

С. А. Алексейцев^{1,3}, А. С. Толстиков^{1,2}, А. С. Томилов¹*

Модельные исследования релятивистского влияния на бортовые шкалы времени навигационных спутников ГЛОНАСС

¹ Западно-Сибирский филиал Федерального государственного унитарного предприятия «Всероссийский научно-исследовательский институт физико-технических и радиотехнических измерений», г. Новосибирск, Российская Федерация

² Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация

³ Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: alekseytsev.94@mail.ru

Аннотация. В работе представлены результаты модельных исследований влияния неоднородности гравитационного поля Земли на бортовые шкалы времени навигационных спутников. Учет релятивистских и нерелятивистских явлений, вызывающих отклонение бортовых шкал времени от системной шкалы, представляет актуальную научно-техническую задачу в рамках повышения точности позиционирования глобальных навигационных спутниковых систем. Используемая в работе имитационная модель позволяет выделить периодические отклонения бортовой шкалы, вызванные изменением градиента гравитационного поля Земли. Результаты модельных исследований соотносятся с экспериментально снятыми показаниями шкал времени бортовых часов, на основе чего делаются выводы об адекватности модели. Полученные расхождения, в основном, обусловлены недостаточным количеством экспериментальных данных, однако в целом на уровне системного подхода результаты можно считать адекватными физической природе такого рода процессов.

Ключевые слова: бортовые шкалы времени, релятивистские явления, модельные исследования, геопозиционирование, гравитационное поле

S. A. Alekseytsev^{1,3}, A. S. Tolstikov^{1,2}, A. S. Tomilov¹*

On the Modeling the Relativistic Effects Affecting the Onboard Time Scales of the GLONASS Satellites

¹ West Siberian branch of the Federal State Unitary Enterprise «All-Russian Research Institute of Physical and Technical and Radio Engineering Measurements», Novosibirsk, Russian Federation

² Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

³ Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: alekseytsev.94@mail.ru

Abstract. The paper presents the results of model studies of the influence of the inhomogeneity of the Earth's gravitational field on the onboard time scales of navigation satellites. Accounting for relativistic and non-relativistic phenomena that cause onboard time scales to deviate from the system scale is an urgent scientific and technical task in the framework of improving the positioning accuracy of global navigation satellite systems. The simulation model used in the work makes it possible to identify periodic deviations of the onboard scale caused by a change in the gradient of the Earth's gravitational field. The results of modeling studies are correlated with the experimentally taken readings of the onboard clock time scales, on the basis of which conclusions are drawn about the adequacy

of the model. The discrepancies obtained are mainly due to the insufficient amount of experimental data, however, in general, at the level of a systematic approach, the results can be considered adequate to the physical nature of such processes.

Keywords: onboard time scales, relativistic phenomena, model studies, geopositioning, gravitational field

Введение

Научная значимость решения проблемы построения математической модели нестабильности квантовых стандартов частоты в условиях воздействия эффектов релятивистской природы заключается в создании новых знаний об спектральных характеристиках долговременной составляющей фазовых шумов таких систем. Это означает качественный подход к увеличению ресурса точности прогноза как шкалы времени, так и пространственных координат глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС).

Квантовые стандарты частоты (КСЧ) входят в перечень ключевых устройств, обеспечивающих корректную работу ГНСС. Точность координатно-временных определений ГНСС напрямую зависит от точности часов, входящих в состав как космического, так и наземного ее сегментов. В настоящее время в наземный сегмент ГНСС, таких как «GPS», «ГЛОНАСС», «Beidou» и «Galileo», входят КСЧ на основе взаимодействия электромагнитного поля и атомов водорода, рубидия и цезия. Хотя генераторы частоты на основе квантовых переходов считаются высокостабильными, они характеризуются значительной чувствительностью к температуре, магнитному полю, радиации. К внутренним источникам нестабильности КСЧ можно отнести нестабильность на уровне межатомных взаимодействий и флуктуации фазы колебаний кварцевого генератора, входящего в цепь автоподстройки частоты.

Помимо перечисленных механизмов, на КСЧ действуют факторы, связанные с релятивистскими взаимодействиями в рамках общей теории относительности (ОТО) [1, 2]. Высокостабильные источники частоты также находят применение в радиолокационных станциях (РЛС), программной аппаратуре телеметрии, наведения и управления ракет баллистического и аэродинамического сегментов.

