

А. Л. Пазоев^{1}*

Виртуальное восстановление компьютерных голограмм

¹ Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск,
Российская Федерация
*e-mail: pazoev-al2018@sgugit.ru

Аннотация. Обсуждаются проблемы свертки (сбоя) фазы при переходе через 2π при синтезе голограмм глубоких 3D объектов и традиционного синтеза голограмм 3D объектов, использующего разделение объекта на слои. Синтез голограмм глубоких 3D объектов требует проведения операций по развертке фазовых переходов, что затруднительно для глубоких по сравнению с длиной волны объектов, а способ разделения объекта на слои требует многократного использования преобразования Френеля. Предложен метод, не требующий ни проведения развертки большого количества фазовых переходов, ни многократного использования преобразования Френеля. Он основан на сжатии объекта голографирования по глубине до доли длины волны. Свойства представления массива голограммы матрицей чисел в формате с плавающей запятой, позволяет это сделать без искажений. На примере объекта ступенька численно показан результат сравнения синтеза голограммы и восстановления ею изображений как традиционным способом послойного представления, так и способом, предложенным в данной работе. Обсуждаются преимущества предложенного метода, позволяющие значительно сокращать время и вычислительные затраты синтеза голограмм 3D объектов.

Ключевые слова: голография, компьютерная голограмма, развертка фазы, голографические преобразования

A. L. Pazoev^{1}*

Virtual Restoration of Computer Holograms

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation
*e-mail: pazoev-al2018@sgugit.ru

Abstract. The problems of phase wrapping (failure) during the transition through 2π in the synthesis of holograms of deep 3D objects and the traditional synthesis of holograms of 3D objects using the separation of the object into layers are discussed. The synthesis of holograms of deep 3D objects requires operations to unwrap phase transitions, which is difficult for deep objects compared to the wavelength, and the method of dividing an object into layers requires repeated use of the Fresnel transformation. A method is proposed that does not require both the unwrapping of a large number of phase transitions and the repeated use of the Fresnel transformation. It is based on the compression of the holographic object in depth to a fraction of the wavelength. Properties of representation of an array of holograms by a matrix of numbers in floating-point format, allows you to do this without distortion. Using the example of the step object, the result of comparing the synthesis of a hologram and its reconstruction of images is numerically shown both by the traditional method of layer-by-layer representation and by the method proposed in this paper. The advantages of the proposed method are discussed, which significantly reduce the time and computational costs of synthesizing holograms of 3D objects.

Keywords: holography, computer hologram, phase unwrapping, holographic transformations

Введение

Аналогично проблемам оценки мгновенной частоты радиосигнала [1], где переход через границу 2π приводит к сбоям в представлении сигнала, в цифровой голографии существуют похожие проблемы. В работах по синтезу компьютерных голограмм фаза сигнала отражает глубину голографируемого объекта, и при регистрации цифровых дискретных голограмм объемных изображений сбой при переходе фазы волны через 2π превращает это изображение из глубокого 3D в практически плоское с рельефом по глубине в одну длину волны, что напоминает работу киноформа [2, 3]. Хороший обзор существующих работ по восстановлению истинных значений фазы приводится в [4]. Там показано, что наиболее эффективным на сегодня является итерационный метод, получивший широкое распространение как в интерференционных задачах, так и в голографии. Однако итерационный алгоритм, как правило, применяется для небольшого количества фазовых переходов (сворачивания фазы при переходе через 2π) и удобен при регистрации – восстановлении микроскопических объектов или в интерферометрии. При записи голограмм большинства реальных объектов художественной голографии [5] или живых объектов ввиду их размера, итерационный алгоритм восстановления глубины разверткой фазы становится вычислительно труден. Даже при записи объекта глубиной 1 мм (рис. 1а) с представлением объема в виде фазы волны при длине волны $\lambda = 0,5$ мкм, фаза равна ~ 12566 рад, и претерпит 2000 переходов (рис. 1б). Восстановить такое количество фазовых переходов без характерных ошибок очень трудно.

