

Д. И. Прохоров^{1}, Г. В. Решетова², Д. С. Братчиков³*

Восстановление модели четырехслойной среды с эллиптическим включением алгоритмом имитации отжига

¹ Институт математики СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

³ Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: prokhorovdi@ipgg.sbras.ru

Аннотация. В работе описано восстановление свойств двумерной вязкоупругой среды с использованием алгоритма имитации отжига. Решение обратной задачи требует больших вычислительных ресурсов, поскольку на каждой итерации выполняется прямое сейсмическое моделирование. Для ускорения вычислений конечно-разностная схема на сдвинутых сетках распараллелена с использованием технологии CUDA. Выбор алгоритма имитации отжига для решения обратной задачи обусловлен его способностью избегать локальных минимумов целевого функционала. Однако для восстановления 37 параметров четырехслойной среды с эллиптическим включением на третьем слое алгоритму имитации требуется хорошее покрытие пространства моделей реализациями случайных векторов, что приводит к большому времени вычислений. Поэтому параметры модели восстанавливаются последовательно: алгоритм имитации отжига выполняет поиск параметров в одномерном или двумерном подпространстве пространства моделей.

Ключевые слова: вязкоупругая среда, сейсмическое моделирование, имитация отжига

D. I. Prokhorov^{1}, G. V. Reshetova², D. S. Bratchikov³*

Reconstruction of a four-layer medium with elliptical inclusion with simulated annealing algorithm

¹ Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

² Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
Novosibirsk, Russian Federation

³ Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: prokhorovdi@ipgg.sbras.ru

Abstract. This article describes the use of simulated annealing to recover the parameters of two-dimensional viscoelastic media. Solving the inverse problem requires significant computational resources because direct seismic modeling is performed at each iteration. To speed up calculations, the finite difference scheme on staggered grid is parallelized using CUDA technology. The simulated annealing algorithm chosen for solving the inverse problem is due to its ability to avoid local minima of the target function. However, to recover the 37 parameters of a four-layer medium with elliptical inclusion on the third layer, the simulation algorithm requires good coverage of the model space with random vector realizations, which results in long computational times. Therefore, the model parameters are recovered sequentially: the simulated annealing algorithm searches for parameters in a one- or two-dimensional subspace of the model space.

Keywords: viscoelastic medium, seismic modeling, simulated annealing

Введение

Сейсморазведка один из передовых инструментов, применяемых для исследования внутреннего геологического строения Земли. Построение достоверного глубинного распределения геологических параметров среды является необходимым условием для поиска месторождений нефти и газа.

Метод обращения полного волнового поля (FWI, от англ. Full waveform Inversion) [1] является одним из надежных и высокоразрешающих методов, применяемых для оценки параметров сложноустроенных сред по результатам измерения волновых полей. В его основе лежит решение обратной динамической задачи сейсмологии с помощью многократного решения прямой задачи и минимизация функционала невязки наблюдаемых и синтетических данных. Впервые метод обращения полного волнового поля во временной области с использованием обобщенного метода наименьших квадратов был предложен в серии работ [2, 3]. Для ускорения инверсии был разработан FWI в частотной области [4]. Однако FWI имеет ряд недостатков:

- Некорректность обратной задачи: неединственность решения и неустойчивость к зашумленным данным.
- Сильная нелинейность целевого функционала --- сходимость метода к локальному минимуму.
- Чувствительность решения к наличию низкочастотной информации в сейсмических данных.
- Наличие связности параметров при решении многопараметрической обратной задачи, что приводит к неверной реконструкции параметров.
- Высокая вычислительная стоимость расчета волновых полей на каждой итерации нелинейного метода наименьших квадратов.

Исходя из вышеперечисленного при разработке алгоритма восстановления глубинного распределения скоростных и поглощающих параметров среды по полному волновому полю выделяются два основных направления оптимизации: скорость решения прямой задачи и возможность алгоритма избегать локальных минимумов.

Для решения задачи распространения сейсмических волн известно большое количество численных методов: метод конечных разностей [5], метод конечных объемов [6], метод конечных элементов [7], метод спектральных элементов [8]. К основным преимуществам конечно-разностного метода можно отнести простоту построения алгоритма и его программной реализации, меньшие относительно других методов требования к вычислительным ресурсам, возможность аппроксимировать среды произвольной геометрической сложности с достаточной для сейсмического моделирования точностью [9]. Алгоритмы легко распараллеливаются с использованием технологии CUDA, причем обмен данных между оперативной памятью и видеопамятью минимален.

