

*Е. А. Гондюл<sup>1</sup>\*, В. В. Лисица<sup>1</sup>, К. Г. Гадьльшин<sup>1</sup>, Д. М. Вишнеvский<sup>1</sup>*

## **Подавление ошибок модели и численной дисперсии в сейсмограммах с помощью нейронной сети**

<sup>1</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук (ИНГГ СО РАН), г.Новосибирск, Российская Федерация  
\* e-mail: gondyulea@ipgg.sbras.ru

**Аннотация.** В работе представлена нейронная сеть для уменьшения численной дисперсии (NDM-net – Numerical Dispersion Mitigation network) для ускорения сейсмического моделирования. Идея NDM-net заключается в моделировании сейсмограмм для всего набора положений источников с использованием грубой сетки. Это решение, может быть, получено быстро, но неточно. Кроме того, генерируется небольшое количество сейсмограмм с использованием достаточно мелкой сетки для получения точного решения. После этого NDM-net обучается сопоставлять численно загрязненные решения с точным и применяется для коррекции всего набора данных. Ранее было показано, что NDM-net позволяет ускорить сейсмическое моделирование до шести раз без заметной потери точности, если модель скорости фиксирована. В этой статье обсуждается применимость NDM-net в случае, когда корректируются как дискретизация модели скорости, так и вычислительная сетка. Таким образом, NDM-net применяется для подавления двух типов численных ошибок: численной дисперсии и ошибки скоростной модели.

**Ключевые слова:** сейсмическое моделирование, численная дисперсия, глубокое обучение

*Е. А. Gondyul<sup>1</sup>\*, V. V. Lisitsa<sup>1</sup>, K. G. Gadylshin<sup>1</sup>, D. M. Vishnevsky<sup>1</sup>*

## **Mitigation of model errors and numerical dispersion in seismic wave fields using neural network**

<sup>1</sup> Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics of Siberian Branch Russian Academy of Sciences (IPGG SB RAS), Novosibirsk, Russian Federation  
\* e-mail: gondyulea@ipgg.sbras.ru

**Abstract.** The research presents a novel neural network approach for mitigating numerical dispersion (NDM-net – Numerical Dispersion Mitigation network) in seismic modeling. NDM-net aims to accurately model seismograms across a range of source positions, using a coarse computational grid. This approach can be implemented quickly, albeit with some degree of inaccuracy. In addition, a smaller number of seismograms can be generated using a finer computational grid, yielding a more accurate solution. Once generated, NDM-net can be trained to compare these numerically polluted seismogram solutions with their corresponding exact solutions, and it is used to correct all the data. Previous work has shown that NDM-net can accelerate seismic modeling up to six-folds, without significantly compromising accuracy, provided the velocity model remains fixed. This article examines the application of NDM-net under the scenario where both the velocity model discretization and computational grid are allowed to vary. Therefore, the NDM-net is used to identify two types of numeric errors: numeric dispersion and velocity model errors.

**Keywords:** seismic modelling, numerical dispersion, deep learning

## *Введение*

Сейсмическое моделирование широко используется для изучения распространения сейсмических волн в сложноустроенных средах [1, 2], валидации алгоритмов и оптимизации системы наблюдения. Однако такое моделирование требует огромного количества вычислительных ресурсов, к тому же современные сеточные методы страдают численными ошибками различной природы. Двумя основными составляющими численной погрешности являются численная дисперсия/диссипация и погрешность, обусловленная рассогласованием сетки с дискретизацией модели.

Первый тип ошибки хорошо изучен для основных вычислительных методов [3]. Такая погрешность стремится к нулю с заданным порядком при уточнении вычислительной сетки в зависимости от скорости сходимости конкретного метода.

Существует несколько способов повысить точность моделирования: увеличение порядка аппроксимации, уменьшение шага сетки, постобработка. Первые два способа обычно либо увеличивают число операций с плавающей запятой на точку сетки (степень свободы), либо на снижение критерия устойчивости Куранта, либо резко увеличивает размер дискретной задачи.

Относительно новым подходом является использования нейронной сети в качестве постобработки. Идея подхода заключается в моделировании сейсмограмм для всех источников с использованием грубой сетки. Это решение, может быть, относительно быстро вычислено, однако, может иметь высокий уровень численной дисперсии. Также, с использованием достаточно мелкой сетки моделируется небольшое количество сейсмограмм для формирования обучающей выборки. После этого нейронная сеть NDM-net (Numerical Dispersion Mitigation neural network) обучается переводить сейсмограммы с численной дисперсией в более точное решение. Такой подход позволяет ускорить сейсмическое моделирование без существенной потери точности.

