

А. И. Чанышев^{1,2}, И. М. Абдулин¹, Л. В. Городилов¹, О. Е. Белоусова¹, О. А. Лукьяшко¹*

К вопросу определения приложенных нагрузок к массиву пород, его структуры по данным измерений смещений на контуре цилиндрической выработки

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт горного дела им. Н.А. Чинакала Сибирского отделения Российской академии наук, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Новосибирский государственный университет экономики и управления, г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Аннотация. Существующие методы расчетов напряженно-деформированного состояния массивов горных пород вокруг выработок предполагают знание условий нагружения в отдаленных точках, что оказывается невозможным в реальных условиях. От этих условий зависит прогноз состояния вблизи самих выработок, включая предсказание катастрофических событий. В работе показывается, что для прогноза состояния массива пород вблизи выработки не требуется уходить на «бесконечность», достаточно проанализировать то, что происходит на границе выработки. Требуется определить нормальные и тангенциальные смещения на ее контуре. С применением этих данных и при условии, что поверхность выработки свободна от напряжений восстанавливается напряженно-деформированное состояние массива горных пород вокруг выработки и его структура.

Ключевые слова: напряжения, деформации, смещения, анализ, прогноз, структура

A. I. Chanyshev^{1}, I. M. Abdulin¹, L. V. Gorodilov¹, O. E. Belousova¹, O. A. Lukyashko¹*

On the issue of determining applied loads to a rock mass and its structure based on displacement measurements on the contour of a cylindrical excavation

¹ Chinakal Institute of Mining SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

² Novosibirsk State University of Economics and Management, Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Annotation. Existing methods for calculating the stress-strain state of rock masses around workings require knowledge of loading conditions at distant points, which turns out to be impossible in real conditions. The forecast of the state near the workings themselves, including the prediction of catastrophic events, depends on these conditions. The work shows that to predict the state of a rock mass near a mine working, it is not necessary to go to “infinity”; it is enough to analyze what is happening at the boundary of the working. It is required to determine the normal and tangential displacements on its contour. Using these data and provided that the surface of the excavation is free from stress, the stress-strain state of the rock mass around the excavation and its structure are restored.

Keywords: stress, deformation, displacement, analysis, forecast, structure

Введение

Традиционно задачи геомеханики исследуются в трех классических постановках – когда на всех границах заданы компоненты вектора напряжений (1-я краевая задача [1-3]), когда на всех границах тела задаются компоненты вектора поворота (2-я краевая задача [4-6]), третий случай предполагает на части границ задание вектора напряжений Коши, на другой оставшейся части – вектора перемещений [7-9]. Во всех этих трех случаях при рассмотрении массива пород как протяженного геометрического тела необходимо задать так называемые условия на «бесконечности» [6, 10-12]. От них напрямую зависит ожидаемый прогноз как текущего состояния массива пород, так и будущего. Однако сделать это невозможно по простой причине – невозможно проникнуть во все удаленные точки в толще массива пород. Поэтому в каждом таком случае в расчетную схему закладываются всевозможные гипотезы от однородного распределения напряжения на «бесконечности» до линейного [6, 10-12]. Гипотезы возможно улучшать, вводить не только линейные слагаемые, но и нелинейные [13, 14]. Вместе с тем от этого произвола зависит безопасное ведение горных работ и встает вопрос о других способах прогноза, не исключая «старые» [15, 16] и в тоже время демонстрирующих существо вопроса.

В данной работе в качестве такого варианта предлагается использовать на границе два заданных вектора – вектор напряжений Коши и вектор перемещений [6, 17, 18].

В случае поверхности, свободной от напряжений, вектор напряжений Коши равен нулевому. Второй вектор – вектор перемещений определяется по пути, указанному в [19, 20].

Ч1. Суть предлагаемого подхода на примере решения простейшей задачи

Для иллюстрации подхода рассмотрим простейшую ситуацию. Пусть массив пород находится в условиях гидростатического сжатия, подчиняется при деформировании закону Гука с двумя известными заранее константами – модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν . Требуется оценить напряженное состояние вокруг выработки в форме кругового цилиндра и условия нагружения массива пород на бесконечности.