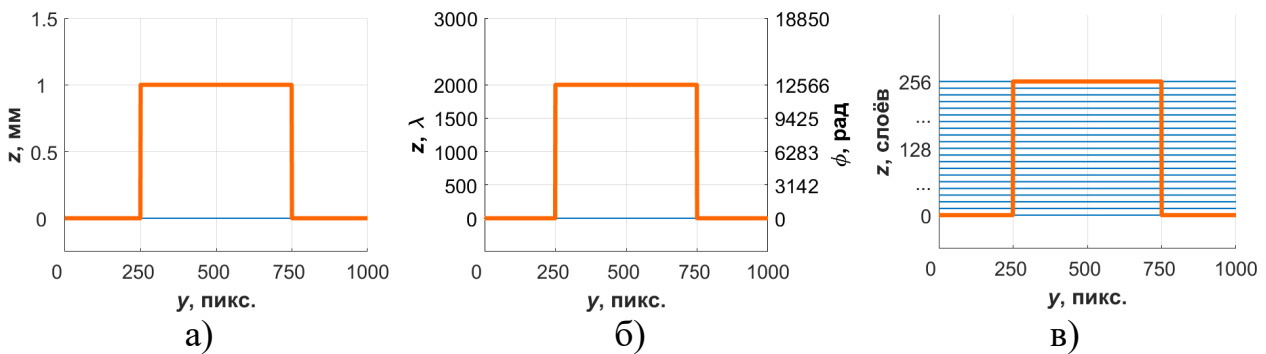


Рис. 1. Объект в виде ступеньки:

- а) представление глубины в мм; б) представление глубины в длинах волн;
- в) представление глубины слоями

Традиционно, вместо разворачивания фазы у глубоких объектов объем представляется разбиением объекта на слои (слайсинг). При синтезе голограммы от такого набора слоев возникают проблемы многократного вычисления интегрального преобразования Френеля. Глубина цвета в современных стандартах изображений [6–8] имеет 256 градаций. В [9] мы использовали такое же количество для разбиения по слоям глубины объекта, что оказалось достаточным. При разделении 3D объекта на 256 слоев для описания распространения излучения в

пространстве вдоль оптической оси z необходимо будет 256 раз выполнять преобразование Фурье (рис. 1в), что также представляет проблему при обработке 3D кадров с TV частотой кадровой развертки. Дополнительным неудобством такого вычисления на основе быстрого преобразования Фурье является необходимость представлять область голограммы и область объекта одинаковым количеством точек (пикселей), т. е. даже большие пустые области вокруг объекта будут бесполезно включены в вычислительный процесс.

На рис. 1 для случая простейшего объекта – ступеньки схематически показан используемый тест – объект. Его размеры рис. 1а равны: ширина (по оси x) 0,5 мм, высота (по оси y) 1 мм и глубина (по оси z) 1 мм, разрешение 500 пикс. и 1000 пикс. по ширине x и высоте y соответственно.

Таким образом, оба известных метода – представление 3D объекта в виде набора слоев и представление 3D объекта заданием фазы рассеянного им излучения требуют многократных интегральных преобразований. Это на сегодняшний день является неразрешимой задачей при синтезе 3D изображений с TV частотой кадровой развертки. Однако, как показано в [10] можно модифицировать метод представления глубины фазой рассеянного объектом излучения на основе сжатия объекта по глубине, основанный на свойствах представления массива голограммы матрицей чисел в формате с плавающей запятой, что позволяет представлять сжатый волновой фронт, рассеянный объектом голографирования, с достаточной точностью.

Целью настоящей работы является сравнение двух методов представления объема при синтезе компьютерных голограмм. Это классический метод, где карта высот 3D объекта представляется набором его сечений по глубине (слайсинг) и взятый из задач интерференционных измерений метод представления этой карты пространственным распределением фазы объекта.

Исследуем предложенный в [10] метод сжатия глубины 3D объекта до $\lambda/4$ с последующими операциями записи голограмм и восстановлением истинной глубины на конечном этапе вычислений более детально на примере модельного объекта в виде ступеньки.