Второй тип численной ошибки обусловлен дискретизацией скоростной модели. Если модель представлена аналитически, т.е. все поверхности определены явно, то однородные методы на неструктурированных сетках, такие как конечные элементы, спектральные элементы и конечные разности на криволинейных сетках, могут справиться с задачей. Упомянутые гомогенные подходы требуют, чтобы модель была однородной внутри ячейки (элемента) сетки с линиями сетки, выровненными по физическим интерфейсам. Напротив, конечные разности и конечные объемы допускают гетерогенные схемы, в которых модельные неоднородности неявно учитываются соответствующей модификацией коэффициентов уравнения упругой волны. Однако, как было показано в [4], гетерогенные подходы являются точными первого порядка в целом и могут быть точными второго порядка для некоторых конкретных геометрий. Это означает, что погрешность интерфейса при сейсмическом моделировании трудно уменьшить.

В данной работе рассматривается применимость NDM-net для повышения точности сейсмического моделирования в случае, когда варьируются как дискретизация модели, так и вычислительная сетка.

## Методы и материалы

В данной работе используется ранее разработанная нейронная сеть NDM-net (Numerical Dispersion Mitigation neural network) [5]. Алгоритм предполагает моделирование сейсмограмм для всех правых частей источников с использованием грубых сеток. Это позволяет получить полный набор данных с численными ошибками. В то же время, рассчитываются сейсмограммы для малого количества источников с использованием точных дискретизаций по модели. Далее, нейронная сеть обучается, минимизируя функцию потерь:

$$L(\theta) = \mathbb{E}_{l \in S_t} \left\| \vec{u}_{h_1}(t, x_o, x_s^l) - \mathcal{N}(\vec{u}_{h_2}(t, x_o, x_s^l), \theta) \right\|_1, \quad (1)$$

где  $\mathcal{N}: \vec{u}_{h_2} \rightarrow \vec{u}_{h_1}$  – это оператор, соответствующий персептрон;  $\theta = \{W, b\}$  – параметры нейронной сети, которые включают в себя матрицу весов  $W$  и вектор смещения  $b$ ;  $\mathbb{E}_{l \in S_t}$  – это средняя ошибка по обучающей выборке.

Используется U-net архитектура, которая включает в себя 8 слоёв понижающих дискретизацию с помощью операции свёртки и функции активации  $ReLU(\cdot) = \max(0, \cdot)$  и 8 слоёв повышающих дискретизацию с использованием операции обратной свёртки и функции активации  $LeakyReLU(\cdot) = \max(1, \cdot) + c \min(1, \cdot)$  с коэффициентом  $c = 0.2$ . Скорость обучения варьировалась от  $2e - 4$  до  $1e - 4$ , параметры моментов имели значения  $\beta_1 = 0.5, \beta_2 = 0.999$ . Количество эпох – 750. Алгоритм оптимизации – adaptive momentum, критерий оптимизации – абсолютная средняя ошибка.

## Входные данные

Используется модель Marmousi2 [6], которая была создана на основе профиля, проходящего через Северную Гвинею и включает в себя 160 горизонтальных слоёв. Размер модели – 3501.24 м × 17001.25 м в горизонтальном и вертикальном направлении, соответственно. Р-волна варьируется от 1500 м/с до 4500 м/с (рис.1).

Система наблюдения состоит из 171 источника с расстоянием в 100 м между ними и 513 приёмников для каждого источника с расстоянием в 25 м друг от друга. В качестве источника используется импульс Рикера с центральной частотой 30 Гц.

Были смоделированы 6 наборов сейсмограмм, которые отличаются друг от друга размером шага в упругой среде  $H$  и размером вычислительной сетки  $h$ . Обозначим вычисленную сейсмограмму как  $d^{M_*, S_*}$ , где  $M_*$  – дискретизация по модели,  $S_*$  – вычислительная сетка. Для каждого из 6 набора сейсмограмм используются различные сетки (табл. 1). Шаг дискретизации по времени 1 мс, расчётное время – 5 с.