Методы глобальной оптимизации имеют возможность передвигаться по пространству параметров гораздо свободнее в сравнении с градиентным спуском. Примеры включают: имитацию отжига [10], генетические алгоритмы и ме-

тод роя частиц [11]. Процесс работы алгоритма имитации отжига [12] схож с процессом, происходящим при кристаллизации вещества: алгоритм может принять состояние с более высокой стоимостью, чем текущее, однако, чем дольше работает алгоритма, тем ниже "температура", т. е. вероятность принятия решения с большей стоимостью. Таким образом главным преимуществом алгоритма имитации отжига является возможность выхода из состояния локального минимума.

В рамках работы поставлено две задачи:

1. Разработать и программно реализовать с использованием технологии CUDA конечно-разностную схему на сдвинутых сетках [5] для системы уравнений вязкоупругости.

2. На основе метода имитации отжига разработать и реализовать алгоритм решения обратной динамической задачи сейсмоки.

С использованием разработанного алгоритма восстановлены геометрические и скоростные параметры четырехслойной среды с эллиптическим включением на третьем слое и определен порядок их восстановления в условиях ограниченных вычислительных ресурсов.

Методы и материалы

Система уравнений, описывающих распространение волн в двумерной изотропной среде с поглощением, записанная в декартовых координатах, имеет следующий вид (постановка скорости-напряжения):

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z} + f(t, x, z), \\ \rho \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + h(t, x, z), \\ \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial w}{\partial z} + \xi_{xx}, \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z} + \xi_{zz}, \\ \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial t} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \xi_{xz}, \\ \frac{\partial \xi_{xx}}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{\sigma}} \xi_{xx} = (\Lambda + 2M) \frac{\partial u}{\partial x} + \Lambda \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \frac{\partial \xi_{zz}}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{\sigma}} \xi_{zz} = \Lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\Lambda + 2M) \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \frac{\partial \xi_{xz}}{\partial t} + \frac{1}{\tau_{\sigma}} \xi_{xz} = M \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \end{array} \right. \quad (1)$$

где (u, w) - вектор перемещений, $\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$ - тензор напряжений,

$\xi = \begin{pmatrix} \xi_{xx} & \xi_{xz} \\ \xi_{zx} & \xi_{zz} \end{pmatrix}$ - вспомогательный тензор, учитывающий эффекты памяти, ρ - постоянная плотность, $\lambda, \mu, \Lambda, M, \tau$ - коэффициенты, характеризующие вязкоупругие свойства среды. Система определена в полуплоскости $z \leq 0$. На свободной поверхности $z = 0$ задается условие равенства нулю нормальных компонент тензора напряжений. В начальный момент времени система находится в состоянии покоя.

Для численного решения начально-краевой задачи для системы уравнений (1) применяется конечно-разностная схема на сдвинутых сетках [5, 13]. Особенностью этой схемы является аппроксимация всех производных на одинаковом шаблоне с использованием центральных разностей.

Поскольку начально-краевая задача для системы уравнений (1) ставится в полупространстве $z \leq 0$, то и конечно-разностная схема конструируется в соответствующем бесконечном полупространстве. Поэтому из полупространства выделяется ограниченная расчетная область, на границе которой задаются слабоотражающие граничные условия. При решении данной задачи расчетная область ограничивается снизу PML слоем [14] (так как в низу располагается бесконечный однородный слой), а сбоку M-PML слоями [15, 16].

Конечно-разностная схема реализована на языке C++ с использованием технологии CUDA.

Для постановки обратной задачи введем модель вязкоупругой среды $m = (\rho, \lambda, \mu, L, M, \tau) \in M$ (M пространство данных) и определим оператор прямой задачи $F(m): M \rightarrow Y$, сопоставляющий модели m вектор $F(m) \in Y$, построенный по решению системы (1) с параметрами m . Тогда обратная задача может быть сформулирована следующим образом [2]: найти $\tilde{m} \in M \mid E(\tilde{m}) = \min_{m \in M} E(m)$, $E(m) = \|F(m) - Y_d\|$, где Y_d - вектор, который соответствует сейсмограммам, полученным системой наблюдения.