Точность представления глубины у него достаточная. Действительно, в формате чисел с плавающей запятой одинарной точности на мантиссу отводится 23 бита, что эквивалентно примерно семи десятичным разрядам после запятой. Например, в MATLAB при использовании специальной команды `eps('single')` выдается значение $1,1920929e-07$, это так называемый машинный ноль (машинный эпсилон), т. е. то число, меньше которого программой будет восприниматься как ноль, т. е. число десятичных разрядов представлено с точностью до 7 знаков.

Для чисел с двойной точностью отводится 52 бита на мантиссу (16 десятичных разрядов), а машинный ноль в MATLAB определяется как $2,220446049250313e-16$ (команда `eps('double')`), т. е. 16 десятичных разрядов будет достаточно.

Это означает, что в случае чисел одинарной точности можно без вычислительных ошибок регистрировать до 10^7 слоев, а в случае двойной точности до 10^{16} слоев. Для видимого диапазона длин волн это означает возможность голо-

графической регистрации сцены глубиной до 5 м с точностью до длины волны $\lambda=0,5$ мкм для одинарной точности и до $5 \cdot 10^9$ м – для двойной точности.

Известно [11], что верхний предел расстояния восприятия объемности зрением человека равен около 1350 м. При регистрации такой дальности (глубины сцены) в формате чисел с одинарной точностью точность воспроизведения сцены будет порядка 0,1 мм. Если учесть, что в задачах 3D TV и дополненной реальности метрологическая точность воспроизведения глубины объектов не требуется, то одинарной точности для решения практических задач предложенным методом вполне хватает, хотя в современных вычислительных системах без труда может использоваться и двойная точность.

Предложенный метод состоит из трех этапов.

Первый – линейное сжатие глубины 3D объекта до величины менее длины волны λ , т. е. менее одного фазового перехода. На рис. 2 показана ступенька из рис. 1а, сжатая до $\lambda/4$ (коэффициент сжатия при $\lambda=0,5$ мкм $k_{сж.} = 8000$).

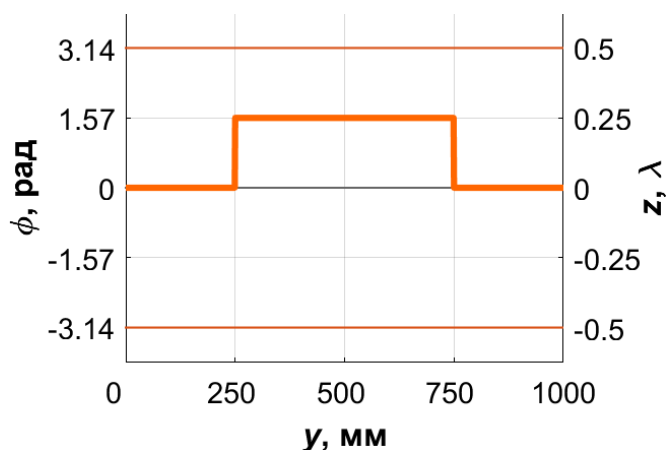


Рис. 2. Объект в виде ступеньки, сжат по глубине до $\lambda/4$. По оси абсцисс отложена высота объекта в пикс., по левой оси ординат отложена величина фазы в радианах, по правой оси ординат отложена глубина в долях λ

Второй – проведение различных преобразований при синтезе компьютерной голограммы и восстановлении ею изображения.

Третий – после проведения всех необходимых операций по синтезу и восстановлению голограммой изображения – обратное восстановление глубины изображения и приведение его к реальному размеру.

Таким образом, для синтеза голограммы необходимо только один раз использовать преобразование Френеля, а после восстановления объекта голограммой исключается необходимость проведения операций по развертке фазы. Проверим это численным экспериментом.

Численный эксперимент

Без ограничения общности синтез компьютерных голограмм осуществлялся в схеме Лейта – Упатниекса (рис. 3).