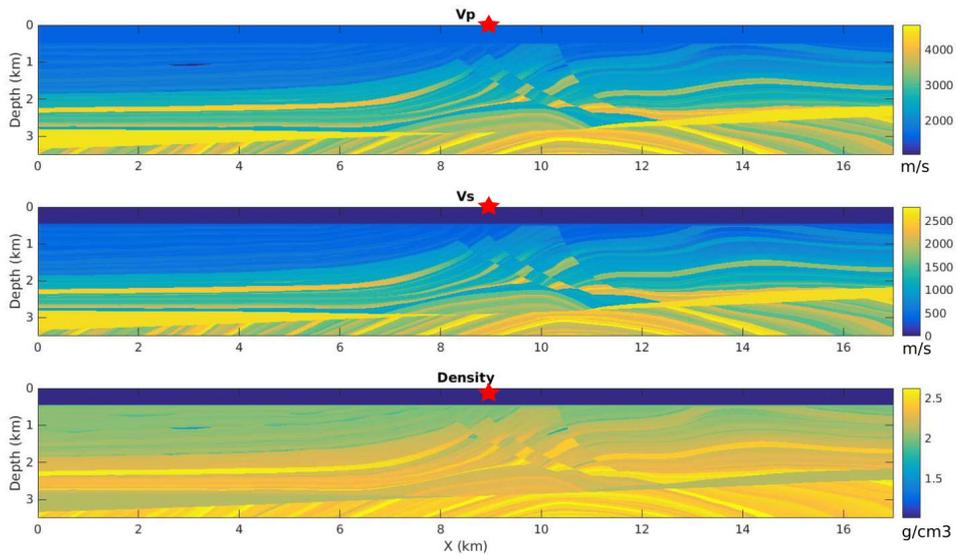


Рис. 1. Скоростная модель Marmousi2

Таблица 1

Значения шагов вычислительной сетки и шагов скоростной модели

Данные	$H_x = H_y, \text{ м}$	$h_x = h_z, \text{ м}$
$d^{M_1, S_1}$	1.25	1.25
$d^{M_2, S_1}$	2.5	1.25
$d^{M_2, S_2}$	2.5	2.5
$d^{M_5, S_1}$	5	1.25
$d^{M_5, S_2}$	5	2.5
$d^{M_5, S_5}$	5	5

Для получения сжатых входных данных используется быстрое преобразование Фурье (БПФ) для перевода сейсмограмм в частотную область. Такая процедура позволяет уменьшить размерность данных до  $512 \times 512$  с помощью взятия положительной части спектра и выбрасывания высокочастотной информации так, как она содержит, в основном, шум.

### Результаты

Было обучено 12 NDM-net на различных тренировочных выборках с размером 60% от общего количества сейсмограмм. Такое большое количество данных обусловлено изначально малому количеству источников. Обозначим сейсмограмму, рассчитанную на грубой сетке, как  $d$ , сейсмограмму без численной дисперсии как  $d'$  и сгенерированную нейронной сетью сейсмограмму как  $d_{gen}$ . Тренировочная выборка состоит из пары  $\{d, d'\}_{i=1}^N$ , где  $N$  – размер репрезентативного набора данных.

Для верификации алгоритма предлагается использовать относительную ошибку:

$$L_2^{rel}(d', d_{gen}) = \frac{\|d' - d_{gen}\|_2}{\|d'\|_2} \times 100\%, \quad (2)$$

Были рассчитаны средние ошибки по всем источникам с использованием уравнения (2) между всеми возможными наборами данных и представлены в табл. 2. Также представлено относительное изменение ошибки, чтобы показать насколько подавляется численная ошибка в каждом случае.

Результаты показывают, что ошибка подавляется в примерно 2 раза только в том случае, когда изначальная ошибка была большая (случай  $d^{M_5, S_5} \rightarrow d^{M_5, S_2}, d^{M_5, S_5} \rightarrow d^{M_5, S_1}, d^{M_5, S_5} \rightarrow d^{M_2, S_2}, d^{M_5, S_5} \rightarrow d^{M_1, S_1}$ ). Начальная ошибка, вызванная укрупнением модели, относительно невелика, таким образом, эффект приложения NDM-net намного слабее, если обрабатывается только ошибка интерфейса. Однако результирующая ошибка во всех случаях примерно одинакова (относительная ошибка составляет около 20%, согласно табл. 2). Это показывает, что NDM-net эффективно подавляет численную ошибку, в то время как ошибка, вызванная укрупнением модельной сетки, близка к точности NDM-net, соответственно, её подавление слабее.