Учет всех факторов, влияющих на стабильность квантовых стандартов, представляет собой серьезную научно-техническую задачу, решение которой в той или иной степени зависит от точности имитационных моделей генераторов. В свою очередь, точность имитационных моделей определяется степенью адекватности этих моделей реальным физическим процессам. Исходя из этого, формальное определение порождающего процесса является ничем иным, как ключевым звеном в цепочке решения обозначенной задачи.

На сегодняшний день в предметно-ориентированной литературе описано несколько имитационных моделей частотной нестабильности и ухода шкал времени КСЧ [3–6]. Среди них система разностных уравнений относительно нестабильности фазы, частоты и дрейфа частоты [4]. Такая модель удобна для применения в рекуррентных алгоритмах, поскольку позволяет перейти к матричной

форме записи. Еще одним достоинством такой модели является ясная интерпретация и функциональная связь входящих в нее источников ошибок и соответствующей им матрицы ковариации, что является удобным при переходе к спектральной плотности мощности шумов КСЧ.

Методы и материалы

Порождающая система разностных уравнений для нестабильности КСЧ может быть записана в следующем виде [4]:

$$\begin{cases} x(t + \tau) = x(t) + y(t)(t + \tau) + 0,5z(t)(t + \tau)^2 + \Delta x(t) \\ y(t + \tau) = y(t) + z(t)(t + \tau) + \Delta y(t) \\ z(t + \tau) = z(t) + \Delta z(t) \end{cases}, \quad (1)$$

где $x(t)$ – нестабильность фазы сигнала; $y(t)$ – нестабильность частоты сигнала, $z(t)$ – дрейф частоты сигнала.

Дисперсии элементов вектора $\xi(k)$ равны q_1 , q_2 и q_3 , соответственно [7]. Таким образом:

$$\begin{bmatrix} \Delta x(t) \\ \Delta y(t) \\ \Delta z(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \alpha(t) \\ q_2 \beta(t) \\ q_3 \eta(t) \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Здесь $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\eta(t)$ – центрированные нормальные случайные процессы с единичной дисперсией.

Для того чтобы учесть релятивистские эффекты в бортовой шкале, необходимо ввести соответствующие механизмы в систему разностных уравнений (1). В ней порождающие случайные процессы $\Delta x(t)$, $\Delta y(t)$ и $\Delta z(t)$ по умолчанию характеризуются нулевыми средними значениями. Для более точного представления модели (1) необходимо подставить вместо среднего значения $\Delta y(t)$ функцию относительного релятивистского смещения частоты в виде:

$$\int_{\tau_0} \frac{\Delta f_p}{f_0} d\tau = \frac{1}{c^2} \int_{\tau_0} \left[\frac{3\mu_e}{2a} - \frac{\mu_e}{\rho_c} - \frac{V_c^2}{2} \right] d\tau, \quad (3)$$

где $\rho_c = (X_c^2 + Y_c^2 + Z_c^2)^{0,5}$; $V_c^2 = V_{cx}^2 + V_{cy}^2 + V_{cz}^2$; a – полуось орбиты; μ_e – гравитационная постоянная Земли.

Таким образом, возможен учет релятивистской составляющей в модели формирования бортовых шкал времени, зависящий от координат и скорости спутника.

Результаты

На рис. 1 приведен временной ряд экспериментальных данных бортовой шкалы времени (БШВ) спутника ГЛОНАСС. Периодическая составляющая порождается неоднородностью гравитационного поля Земли, учтенной в модели через вторую зональную гармонику (рис. 2).