В дальнейшем, для удобства, используется другая параметризация вязкоупругой среды в терминах скоростей и времен релаксации:

$$\begin{aligned} \lambda &= \pi_0 \frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma} - 2\mu_0 \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma}, \quad \mu = \mu_0 \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma}, \quad \tau = \tau_\sigma, \\ \Lambda &= \frac{1}{\tau_\sigma} \left(\pi_0 \left(1 - \frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma} \right) - 2\mu_0 \left(1 - \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} \right) \right), \\ M &= \frac{1}{\tau_\sigma} \mu_0 \left(1 - \frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma} \right), \quad \mu_0 = \rho V^{s^2}, \quad \pi_0 = \rho V^{p^2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для решения обратной задачи используется алгоритм имитации отжига:

1. Инициализация: вычислить стоимость $E(m_1)$ для случайного вектора параметров среды $m_1 \in M_{sa}$. Инициализировать лучшее состояние $m_b = m_1$. Присвоить $k = 0, n = 0$. Задать начальные значения температуры принятия $T_k^{ac} = T_0^{ac}$ и температуры порождения $T_k = T_0$.

2. Порождение: сгенерировать пробный вектор $m_2 = m_1 + \epsilon$, где $\epsilon = g(T_k)$ случайная величина. В случае $m_2 \notin M_{sa}$ считать компоненты вектора m_2 , выходящие за границу диапазона, равными соответствующим значениям на границе. Найти стоимость пробного вектора $E(m_2)$.

3. Принятие: Присвоить $m_1 = m_2$, если $E(m_2) \leq E(m_1)$, иначе присвоить $m_1 = m_2$ с вероятностью $A(m_1 \rightarrow m_2, T_k^{ac})$. В случае $E(m_2) \leq E(m_b)$ присвоить $m_b = m_2$. Увеличить $n = n + 1$. Если $n < N$ перейти на шаг 2, иначе на шаг 4.

4. Уменьшение температуры: уменьшить температуры в соответствии с расписаниями $T_{k+1} = U(T_k, k), T_{k+1}^{ac} = V(T_k^{ac}, k)$. Присвоить $m_1 = m_b, n = 0$. Увеличить $k = k + 1$. Если $k < K$ перейти на шаг 2, иначе алгоритм завершает работу с лучшим состоянием m_b .

Результаты

Алгоритм имитации отжига используется для восстановления параметров после интерпретации сейсмограмм исследователем (рис. 1, 2, 3). Координаты центра эллипса по оси x находятся путем анализа zero-offset сейсмограммы (рис. 1). Для восстановления параметров слоев используется удаленная от эллипса сейсмограмма, записанная для источника $x = 4000$ (рисунок 3), а для восстановления геометрических параметров включения сейсмограмма, записанная для источника $x = 2600$ (рисунок 2).

