

Таблица 1

Объёмные концентрации отдельных фаз в образце

Стадия и фаза		$V_v, \%$	$V_1, \%$	$\frac{ V_v - V_1 }{ V_v } \cdot 100\%$	$V_2, \%$	$\frac{ V_v - V_2 }{ V_v } \cdot 100\%$	$V_3, \%$	$\frac{ V_v - V_3 }{ V_v } \cdot 100\%$
Стадия 1	метан	34.55	34.25	0.85	32.60	5.64	35.55	2.91
	кварц	56.25	56.09	0.27	60.27	7.16	57.91	2.96
	газовый гидрат	9.21	9.65	4.83	7.13	22.56	6.54	29.03
Стадия 2	Метан	30.99	30.77	0.68	29.16	5.89	31.76	2.50
	кварц	56.08	55.83	0.44	59.79	6.63	57.55	2.63
	газовый гидрат	12.94	13.40	3.55	11.05	14.63	10.69	17.40
Стадия 3	метан	28.63	28.51	0.43	27.31	4.60	29.21	2.02
	кварц	55.99	55.69	0.54	58.98	5.35	57.19	2.15
	газовый гидрат	15.38	15.80	2.76	13.70	10.90	13.60	11.57

Согласно данным из табл.1 наиболее близкие к эталонному значения объёмных долей получаются при реконструкции внутренней структуры среды алгоритмом 1. Даже при низкой объёмной доле газового гидрата в 9.21% точность аппроксимации этой фазы сохраняется в пределах 5%. Алгоритмы 2 и 3 демонстрируют значительный рост погрешности при уменьшении объёмной доли газового гидрата в образце при сохранении погрешности аппроксимации преобладающих фаз в пределах 8% для алгоритма 2 и 3% для алгоритма 3.

Для численного определения эффективного коэффициента теплопроводности формулируются следующие краевые условия: на нижней поверхности цилиндра поддерживается постоянная температура $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$, а на верхней $-1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Предполагается, что боковая поверхность изолирована. Теплопроводность компонентов представлена в табл.2. Необходимо определить теплопроводность исследуемого образца при различных объёмных долях компонентного состава, а также при различных значениях теплопроводности метановых газогидратных включений.

Если процесс теплообмена удовлетворяет закону Фурье, то в установившемся режиме распределение температуры описывается следующей математической моделью:

$$-\delta(\lambda dT) = 0, \quad (1)$$

$$Tr(*T)|_{S_{inlet}} = 272, \quad Tr(*T)|_{S_{outlet}} = 271, \quad (2)$$

$$-\lambda Tr(*dT)|_{S_{wall}} = 0, \quad (3)$$

где λ – коэффициент теплопроводности ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$), T – температура (К), S_{wall} – боковая поверхность цилиндра, S_{inlet} – нижнее основание цилиндра, S_{outlet} – верхнее основание цилиндра, $Tr(\cdot)$ – оператор следа, $*$ – звезда Ходжа, d – внешняя производная, $\delta = *d*$ – кодифференциал.

Таблица 2

Теплопроводность компонентов образцов

	Теплопроводность, $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$
Кварц	0.78
Метан	0.045
Газовый гидрат	0.5 – 0.6
Лёд	2.3

Подробное описание процедуры дискретизации математической модели (1) – (3) разрывным методом Галёркина можно найти в [16]: найти $T^h \in V^h$, что $\forall \psi^h \in V^h$:

$$\begin{aligned} & \sum_{\Omega_k} \int_{\Omega_k} \lambda(*dT^h) \cdot (*d\psi^h) d\Omega_k + \sum_{\partial\Omega_k} \int_{\partial\Omega_k} \lambda\left(\left[Tr(T^h)\right] \cdot \left\{Tr(*\psi^h)\right\}\right. \\ & \left. - \left\{Tr(*dT^h)\right\} \cdot \left[Tr(\psi^h)\right]\right) dS = \int_{S_{inlet} \cup S_{outlet}} \lambda T_S (Tr(*d\psi^h) \cdot \mathbf{n}) dS, \end{aligned} \quad (4)$$

где V^h – полиномиальное пространство, T_S – температура на внешней границе.