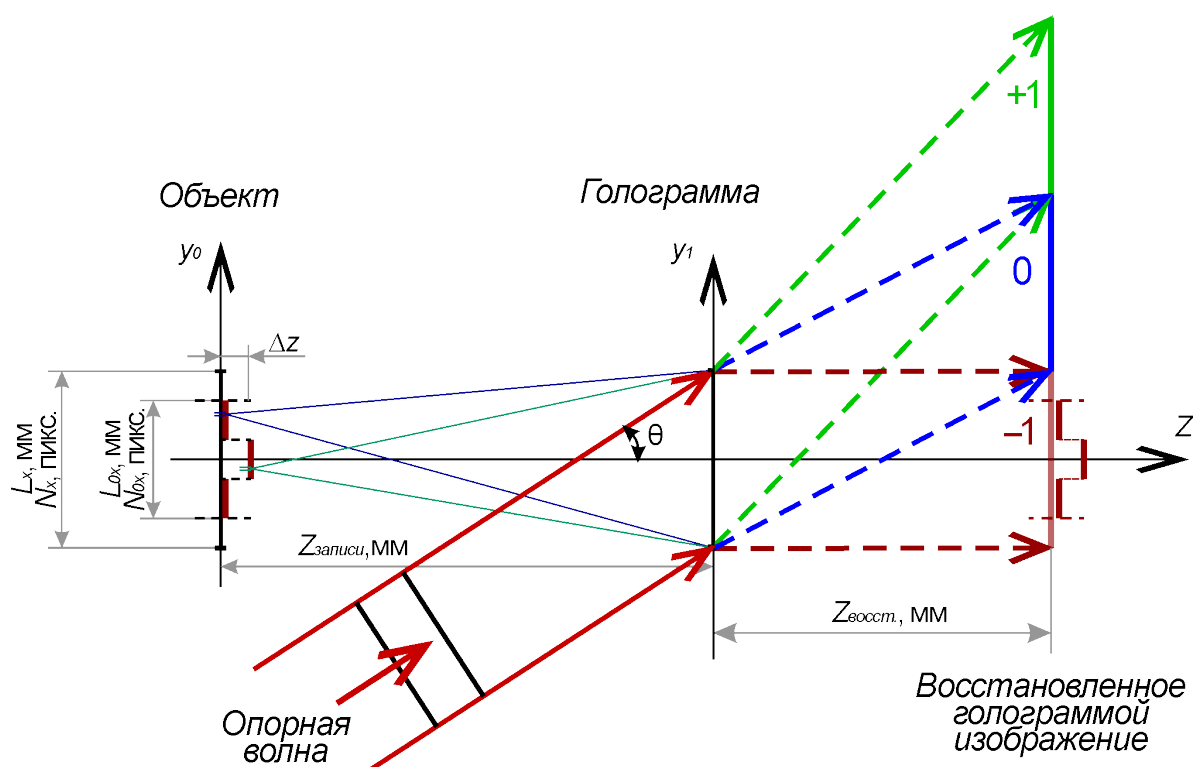


Рис. 3. Схема записи голограмм Лейта – Упатниекса

На рис. 3 комплексная амплитуда $A(x_0, y_0)$ рассеянного объектом излучения, распространение которой вдоль оси z описывается преобразованием Френеля формирует объектную волну $A(x_1, y_1)$. В результате ее интерференции в плоскости голограммы с опорной волной образуется голографическая интерференционная решетка (1):

$$\tau = |A(x_1, y_1) + R(x_1, y_1)|^2. \quad (1)$$

где $R(x_1, y_1)$ – амплитуда опорной волны в плоскости голограммы; $A(x_1, y_1)$ – образ Френеля записываемого объекта $A(x_0, y_0)$:

$$A(x_1; y_1) = FFT^{-1} \{ FFT \{ A(x_0; y_0) \} \cdot H_F(f_{x1}; f_{y1}) \}, \quad (2)$$

$$H_F(f_{x1}; f_{y1}) = \exp \left[ik_{\lambda} z \sqrt{1 - \lambda^2 (f_{x1}^2 - f_{y1}^2)} \right], \quad (3)$$

где $FFT \{ A(x_0; y_0) \}$ – спектр объекта; $H_F(f_{x1}; f_{y1})$ – передаточная функция; f_{x1}, f_{y1} – частотные координаты [12].