Для этого на забое создается круговая щель [10], совпадающая по форме с контуром исходной выработки. В результате образования щели получаем два вида смещений, представленных на рис. 1.

Смещения керна в результате разгрузки будут направлены от центра круга наружу (рис. 1а). Такое поведение обуславливается разгрузкой (упругой разгрузкой для керна), чем пользуются в методах полной разгрузки [21-23]. Эти смещения характеризуют напряженно-деформированное состояние массива пород до образования выработки. Другие смещения, представленные на рис. 1б (контура «выработки») будут направлены к центру. Они характеризуют смещения массива пород в нагруженном состоянии в результате образования выработки или

образования скважины (скважинные методы измерений смещений разрабатывались в [25-27]).

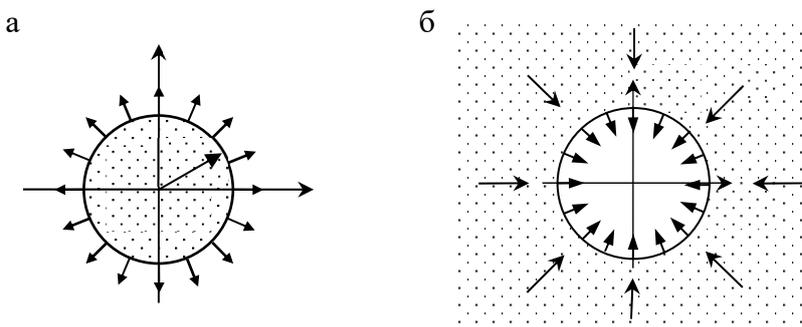


Рис. 1. Керн радиуса a (а) и массив пород с круговым отверстием (б). При снятии напряжений точки границы керна и отверстия получают смещения, направленные в противоположные стороны

Пусть они каким-либо образом измерены. Обозначим первые смещения как $u_{0,1}$, вторые как $u_{0,2}$. Таким образом на границе круга $r = a$ имеем следующие краевые условия.

$$\begin{aligned} u_r &= +u_{0,1}, \quad u_\theta = 0; \\ u_r &= -u_{0,2}, \quad u_\theta = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Полные смещения контура «выработки» в случае, когда они уже прошли есть сумма смещений

$$u_r|_{r=a} = -u_{0,2} - u_{0,1}, \quad u_\theta|_{r=a} = 0. \quad (2)$$

Из (2) следует, что скважинные методы определения смещений не позволяют находить полные смещения контура выработки с момента ненагруженного состояния массива пород.

Ч2. Общий случай определения напряжений и смещений в массиве с цилиндрической выработкой с контуром $r = a$, свободным от напряжений

Представим себе следующую ситуацию. Пусть имеется контур цилиндрической выработки, на котором известны следующие величины:

$$\sigma_r = 0, \quad \tau_{r\theta} = 0, \quad u_r = u_r(\theta), \quad u_\theta = u_\theta(\theta). \quad (3)$$

Т.е. на контуре $r = a$ заданы одновременно вектор напряжений Коши и вектор смещений. Не останавливаясь на способе получения решения этой задачи [28], приведем его для случая разложений смещений u_r, u_θ вида [6]

$$u_r = A + B \cos 2\theta, \quad u_\theta = C \sin 2\theta. \quad (4)$$

Приведем следующие формулы для вычисления напряжений и смещений в полярной системе координат:

$$\begin{cases} \sigma_\rho = \frac{4\mu}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + \left[\frac{3\beta}{2} \left(1 - \frac{a^4}{r^4} \right) + \frac{\gamma}{2} \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4} - 4\frac{a^2}{r^2} \right) \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ \sigma_\vartheta = \frac{4\mu}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) + \left[3\beta \left(2\frac{r^2}{a^2} - \frac{1}{2} + 4\frac{a^4}{r^4} \right) - \gamma \left(\frac{1}{2} + \frac{3a^4}{2r^4} \right) \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ \tau_{\rho\vartheta} = \frac{4\mu}{\aleph+1} \left\{ \frac{3\beta}{2} \left(2\frac{r^2}{a^2} - 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) + \frac{\gamma}{2} \left(3\frac{a^4}{r^4} - 2\frac{a^2}{r^2} - 1 \right) \right\} \sin 2\vartheta, \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} u_\rho = \frac{r}{\aleph+1} \left\{ \alpha \left(\aleph - 1 + 2\frac{a^2}{r^2} \right) + \left[\beta \left(\aleph \frac{r^2}{a^2} - 3\frac{r^2}{a^2} + 3 + \frac{a^4}{r^4} \right) + \gamma \left(\aleph \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} + 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) \right] \cos 2\vartheta \right\}, \\ u_\vartheta = \frac{r}{\aleph+1} \left\{ \beta \left(\aleph \frac{r^2}{a^2} + 3\frac{r^2}{a^2} - 3 + \frac{a^4}{r^4} \right) + \gamma \left(-\aleph \frac{a^2}{r^2} + \frac{a^2}{r^2} - 1 - \frac{a^4}{r^4} \right) \right\} \sin 2\vartheta, \end{cases} \quad (6)$$

здесь $\rho = r/a$, $\vartheta = \theta$.

В прямоугольной системе координат напряжения и смещения выражаются как:

$$\begin{cases} \sigma_x + \sigma_y = \frac{8\mu}{\aleph+1} \left[\alpha + 3\beta(x^2 - y^2) - \gamma \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right], \\ \sigma_y - \sigma_x + 2i\tau_{xy} = \frac{8\mu}{\aleph+1} \left[\alpha \frac{(x^2 - y^2 - 2ixy)^2}{(x^2 + y^2)^2} - \frac{3\beta + \gamma}{2} + 3\beta(x^2 + y^2) + \right. \\ \left. + \frac{(x^2 - y^2 - 2ixy)^2}{(x^2 + y^2)^4} \left(\gamma(x^2 + y^2) + \frac{3(\beta - \gamma)}{2} \right) \right]. \end{cases} \quad (7)$$

$$u_\rho + iu_\vartheta = A + \frac{B+C}{2} e^{2i\vartheta} + \frac{B-C}{2} e^{-2i\vartheta}, \quad (8)$$

$$u_x + iu_y = e^\theta (u_\rho + iu_\vartheta).$$

Коэффициенты α, β, γ , входящие в (5) - (7), связаны с A, B, C соотношениями

$$\alpha = \frac{A}{a}, \quad \beta = \frac{B+C}{2a}, \quad \gamma = \frac{B-C}{2a}. \quad (9)$$

Соотношения (5) - (9) публикуются впервые.

ЧЗ. Расчет НДС образца из резины в виде прямоугольника с цилиндрическим отверстием при растяжении

Речь идет о двух видах испытаний образца из тонкостенной резины в виде прямоугольника с образованием в нем кругового отверстия до растяжения и образованием отверстия в растянутом состоянии. Технология испытаний и замеров смещений контура образуемого отверстия в нерастянутом и растянутом состоянии приведена на рис. 2, 3

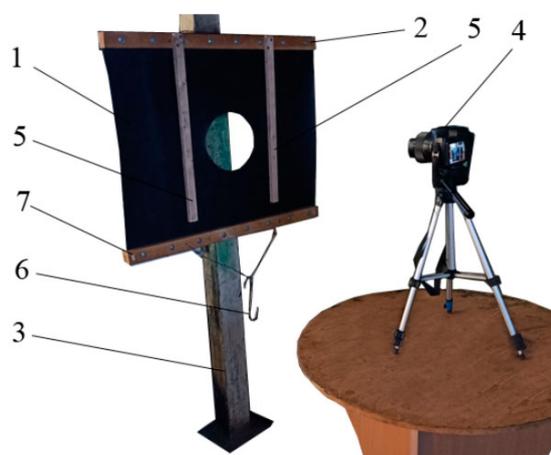


Рис. 2. Стенд: 1 – лист резины; 2 – верхняя крепежная рейка; 3 – неподвижная опора; 4 – цифровой фотоаппарат; 5 – фиксирующие планки; 6 – крюк; 7 – нижняя крепежная рейка