Предполагается, что стационарный процесс теплопередачи в пористой среде удовлетворяет закону Фурье:

$$\mathbf{Q} = -\lambda dT, \quad (5)$$

где \mathbf{Q} – вектор плотности теплового потока ($\text{Вт}/\text{м}^2$), λ – коэффициент теплопроводности ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$), T – температура (К).

В решаемой задаче предполагается, что фазовый переход не протекает, поэтому на границе раздела фаз тепловой поток и температура непрерывны, т.е. $-\lambda^+ dT \cdot \mathbf{n}^+ = -\lambda^- dT \cdot \mathbf{n}^-$ и $T^+ = T^-$. Величина теплового потока зависит только от разности температур на внешних границах из условий (2) и теплопроводности. Непрерывность теплового потока между фазами обеспечивается естественным образом в вариационной формулировке (4) в виде интегралов по границам, разделяющим фазы вещества.

Вектор \mathbf{Q} и распределение температуры T должны быть найдены из решения задачи (1) – (3) и формулы (5) с учётом всех структурных особенностей исследуемых цифровых аналогов геологических сред. Для пространственной аппроксимации температурного поля используются иерархические базисные функции пространства \mathbb{N}^1 на тетраэдрических носителях. Для решения дискретного аналога применяется решатель GMRES и алгебраический многоуровневый метод, учитывающий блочную структуру матрицы дискретного аналога.

Из закона Фурье следует следующее выражение для эффективного коэффициента теплопроводности:

$$\lambda^{\text{eff}} = \frac{Q_{\text{total}}}{S_{\text{outlet}}} \frac{L}{\Delta T}, \quad Q_{\text{total}} = - \int_{S_{\text{outlet}}} \lambda \text{Tr}(*dT) dS, \quad (6)$$

где Q_{total} – величина теплового потока (Вт) через поверхность S_{outlet} при изменении температуры на величину ΔT (К), L – характерный размер образца (м), λ – коэффициент теплопроводности компонентов образца ($\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$), см. табл. 1.

Результаты

На рис.2 и 3 приведены рассчитанные для каждой из рассмотренных стадий эффективные коэффициенты теплопроводности. Стадия 0 при этом соответствует случаю, когда газовый гидрат отсутствует в образце. На рис.2 приведены результаты расчётов, когда поровое пространство образца содержит гидрат метана с теплопроводностью $0.5 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. На рис.3 приведены результаты расчётов, когда поровое пространство образца содержит лёд с теплопроводностью $2.3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$.

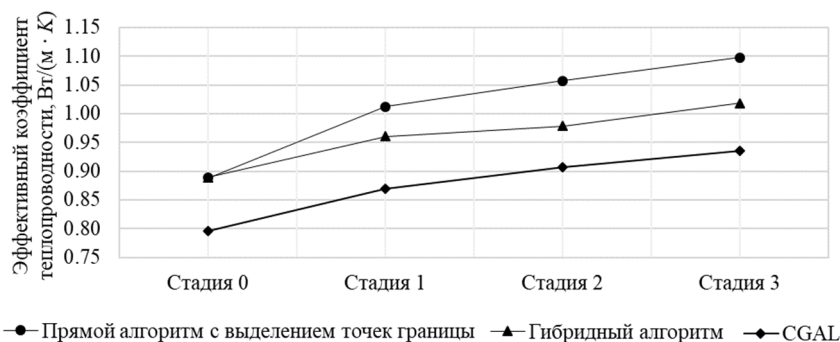


Рис. 2. Эффективный коэффициент теплопроводности образца, содержащего газовой гидрат метана

