УДК 622.2
DOI 10.33764/2618-981X-2024-2-3-146-154

А. И. Чанышев[1,2], О. Е. Белоусова[1], О. А. Лукьяшко [1]*

О выборе вида сопротивления среды внедрению и об эффективности внедряемого инструмента

[1] Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт горного дела им. Н.А. Чинакала Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, Российская Федерация
[2] Новосибирский государственный университет экономики и управления, г. Новосибирск, Российская Федерация
* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Аннотация. При проникании инструмента в среду возникают два вопроса: как оценить сопротивление среды и другой вопрос - чем один инструмент эффективнее другого. Предлагается два варианта описания сопротивления среды, из которых более реалистичным считается тот, при котором работа на преодоление сопротивления среды будет наименьшей. Для данного выбора зависимости сопротивления материала от глубины проникания предпочтительнее представляется тот инструмент, для которого работа по преодолению сил сопротивления будет также наименьшей.

Ключевые слова: сопротивление среды, критерии выбора зависимости сопротивления, энергетическое тождество, ряды, оценка эффективности внедрения инструмента

A. I. Chanyshev[1,2], O. E. Belousova[1], O.A. Lukyashko[1]*

About medium resistance to penetration and the effectiveness of the penetrating tool

[1] Chinakal Institute of Mining SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation
[2] Novosibirsk State University of Economics and Management, Novosibirsk, Russian Federation
* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Annotation. Two questions arise when the tool penetrates into the rock: how to evaluate the resistance of the medium and, what makes one tool more effective than the other? The resistance may be assessed in two ways, but more realistic is the one at which the work to overcome the resistance is minimal. For the given choice of the dependence of the material resistance on the penetration depth, it seems preferable to use the tool for which the work to overcome the resistance forces will also be the least.

Keywords: resistance of the medium, criteria for choosing the dependence of resistance, energy identity, series, evaluation of the effectiveness of penetration

Введение

В механике основным уравнением является уравнение движения Ньютона:

$$m\ddot{x} = F - R,$$

где F - активная сила, R - сопротивление движению. Его особенностью является то, что имеется сопротивление R, которое во многих случаях является величиной неизвестной, подлежащей определению. В отличие от R величину F возможно измерять с помощью различных измерительных устройств таких, как динамометр, манометр и т.д. Про величину R возможно сказать то, что в общем случае она может являться функцией трех переменных: $x, \dot{x}, t$, что следует из записи уравнения Ньютона. При этом зависимость, например, $R = R(t)$ определяет изменение сопротивления R с ростом времени t, что соответствует «старению» материала. Если сопротивление R зависит только от координаты x, характеризующей смещение одной части материала относительно другой, то это приводит к зависимости R от деформации. Другой вид зависимости $R = R(\dot{x})$ означает, что сопротивление среды является функцией скорости $\dot{x}$ (скорости проникания тела во внедряемую среду). Такой вид зависимости R от $\dot{x}$ представлен в [1-5]

$$R = B_0 + B_1\dot{x} + B_2\dot{x}^2,$$

где коэффициенты B_0, B_1, B_2 разложения R по степеням $\dot{x}$ находятся с помощью экспериментальных данных.

Отметим, что в эту формулу не вошла глубина погружения x, хотя с точки зрения внедрения инструмента, например, в массив горных пород, сопротивление среды в большей степени зависит от глубины проникания (чем инструмент глубже внедрился в породу, тем сопротивление будет больше).

Можно отметить ряд особенностей уравнения движения Ньютона. Первая особенность заключается в том, что сила R может совпасть по величине с силой F, которую возможно измерять. Первый случай, когда $\ddot{x} = 0$. Тогда следует, что $\dot{x} = C_1$, где C_1 - константа и $x = C_1 t + C_2$. Последнее условие означает, что тело движется равномерно и прямолинейно. Нагружение с условием $\ddot{x} = 0$ называется жестким [6-12]. Для его реализации требуется управлять изменением силы F в уравнении движения Ньютона так, чтобы сохранялось движение по прямой линии $x = C_1 t + C_2$, то есть на каждом шаге по догружению в смещениях необходимо либо добавлять или уменьшать силу F с помощью специальных устройств (сервоклапанов) [13]. При этом приближенно будет выполняться условие $R = F$, которое означает измеримость сопротивления среды R.

Другой важный момент, при котором $R = F$, является условием равенства нулю массы в уравнении движения Ньютона. Оно достигается на контакте двух тел, при котором толщина контактного слоя является величиной бесконечно малой. Равенство $R = F$ в этим случае выражает собой третий закон Ньютона («сила действия равна силе противодействия»).