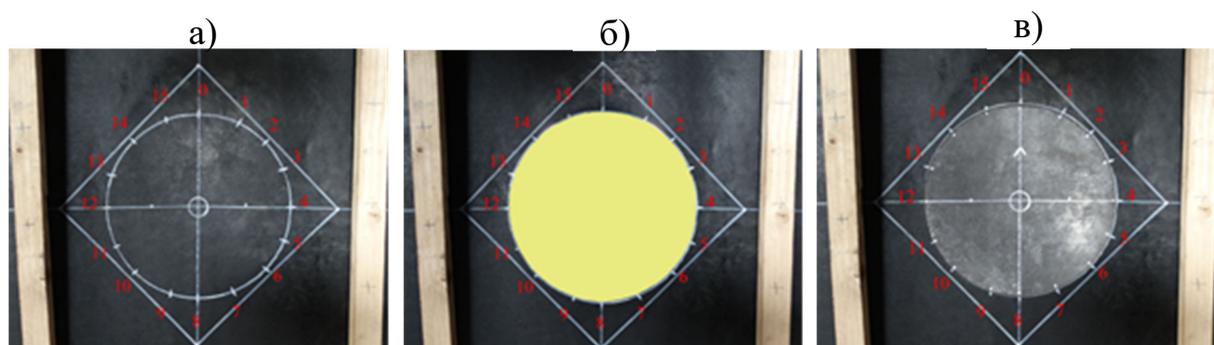


Рис. 3. Образец: (а) в нагруженном состоянии и последующим нанесением на него контура окружности, (б) в нагруженном состоянии и с вырезанным отверстием, (в) вырезанная окружность в свободном состоянии

В качестве материала, на котором определялись смещения, использовался лист резины толщиной 1 мм, имеющего ширину 800 мм и длину 680 мм с модулем упругости $E = 10,834$ МПа, коэффициентом Пуассона $\nu = 0,5$. Масса груза равнялась 10,6 кг ($F=106$ Н).

В результате измерений контура образуемого отверстия в нагруженном состоянии листа резины получены следующие значения параметров A, B, C , входящих в (4) - (9).

$$A = 1,4 \text{ мм}, B = -3,429 \text{ мм}, C = 3,417 \text{ мм}, C \approx -B.$$

Подставим эти данные в расчетные формулы (7). На рис. 4 приведены эпюры изменений напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ в зависимости от безразмерных параметров $x_{_} = x/a, y_{_} = y/a$.