Таблица 2

Результаты обучения NDM-net на различных типах данных

$d$	$d'$	$L_2^{rel}(d, d')$	$L_2^{rel}(d_{gen}, d')$	$\frac{L_2^{rel}(d, d')}{L_2^{rel}(d_{gen}, d')}$
$d^{M_5, S_5}$	$d^{M_5, S_2}$	65.83	27.42	2.4
	$d^{M_5, S_1}$	60.31	25.5	2.36
	$d^{M_2, S_2}$	51.58	28.33	1.82
	$d^{M_1, S_1}$	55.32	30.96	1.78
$d^{M_5, S_2}$	$d^{M_5, S_1}$	21.18	17.14	1.24
	$d^{M_2, S_2}$	33.76	19.18	1.76
	$d^{M_2, S_1}$	26.06	23.04	1.13
$d^{M_5, S_1}$	$d^{M_2, S_1}$	19.58	18.46	1.06
	$d^{M_1, S_1}$	25.26	20.18	1.25
$d^{M_2, S_2}$	$d^{M_2, S_1}$	27.49	17.19	1.59
	$d^{M_1, S_1}$	20.62	17.72	1.16
$d^{M_2, S_1}$	$d^{M_1, S_1}$	18.54	11.01	1.68

В то же время, если в моделируемых данных присутствуют оба типа числовых ошибок, NDM-net по-прежнему работает достаточно точно, чтобы уменьшить общую числовую ошибку, и, таким образом, может применяться для сейсмического моделирования в сложных моделях.

## *Заключение*

В данной работе исследуется применимость NDM-net для подавления численной ошибки в решении системы уравнений динамической теории упругости. Первоначально, NDM-net была разработана для подавления численной дисперсии из-за низкой дискретизации вычислительной сетки (низкая дискретизация волнового поля), однако скоростная модель оставалась неизменной. В этом исследовании мы рассмотрели случай, когда исходная скоростная модель была представлена на мелкой сетке, которая была укрупнена для получения решения с достаточно большой численной ошибкой. Численное решение в таком случае могло содержать два типа численных ошибок: численную дисперсию и ошибку модели. В работе было показано, что NDM-net эффективно уменьшает численную ошибку. Однако дисперсия была намного выше, чем ошибка модели, и NDM-net подавляла в большей степени численную дисперсию, нежели ошибку модели, так как последняя была намного ниже. Тем не менее, NDM-net может быть применен для уменьшения численной ошибки и ускорения сейсмического моделирования в общих случаях, когда модель модифицируется для предварительного вычисления неточного решения.

## *Благодарности*

Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку РФФ № 22-11-00004.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Virieux J., Operto S., Ben-Hadj-Ali H., Brossier R., Etienne V., Sourbier F., Giraud L., Haïdar A. Seismic wave modeling for seismic imaging // *The Leading Edge*. – 2009. – Vol. 28. – № 5. – P. 538-544.
2. Lisitsa V., Vishnevsky D. Lebedev scheme for the numerical simulation of wave propagation in 3d anisotropic elasticity // *Geophysical Prospecting*. – 2010. – Vol. 58. – № 4. – P. 619-635.
3. Virieux J. P-SV wave propagation in heterogeneous media: Velocity-stress finite-difference method // *Geophysics*. – 1986. – Vol. 51. – № 4. – P.889-901.
4. Vishnevsky D., Lisitsa V., Tcheverda V., Reshetova G. Numerical study of the interface errors of finite-difference simulations of seismic waves // *Geophysics*. – 2014. – Vol. 79. – № 4. – P. T219-T232.
5. Gadylyshin K., Vishnevsky D., Gadylyshina K., Lisitsa V. Numerical dispersion mitigation neural network for seismic modeling // *Geophysics*. – 2022. – Vol. 87. – № 3. – P. T237-T249.
6. Martin G. S., Wiley R., Marfurt K. J. Marmousi2: An elastic upgrade for marmousi // *The Leading Edge*. – 2006. – Vol. 25. – № 2. – P. 156-166.

© Е. А. Гондюл, В. В. Лисица, К. Г. Гадыльшин, Д. М. Вишнеvский, 2024