Ниже ставится проблема о выборе функциональной зависимости сопротивления среды при внедрении в нее жесткого инструмента в виде цилиндрического тела с оголовником. Другой вопрос состоит в том, какому инструменту, с каким наконечником следует отдать предпочтение при сделанном выборе зависимости сопротивления среды от входных параметров.

Выбор функциональной зависимости сопротивления среды от входных параметров

Рассматривается следующая упрощенная математическая модель сопротивления среды внедрению. Пусть имеется внедряемое тело с массой m, которое при соударении с преградой имело начальную скорость v_0. Тело падает вертикально вниз, его положение характеризуется глубиной погружения x. Введем следующие два вида сопротивления среды. В первом случае сопротивление R изменяется по правилу:

$$R_1 = a + bx^2. \tag{1}$$

Во втором случае сопротивление R изменяется как

$$R_2 = c + d\sqrt{x}, \tag{2}$$

где a, b, c, d - константы, подлежащие определению. Эти функции различны, хотя бы потому, что имеют различные направления выпуклостей. Функция (1) обращена выпуклостью вниз, функция (2) – вверх. В эти функции входят неизвестные априори параметры a, b, c, d, которые устанавливаются с помощью экспериментальных данных. Приведем уравнения для их определения.

Начальные данные предполагаются следующими:

$$x\big|_{t=0} = 0, \; \dot{x}\big|_{t=0} = v_0. \tag{3}$$

Кроме этого считаем, что известны время до остановки инструмента в среде t_k и глубина его погружения до остановки (обозначаем как x_k):

$$x\big|_{t=t_k} = x_k, \; \dot{x}\big|_{t=t_k} = 0. \tag{4}$$

Требуется, исходя из этих данных, найти величины a, b, c, d, входящие в (1), (2).

Для первого случая изменения сопротивления R в виде (1) имеем уравнение движения

$$m\ddot{x} = -\left(a + bx^2\right). \tag{5}$$

Здесь $F = 0$, $R = a + bx^2$. Умножив (5) на скорость $\dot{x}$, отсюда находим

$$\frac{1}{2} m \frac{d}{dt}\left(\dot{x}^2\right) = -\left(a + bx^2\right)\frac{dx}{dt}. \tag{6}$$

Сократив на dt и проинтегрировав (6), получаем

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 = -\left(ax + \frac{bx^3}{3}\right) + C. \tag{7}$$

Константа интегрирования $C = \frac{1}{2}mv_0^2$.

С применением (7) устанавливаем, что

$$\dot{x} = v_0\sqrt{1 - \frac{2a}{mv_0^2}x - \frac{2b}{3mv_0^2}x^3}. \tag{8}$$

Из (8) следует, что в момент полной остановки инструмента $\dot{x} = 0$ и максимальная глубина погружения определяется из уравнения

$$\frac{2}{3}\frac{b}{mv_0^2}x_k^3 + \frac{2a}{mv_0^2}x_k = 1. \tag{9}$$

Чтобы получить зависимость $x = x(t)$, необходимо проинтегрировать (8), то есть взять интеграл от выражения

$$\frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{2a}{mv_0^2}x_k - \frac{2}{3}\frac{b}{mv_0^2}x_k^3}} = v_0 dt. \tag{10}$$

Аналитически этот интеграл не вычисляется, можно использовать приближенные методы.

Из (10) следует, что в подкоренном выражении (10) величина

$$\frac{2a}{mv_0^2}x + \frac{2}{3}\frac{b}{mv_0^2}x^3$$

изменяется от 0 до 1. По этой причине выражение $1/\sqrt{1-\Delta}$ возможно разложить в ряд [14]:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\Delta}} = 1 + \frac{1}{2}\Delta + \frac{3}{8}\Delta^2 + \frac{15}{48}\Delta^3 + ..., \tag{11}$$

где $\Delta = \frac{2a}{mv_0^2}x + \frac{2}{3}\frac{b}{mv_0^2}x^3$.

Из определения Δ видно, что величины $\Delta^2, \Delta^3, \ldots$ будут иметь в знаменателе степени mv_0^2 выше, чем первая. Если подаваемая кинетическая энергия за счет величины массы, значения начальной скорости есть величина достаточно большая, то тогда квадратами, кубами от Δ возможно пренебречь , что и делается в дальнейшем.

Ограничившись в (11) двумя членами разложений и вычисляя с помощью (11) интеграл (10), находим

$$x + \frac{a}{mv_0^2}x^2 + \frac{b}{12mv_0^2}x^4 + \ldots = v_0 t. \tag{12}$$

Поскольку при $t = t_k$ и $x = x_k$, то отсюда получаем второе уравнение для нахождения неизвестных констант разложений a и b.