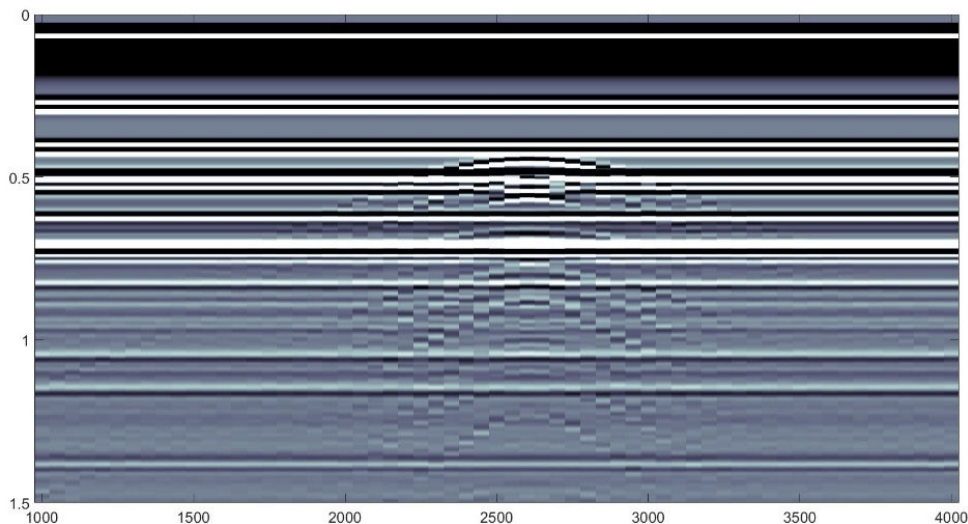


Рис. 1. Zero-offset сейсмограмма



Рис. 2. Сейсмограмм для источника с выносом 2600 м

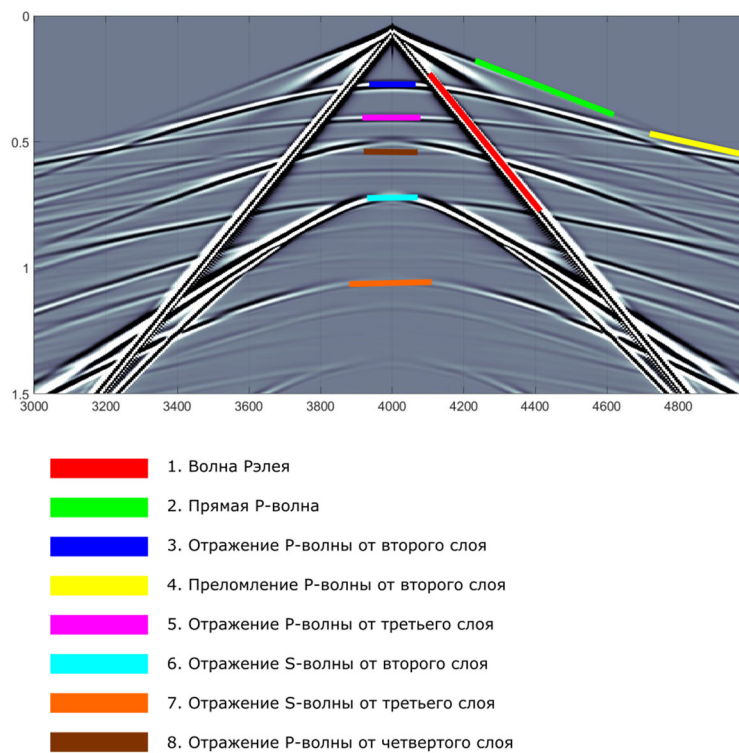


Рис. 3. Сейсмограмм для источника с выносом 4000 м

Итого найдены следующие параметры среды:

1. Первый слой: $V^p = 1874$ м/с, $V^s = 603$ м/с, $h = 199$ м.
2. Второй слой: $V^p = 3070$ м/с, $V^s = 1370$ м/с, $h = 202$ м.
3. Третий слой: $V^p = 4707$ м/с, $h = 306$ м.
4. Эллиптическое включение: вынос центра эллипса по оси x - 2600 м, вынос центра эллипса по оси z - 571 м, длина большой полуоси - 98 м, длина малой полуоси - 64 м.

Обсуждение

Алгоритм имитации отжига относится к группе методов Монте-Карло, поэтому для точного восстановления параметров модели необходимо чтобы пробные вектора достаточно плотно покрывали область поиска. Например, если бы пробные вектора были не случайными, а располагались в узлах равномерной сетки с 10 узлами по каждому из измерений, то потребовалось бы 10^{37} решений прямой задачи. Проведение такого количества расчетов на практике является невозможным в данный момент развития вычислительных технологий.

По результатам анализа работы алгоритма имитации отжига установлено, что алгоритм в первую очередь восстанавливает наиболее значимые (по величине ошибки E) параметры модели. Пример: наибольшую ошибку вносит волна Рэлея, скорость которой зависит от скорости S-волны в первом слое. Исходя из этого сделано предположение, что параметры модели могут быть найдены последовательно.

В результате решения серии тестовых обратных задач установлено, что параметры ρ_i разработанным алгоритмом восстановить не удается. При известных значениях плотности алгоритм восстанавливает величины отношений $\frac{\tau_\epsilon^p}{\tau_\sigma}$ и $\frac{\tau_\epsilon^s}{\tau_\sigma}$, но не абсолютное значение τ_σ . При неизвестной плотности восстановить отношение времен релаксации не удается. Поэтому при решении модельной задачи среда полагается упругой, а $\rho = const$ во всей расчетной области.