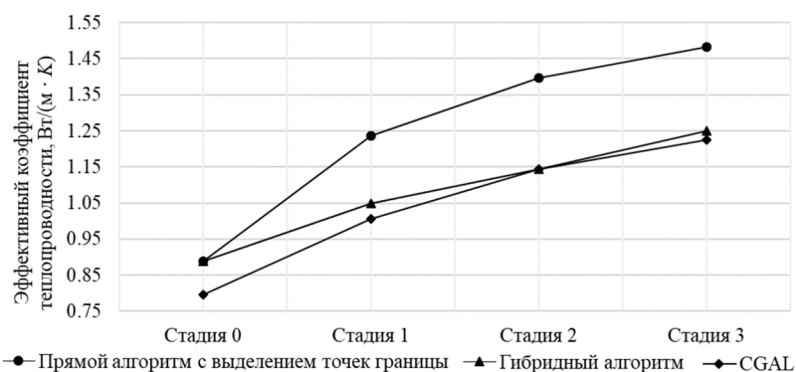


Рис. 3. Эффективный коэффициент теплопроводности образца, содержащего лёд

Для дискретной модели, полученной алгоритмом 3, наблюдается наименьшее значение эффективного коэффициента теплопроводности образца, поскольку данный алгоритм занижает объёмное содержание гидрата в сеточной модели. При использовании модели с включениями льда алгоритмы 2 и 3 дают близкие результаты. Наибольшие значения коэффициента теплопроводности получаются при реконструкции внутренней структуры среды алгоритмом 1, так как он дает наиболее высокие (и наиболее близкие к воксельной модели) объёмные доли гидрата в образце.

Также были проведены серии вычислительных экспериментов при использовании образцов осадочных пород, пустотное пространство которых заполнено газовым гидратом метана или льдом. Аппроксимация внутренней структуры среды выполнена алгоритмом 1. На рис. 4 показана зависимость эффективного коэффициента образца такой породы от объёмной доли газового гидрата метана (льда) и от контрастности его теплопроводности.

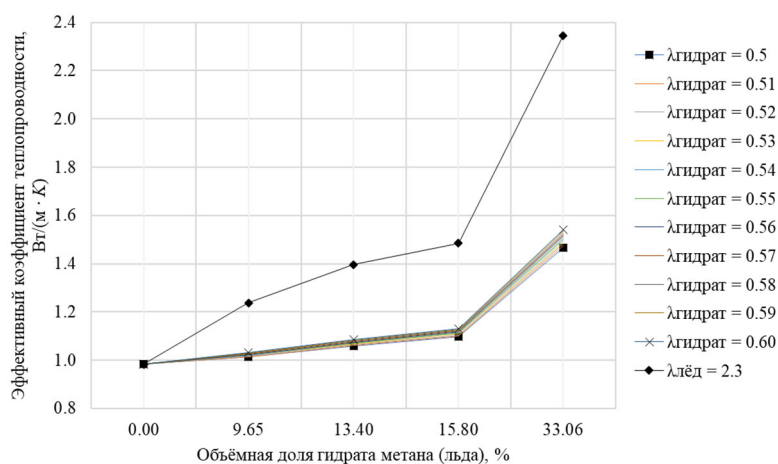


Рис. 4. Эффективный коэффициент теплопроводности образца породы при различной объёмной доле газового гидрата метана или льда

Обсуждение

Представлен алгоритм для вычисления эффективного коэффициента теплопроводности образцов, содержащих газовый гидрат метана или ледяные включения, при использовании цифровых моделей. Предлагаемый подход основан на результатах прямого математического моделирования процесса теплообмена с использованием континуальных моделей пористой среды и процесса теплообмена.

По результатам вычислительных экспериментов можно сделать вывод, что на величину эффективного коэффициента теплопроводности при выбранных тепловых свойствах компонентов образца в большей степени влияет объёмное содержание газового гидрата и в меньшей степени контраст его тепловых свойств. Так, при объёмной доле газового гидрата или льда менее 10% анализ эффективного коэффициента теплопроводности образца не позволит однозначно идентифицировать данный компонент в образце осадочной породы.