Таким образом для вычислений констант a и b получаем на основе (9), (12) следующую систему из двух линейных уравнений

$$\begin{cases} a \cdot \frac{2x_k}{mv_0^2} + b \cdot \frac{2x_k^4}{mv_0^2} = 1, \\ a \cdot \frac{x_k^2}{mv_0^2} + b \cdot \frac{x_k^4}{12mv_0^2} = v_0 t_k - x_k. \end{cases} \tag{13}$$

Решая (13), находим константы a и b.

Рассмотрим теперь вторую ситуацию. Пусть R изменяется по правилу (2). В этом случае вместо (5) имеем уравнение движения как

$$m\ddot{x} = -\left(c + d\sqrt{x}\right). \tag{14}$$

Умножив (14) на $\dot{x}$, также находим

$$\frac{1}{2}m\frac{d}{dt}\left(\dot{x}\right) = -\left(c + dx^{\frac{1}{2}}\right)\frac{dx}{dt}. \tag{15}$$

Сократив на dt и проинтегрировав (15), получаем

$$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 = -\left(cx + 2\frac{dx^{\frac{3}{2}}}{3}\right) + C.$$

Константа интегрирования определяется начальными условиями и равна

$$C = \frac{1}{2} m v_0^2 .$$

Поэтому

$$\dot{x} = v_0 \sqrt{1 - \frac{2c}{m v_0^2} x - \frac{4 d x^{\frac{3}{2}}}{3 m v_0^2}} . \tag{16}$$

В момент полной остановки тела $\dot{x} = 0$, максимальная глубина погружения определяется из уравнения

$$\frac{2c}{m v_0^2} x_k + \frac{4d}{3 m v_0^2} x_k^{\frac{3}{2}} = 1.$$

Чтобы получить вторую зависимость, связывающую c и d, необходимо также проинтегрировать (16). Как и прежде имеем ситуацию, подобную (11), где

$$\Delta = \frac{2c}{m v_0^2} x + \frac{4 d x^{\frac{3}{2}}}{3 m v_0^2}. \tag{17}$$

В результате интегрирования выражения (11) при условии (17) находим

$$x + \frac{c}{m v_0^2} x^2 + \frac{4d}{15 m v_0^2} x^{\frac{5}{2}} + ... = v_0 t.$$

Система уравнений для определения констант c и d подобна (13):

$$\begin{cases} c \cdot \dfrac{2 x_k}{m v_0^2} + d \cdot \dfrac{4 x_k^{\frac{3}{2}}}{3 m v_0^2} = 1 \\ c \cdot \dfrac{x_k^2}{m v_0^2} + d \cdot \dfrac{4 x_k^{\frac{5}{2}}}{15 m v_0^2} = v_0 t_k - x_k. \end{cases} \tag{18}$$

Решая (18), находим константы c и d разложения сопротивления R в виде R_2.

Дальнейший путь связан с определением площадей криволинейных трапеций, ограниченных кривыми (1), (2), ординатами $x = 0$, $x = x_k$ и осью абсцисс. В первом случае (1) соответствующий интеграл равен

$$\mathrm{I}_1 = \left(ax + \frac{bx^3}{3} \right)\Big|_0^{x_k} = ax_k + \frac{bx_k^3}{3}, \tag{19}$$

во втором

$$\mathrm{I}_2 = cx_k + 2d\,\frac{x_k^{\frac{3}{2}}}{3}. \tag{20}$$

Значения интегралов I_1 и I_2 сравниваются, исходя из значений констант a, b, c, d. Расчеты показывают, что наименьшее значение из I_1 и I_2 соответствует I_2. Приведем пример расчета. Пусть масса молота 2,5 тонны [15], скорость удара 1,5 м/с, время проникания 10 мс, глубина проникания 5 мм. Значения интеграла $I_1 \approx 20 кДж$, $I_2 \approx 3 кДж$.

Поскольку в механике главенствует принцип, согласно которому на действительном движении достигается минимум затраченной энергии, то, исходя из этого принципа, из двух возможных сопротивлений среды предпочтение следует отдать тому, который соответствует минимуму затраченной работы, то есть критерию, соответствующему функции R_2.

Определение эффективности внедряемого инструмента

При ударном воздействии на массив пород часть кинетической энергии $mv_0^2/2$ уходит на преодоление сил сопротивления среды внедрению, другая распространяется в виде волн, еще часть энергии уходит на локальные разрушения и в тепло [16-20]. Говоря об эффективности внедряемого инструмента, следует соотнести энергию, затраченную на внедрение в виде интеграла I_2 ко всей приложенной энергии в виде $mv_0^2/2$. Это отношение можно условно назвать коэффициентом полезного действия. Чем ближе это отношение к единице, тем эффективнее внедряемый инструмент. Если взять, например, инструмент с оголовником в виде сферы и с оголовником в виде конуса, то эффективность второго инструмента будет выше потому, что за одно и то же время глубина погружения у второго инструмента будет больше. Для оценки эффективности требуется подсчитать интеграл I_2 и отнести его значение к $mv_0^2/2$.