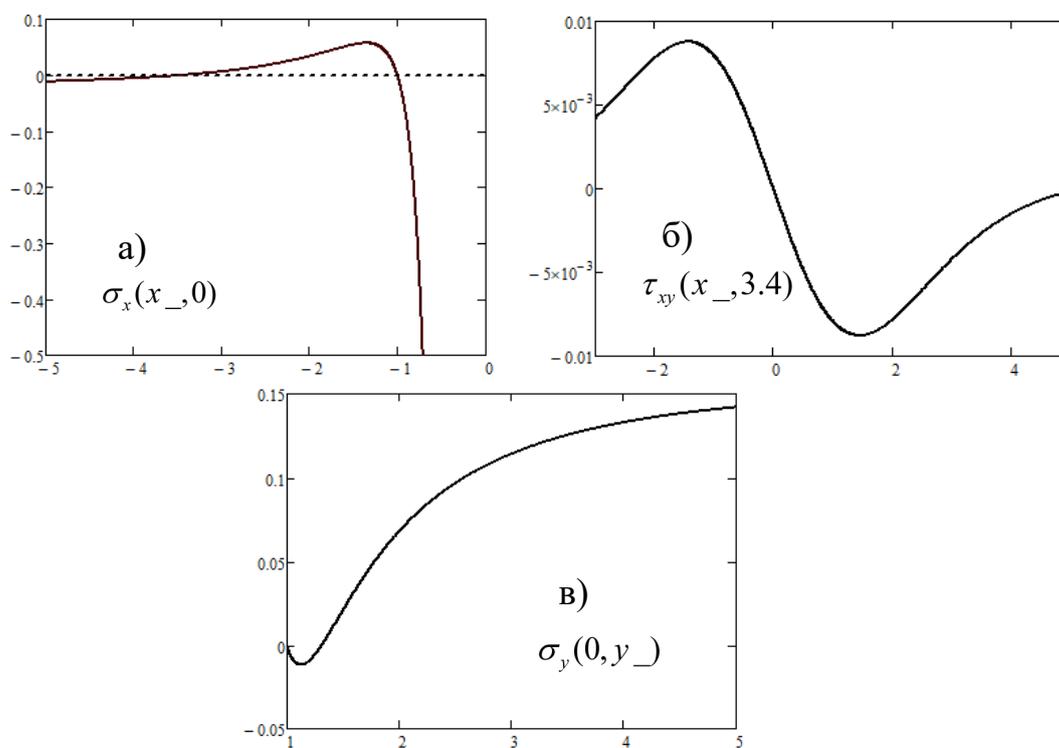


Рис. 4. Эпюры изменений напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ в зависимости от безразмерных параметров $x_{_} = x/a, y_{_} = y/a$

Из рис. 4а следует, что напряжения σ_x при движении вдоль оси абсцисс становится равным нулю дважды при $x_{_} = 1$, что соответствует контуру окружности. И второй раз при $x_{_} = 3,4$. Эта точка соответствует правой границе резинового листа. На рис. 4б приведена зависимость τ_{xy} вдоль ординаты $x_{_} = 3,4$. Видно, что это напряжение колеблется в пределах значений $4 \cdot 10^{-3}$, что свидетель-

ствует о том, что прямая $x_{\perp} = 3,4$ является границей, свободной от напряжений. Другой вывод касается зависимости $\sigma_y(y_{\perp})$. Рис. 4в показывает, что эта зависимость стремится к горизонтальной асимптоте. $\sigma_y = 0,15$ МПа. В эксперименте прикладывалась нагрузка равная 0,1325 МПа. Как видно, различие – небольшое.

Заключение

Предложен математический аппарат для оценки НДС массива пород вокруг выработки с заданными на ее контуре смещениями.

Дано сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными. Получено удовлетворительное согласие.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 22-17-00188.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сенашов С. И., Савостьянова И. Л. Законы сохранения и решения первой краевой задачи для уравнений двумерной теории упругости // Сибирский аэрокосмический журнал. – 2022. – Т. 23. – №. 3. – С. 417-422.
2. Еремеев В. А. Об эллиптичности уравнений равновесия градиентной теории упругости и устойчивости в малом // Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия. – 2023. – Т. 10, № 1. – С. 99-108. – DOI 10.21638/spbu01.2023.109.
3. Хлуднев А. М. Задачи теории упругости в негладких областях. – Москва: Физматлит, 2010. – 251 с.
4. Бородачев Н. М., Астанин В. В. Об одном методе решения пространственной задачи теории упругости в перемещениях // Проблемы прочности. – 2003.
5. Стружанов В. В. Интегро-дифференциальные уравнения второй краевой задачи линейной теории упругости. Сообщение 2. Неоднородное анизотропное тело // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2020. – Т. 24, № 1. – С. 199-208. – DOI 10.14498/vsgtu1730.
6. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости: Основные уравнения: Плоская теория упругости: Кручение и изгиб. – Москва: АН СССР, 1966. 708 с.
7. Лубышев Ф. В., Файрузов М. Э. Аппроксимация смешанной краевой задачи // Журнал Средневолжского математического общества. – 2018. – Т. 20, № 4. – С. 429-438. – DOI 10.15507/2079-6900.20.201804.429-438.
8. Коваль К. А. Смешанные краевые задачи линейной теории упругости // Таврический вестник информатики и математики. – 2019. – № 3(44). – С. 82-97.
9. Геворкян Р. С. Асимптотические решения первой и смешанной краевых задач теории упругости для ортотропных тонких полос конечных размеров // International Scientific and Practical Conference World science. – 2017. – Т. 2, № 3(19). – С. 4-15.
10. Булычев Н. С. Механика подземных сооружений в примерах и задачах. – М.: недра. – 1989. – Т. 273.
11. Савин Г. Н. Концентрация напряжений около отверстий. – Москва; Ленинград: Гос. изд-во техн.-теорет. лит., 1951. – 496 с.
12. Протосеня А. Г., Огородников Ю. Н., Деменков П. А. Механика подземных сооружений: пространственные модели и мониторинг. – Санкт-Петербург: СПбГУ: МАНЭБ, 2011. – 355 с.
13. Остросаблин Н. И. Плоское упругопластическое распределение напряжений около круговых отверстий. – Новосибирск: Наука: Сиб. отд-ние, 1984. – 113 с.