Благодарности

Авторы выражает благодарность за финансовую поддержку исследования Российскому Научному Фонду (Проект 22-71-10037).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Chen L., Feng Y.C., Kogawa T., Okajima J., Komiya A., S. Maruyama. Construction and simulation of reservoir scale layered model for production and utilization of methane hydrate: the case of Nankai // Trough Japan. Energy. – 2017. – V. 143. – P. 128-140.
2. Babae S., Hashemi H., Javanmardi J., Eslamimanesh A., Mohammadi Ah. Thermodynamic model for prediction of phase equilibria of clathrate hydrates of hydrogen with different alkanes, alkenes, alkynes, cycloalkanes or cycloalkene // Fluid Phase Equilib. – 2012. – V. 336. – P. 71–82.
3. Vasil'eva Z.A., Efimov S.I., Yakushev V.S. Prediction of thermal interaction between oil/gas wells and intra-permafrost metastable gas hydrates // Earth's Cryosphere. – 2016. – V. 20(1). – P. 60–63.
4. Bondarev E.A., Rozhin I.I., Popov V.V., Argunova K.K. Assessment of possibility of natural gas hydrates underground storage in permafrost regions // Earth's Cryosphere. – 2015. – V. 19(4). – P. 58–67.

5. Chuvilin E., Bukhanov B. Thermal conductivity of frozen sediments containing self-preserved pore gas hydrates at atmospheric pressure: an experimental study // *Geosciences*. – 2019. – V. 9(65). – P. 1–14.
6. Duchkov A.D., Manakov A.Y., Kazantsev S.A., Permyakov M.E., Ogienko A.G. Experimental modeling and measurement of thermal conductivity of sediments containing methane hydrates // *Dokl. Earth Sci.* – 2006. – V. 409. – P.732–735.
7. Nikitin V.V., Fokin M.I., Dugarov G.A., Drobchik A.N., de Andra V., Shevchenko P.D., Manakov A.Yu., Duchkov A.A. Dynamic in situ imaging of methane hydrate formation in coal media // *Fuel*. – 2021. – V. 298(1). – P. 120699.
8. Chen J., Cheng W., Wang G., Li H. Law of water migration inside the water-injected coal base on the joint analysis of cross-scale CT images // *Fuel*. – 2022. – V. 310, Part A. – P. 122337.
9. Sun X., Mohanty K. Kineticsimulation of methane hydrate formation and dissociation in porous media // *Chemical Engineering Science*. – 2006. – V. 61(11). – P. 3476–3496.
10. Tang L., Li, X. Feng Z., Li G., Fan S. Control mechanisms for gas hydrate production by depressurization in different scale hydrate reservoirs // *Energy Fuels*. – 2007. – V. 21. – P. 227–233.
11. Fadeeva I.I., Duchkov A.A. Determination of heat transfer properties of media with a single-needle probe // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*. – 2017. – V. 11(4). – P. 506–513.
12. Duchkov A.A. and Karchevsky A.L. Determination of Terrestrial Heat Flow from Temperature Measurements in Bottom Sediments // *Sibir.Zh.Industr.Mat.* – 2013. – V. 16(3). – P. 61–85.
13. Shumskayte M.Y., Manakov A.Y., Sagidullin A.K., Glinskikh V.N., Podenko L.S. Melting of tetrahydrofuran hydrate in pores: An investigation by low-field NMR relaxation // *Marine and Petroleum Geology*. – 2021. – V. 129. – P. 105096.
14. Shurina E.P., Dobrolyubova D.V., Shtanko E.I. Special techniques for objects with complex inner structure based on a CT image sequence // *Cloud of Science*. – 2018. – V. 5(1). – P. 40–59.
15. The Computational Geometry Algorithms Library – CGAL, <https://www.cgal.org/>.
16. Shurina E.P., Itkina N.B., Shtabel N.V., Shtanko E.I., Kutishcheva A.Y., Markov S.I., Dobrolyubova D.V. Determination of thermal, stiffness and electrical effective tensors in composite media // *Journal of Computational and Applied Mathematics*. – 2022. – V. 409. – art. 114009.

© *Е. И. Штанько, М. И. Фокин, С. И. Марков, Д. В. Добролюбова, 2024*