Заключение

Рассмотрены два возможных случая сопротивления среды при внедрении в нее жесткого инструмента в виде цилиндрического тела с оголовником. При одних и тех же входных данных определяются значения параметров, входящих в эти определения сопротивление среды. Из двух возможных вариантов предпочтительнее считается тот при котором работа по преодолению сил сопротивления приобретает минимальное значение.

В качестве эффективности действия внедряемого инструмента предлагается критерий, связанный с отношением затрачиваемой энергии на преодоление сил сопротивления внедрению инструмента к значению подаваемой кинетической энергии.

Благодарности

Работа выполнена в рамках проекта НИР (номер государственной регистрации 124020700085-5).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гольдсмит В. Удар. Теория и физические свойства соударяемых тел. Москва. – 1965. – 448с.
2. Баландин Вл.Вл. Установка для исследования процессов высокоскоростного соударения // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. Т. – 75. – с. 232-237.
3. Баландин В.В., Брагов А.М., Крылов С.В., Цветкова Е.В. Экспериментально-теоретическое изучение процессов проникания сфероконических тел в песчаную преграду // Вычислительная механика сплошных сред. 2010. Т. 3. № 2. С. 15–23.
4. Котов В.Л., Баландин Вл. Вл., Линник Е.Ю., Баландин Вл. В. Численный анализ методики прямого эксперимента при внедрении полусферического ударника в песчаный грунт // Проблемы прочности и пластичности. – 2022. - вып. 73. – С. 51-57.
5. Alvarez, C., Sellountou, E. A., Rausche, F. State of the Art Dynamic Load Testing of ACIP Piles in the Americas, 10th International Conference on Stress Wave Theory and Testing Methods for Deep Foundations. – ASTM 1611. – 2019, pp. 81–96.
6. Стружанов В. В., Миронов В. И. Деформационное разупрочнение материала в элементах конструкций. — Екатеринбург: УрО РАН, 1995. — 192 с.
7. Ставрогин А. Н., Тарасов Б. Г. Экспериментальная физика и механика горных пород. — СПб.: Наука, 2001. — 343 с.
8. Tarasov B. G. The fan mechanism as an initiator of deep-level earthquakes and rock bursts, J. Min. Sci., 2020, No. 3. — P. 18 – 23.
9. Каменских А.А., Труфанов Н.А. Численный анализ напряжённого состояния сферического контактного узла с прослойкой из антифрикционного материала // Вычислительная механика сплошных сред. – 2013 (6). – № 1. – С. 54–61
10. Баранов В.Л., Иванов В.Н., Щитов В.Н. Динамика проникания жестких вращающихся инденторов в грунты. Тула. – Климовск: ТулГУ. – ЦНИИТМ – 2005. – 107с.
11. Александров В.М. Введение в механику контактных взаимодействий. Москва. – 1997. – 332 с.
12. Mogi K. Experimental rock mechanics, CRC Press, 2006.
13. Гейт Н.М.П., Годель Ф., Понталльe Б. Способ и устройство для мониторинга системы приведения на основе сервоклапанов Патент на изобретение RU 2599414 C2, 10.10.2016. Заявка № 2013144739/06 от 24.02.2012.
14. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – Изд-во ФИЗМАТГИЗ. - 1963. –1100 с.
15. Мухин А.А., Чуркин А.А., Филиппов К.А., Гаврютина А.В. К вопросу о применении метода испытания свай динамической нагрузкой с использованием принципов волновой теории удара. Геотехника.– 2020. – Т. XII. – № 2. – с. 70–87.

16. Крайко А.Н., Якунина А.Н. К построению оптимальных тел в рамках моделей локального взаимодействия // Прикладная математика и механика. − 2008. −Т. 72(1). − с. 41−53

17. Чернюк В.П., Семенюк С.М. Определение оптимальной формы и угла заострения наконечника сваи при погружении в грунт // Вестник Брестского государственного технического университета. –2013, –№1. – с. 65-68.

18. Баженов В.Г., Котов В.Л. Решение задач о наклонном проникании осесимметричиых ударников в мягкие грунтовые среды на основе моделей локального взаимодействия / // ПММ. - 2010. - Т. 74, №3. - С. 391-402.

19. Бахолдин Б.В. Энергия удара дизель-молота при погружении свай. Основания, фундаменты и подземные сооружения. – 1977. – Вып. 66, с. 40–45.

20. Rausche F. Combining static and dynamic loading test results of piles. Proceedings of the 10th International Conference on stress wave theory and testing of deep foundations, San Diego, CA, USA. – 2018. – pp. 520–541.