14. Мирсалимов В. М., Калантарлы Н. М. Решение упругопластической задачи для массива, ослабленного круговой выработкой при действии тектонических и гравитационных сил // Известия ТулГУ. Науки о Земле. 2021. – №1. – С. 207-216.
15. He J., Dou L., Gong S., Li J., & Ma Z. Rock burst assessment and prediction by dynamic and static stress analysis based on micro-seismic monitoring // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2017. – Т. 93. – С. 46-53.
16. Cai W., Dou L., Zhang M., Cao W., Shi J. Q., & Feng L. A fuzzy comprehensive evaluation methodology for rock burst forecasting using microseismic monitoring // Tunnelling and Underground Space Technology. – 2018. – Т. 80. – С. 232-245.
17. Лурье А. И. Теория упругости. – 1970. – 939 с.
18. Новожилов В. В. Теория упругости – СПб.: Политехника, 2012. – 409 с
19. Феклистов Ю.Г. Деформационный способ комплексного определения напряженного состояния и упругих характеристик горных и строительных объектов // Проблемы недропользования. 2017. №4 (15). С 28-32. DOI:10.18454/2313-1586.2017.04.028.
20. Чанышев А. И., Плохих В. В., Городилов Л. В., Абдулин И. М., Чещин Д. О. Способ определения напряженно-деформированного состояния массива горных пород // Патент РФ 2812358, 30.01.2024 Бюл. № 4
21. Хаст Н., Нильсон Т. Измерение напряжений в скальных породах и их значение для строительства плотин // Проблемы инженерной геологии. – Вып. 4. – М.: Мир, 1967. – С. 94 – 105.
22. Влох Н. П., Зубков А. В., Феклистов Ю. Г. Совершенствование метода целевой разгрузки // Диагностика напряженного состояния породных массивов: Сборник научных трудов. – 1980. – С. 30 – 35.
23. Leeman E. R. The measurement of stress in rock: a review of recent developments (and a bibliography) // Proc. Int. Symp. on the Determination of Stresses in Rock Masses, Lab. Nac. de Eng. Civil. Lisbon. 1971. p. 200–229.
24. Кузнецов С. В., Савостьянов Е. В. Способ измерения механических напряжений в массиве горных пород // Патент РФ 846730, 15.07.1981 Бюл. № 26.
25. Ljunggren C. An overview of rock stress measurement methods // Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. – 2003. – V. 40. – p. 975-989.
26. Курленя М. В., Опарин В. Н. Скважинные геофизические методы диагностики и контроля напряженно-деформированного состояния массивов горных пород. – Новосибирск: Наука, 1999. – 219 с.
27. Курленя М. В., Попов С. Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. – Наука. Сиб. отд-ние, 1983.
- 28 Шваб А. А. Некорректные статические задачи теории упругости // Изв. АН СССР. МТТ. 1989. № 6. С. 98-106.

© А. И. Чанышев, И. М. Абдулин, Л. В. Городилов,
О. Е. Белоусова, О. А. Лукьяшко, 2024