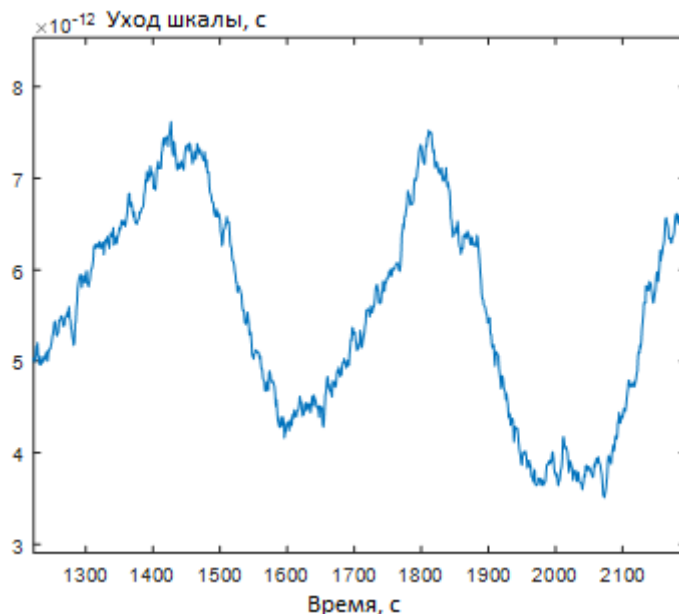


Рис. 1. Экспериментально снятые данные поведения БШВ

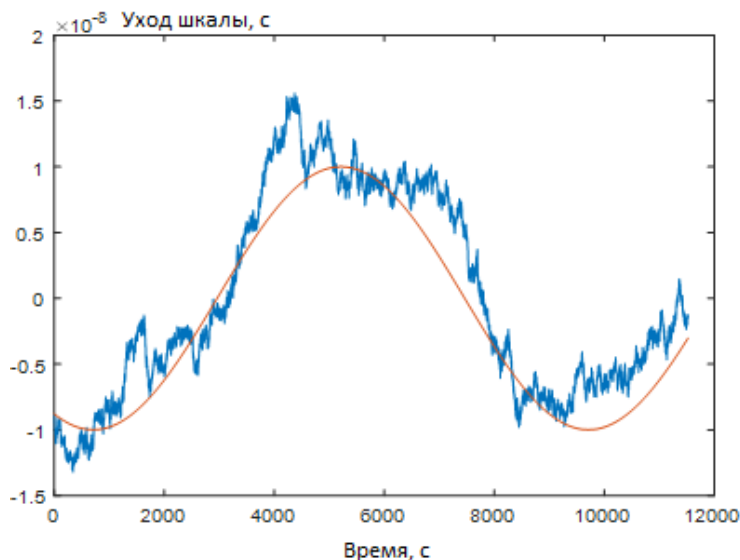


Рис. 2. Сравнение модели и эксперимента ухода шкалы времени спутника

Как можно видеть, результаты моделирования согласуются с экспериментальными данными. Учет периодической составляющей в разностных уравнениях неустойчивости бортовых шкал времени можно рассматривать как ресурс

уточнения математической модели вектора состояния в алгоритмах калмановской фильтрации при моделировании шкал ГНСС.

Обсуждение

Рассмотренные результаты имитационного моделирования неоднородности гравитационного поля Земли и последующий ее учет в модели бортовых шкал является шагом к повышению точности ГНСС. Последующее развитие данной темы видится в уточнении модели и ее расширении на большие интервалы времени.

Заключение

Учет гравитационных эффектов может быть произведен путем отыскания функции градиента гравитационного поля Земли с последующей привязкой текущих радиус-вектора и вектора скорости спутника. Модельные эксперименты показывают корректность такого подхода, когда учет гравитационных, а также релятивистских эффектов, осуществляется в формирующих нестабильность БШВ компонентах разностных уравнений как их первые центрированные моменты.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фатеев, В. Ф. Релятивистская теория и применение квантового нивелира и сети «Квантовый футшток» / В. Ф. Фатеев // Альманах современной метрологии. – 2020. – № 3(23). – С. 11–52.
2. Relativistic Effect in Simulators of Satellite Radio Navigation Systems / Siberian Federal University, I. N. Sushkin // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. – 2021. – Т. 14. – № 7. – С. 854–859. DOI: 10.17516/1999-494X-0351.
3. Тиссен, В. М. Моделирование нестабильностей квантовых стандартов частоты для задач служб времени и навигации / В. М. Тиссен, А. С. Толстиков, А. С. Томилов // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2021. – Т. 8. – С. 134–142. DOI: 10.33764/2618-981X-2021-8-134-142.
4. Tryon, P. (1983). Estimation of Parameters in Models Cesium Beam Atomic Clocs. “J. Res. Nat. Bur. Stand.”– 88, № 1. – P. 3–16.
5. Тиссен, В. М. Применение генератора случайных чисел для отработки методики прогнозирования ухода квантовых часов / В. М. Тиссен, А. Ю. Балахненко, В. Д. Рачков // Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2022. – Т. 8, № 2. – С. 90–100. – DOI 10.33764/2618-981X-2022-8-2-90-100.
6. Тиссен В.М. Имитационная модель нестабильности атомных часов / Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий). – 2011. – № 3 (16). – С. 107–112.
7. Безменов, И.В.; Блинов, И.Ю. Теоретические основы построения моделей для описания современных шкал времени и стандартов частоты: Менделеево: ВНИИФТРИ, 2015. 529 с.

© С. А. Алексейцев, А. С. Толстиков, А. С. Томилов, 2023