Заключение

Для решения обратной динамической задачи сейсмологии разработан алгоритм, в основе которого лежит метод имитации отжига. Алгоритм успешно восстанавливает скоростные и геометрические характеристики слоистой среды с эллиптическим включением при наличии их приближений. Численные эксперименты показали, что с использованием разработанного алгоритма восстановить поглощающие свойства среды не удается.

Предложенный подход связан с расчетом большого числа прямых задач, поэтому наиболее актуальным направлением дальнейших исследований видится оптимизация решателя прямой задачи. Такая оптимизация требует не только хорошей научной базы, но и большого опыта параллельных вычислений. Здесь большим плюсом является использование технологии CUDA, которая проще в реализации и в то же время эффективнее для распараллеливания конечно-разностных схем, в сравнении с технологиями параллелизации для CPU (MPI, OMP). Более того, объем памяти современных графических ускорителей делает возможным применение технологии CUDA для решения трехмерных задач без разбиения вычислительной области на несколько физических узлов, что является существенным преимуществом при дальнейшем развитии решателя.

Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант 19-77-20004).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Virieux J., and Operto S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics // *Geophysics*. - 2009. - V. 74. - pp. WCC1-WCC26.
2. Bamberger A., et al. Inversion of normal incidence seismogram // *Geophysics*. - 1982. - V. 47.
3. Tarantola A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation // *Geophysics*. - 1984. - V. 49. - N. 8. - pp. 1259-1266.
4. Pratt R. G., Shin C., and Hick G. J. Gauss–Newton and full Newton methods in frequency–space seismic waveform inversion // *Geophysical Journal International*. - 1998. - V. 133. - N. 2. - pp. 341-362.
5. Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity - stress finite-difference method // *Geophysics*. - 1986. - V. 51. - N. 4. - pp. 889-901.
6. Zhang J. Quadrangle-grid velocity-stress finite-difference method for elastic-wave-propagation simulation // *Geophysical Journal International*. - 1997. - V. 131. - N. 1. - pp. 127-134.
7. Becache E., Joly P., and Tsogka C. A new family of mixed finite elements for the linear elastodynamic // *SIAM Journal on Numerical Analysis*. - 2002. - V. 39. - pp. 2109–2132.
8. Komatitsch D., and Vilotte J.-P. The spectral element method; an efficient tool to simulate the seismic response of 2D and 3D geological structures // *Bulletin of the Seismological Society of America* -1998. - V. 88. - N. 2. - pp. 368-392.
9. Vishnevsky D., et al. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves // *Geophysics*. - 2014. - V. 79. - N. 4. - pp. T219-T232.
10. Tran K., and Hiltunen D. Two-Dimensional Inversion of Full Waveforms Using Simulated Annealing // *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. - 2012. - V. 138. - pp. 1075-1090.
11. Mojica O., et al. Building starting models for full-waveform inversion using global optimization methods: A comparison between Particle swarm optimization and genetic algorithm. - 2019.
12. Kirkpatrick S., Gelatt C., and Vecchi M. Optimization by Simulated Annealing // *Science* (New York, N.Y.). - 1983. - V. 220. - pp. 671-680.
13. Levander A. R. Fourth-order finite-difference P-SV seismograms // *Geophysics*. - 1988. - V. 53. - N. 11. - pp. 1425--1436.
14. Berenger J.-P. A Perfectly Matched Layer for the absorption of electromagnetic waves // *Journal of Computational Physics*. - 1994. - V. 114. - pp. 185-200.
15. Dmitriev M., and Lisitsa V. Application of M-PML reflectionless boundary conditions to the numerical simulation of wave propagation in anisotropic media. Part I: Reflectivity // *Numerical Analysis and Applications*. - 2011. - V. 4. - N. 4. - pp. 271-280.
16. Meza-Fajardo K., and Papageorgiou A. A Nonconvolutional, Split-Field, Perfectly Matched Layer for Wave Propagation in Isotropic and Anisotropic Elastic Media: Stability Analysis // *Bulletin of the Seismological Society of America*. - 2008. - V. 98. - pp. 1811-1836.

© Д. И. Прохоров, Г. В. Решетова, Д. С. Братчиков, 2024