Восстановление изображения голограммой происходит при ее освещении восстанавливающей волной, в простейшем случае идентичной опорной волне:

$$A_{восст.}(x_1, y_1) = R(x_1, y_1) \cdot \tau(x_1, y_1). \quad (4)$$

где $A_{\text{восст.}}(x_1, y_1)$ – восстановленное голограммой изображение.

Для синтеза голограммы по (1–4) использовался простейший 3D объект в виде ступеньки, позволяющий оценить качество восстанавливаемого голограммой волнового фронта.

При традиционной послойной записи голограммы мы использовали объект рис. 1в.

Для предложенного в [10] метода использовался объект, представленный на рис. 2 (коэффициент сжатия $k_{\text{сж.}} = 8000$), в виде фазовой задержки ступеньки на $\pi/2$.

В случае традиционной послойной записи расстояние от первого слоя до голограммы равно 9 мм и 8 мм – для второго. Угол падения опорной волны $\sim 5,5$ градусов. На рис. 4 показана голограмма от объекта рис. 1в. Здесь на голограмме расширены поля по сторонам от ее центра для соблюдения условия расхождения порядков дифракции при восстановлении.

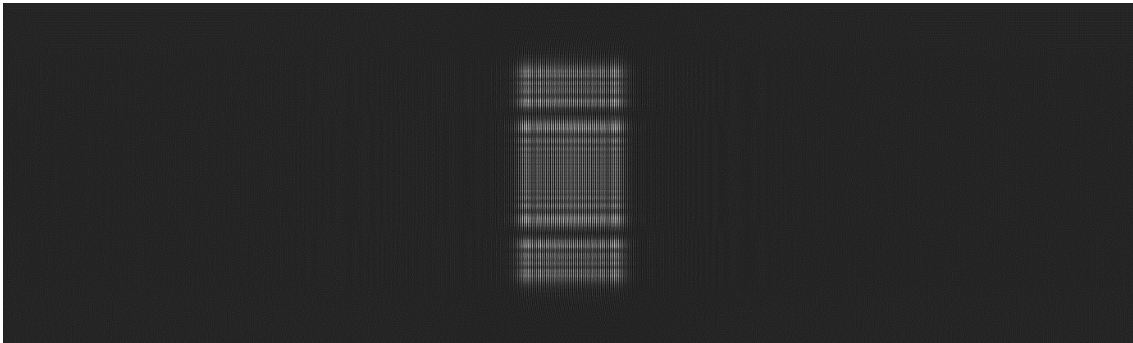


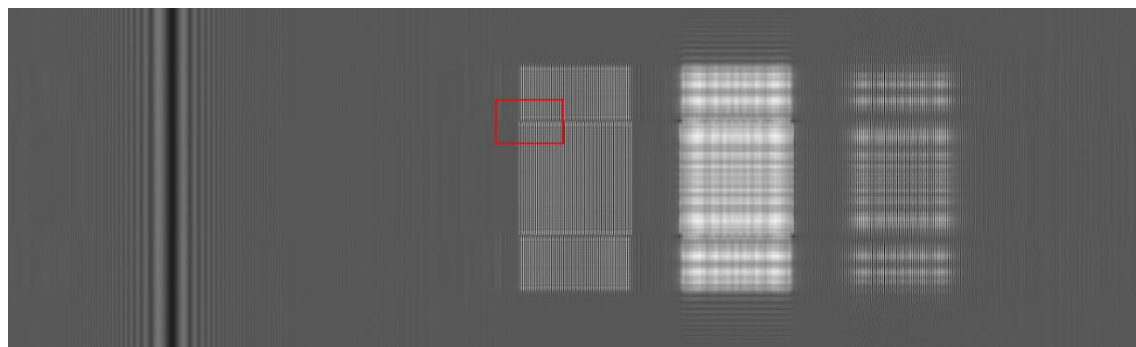
Рис. 4. Голограмма от объекта, разделенного на слои

В качестве восстанавливающей волны используется опорная волна. Излучение, восстановленное голограммой, распространяется вдоль оси z и описывается преобразованием Френеля (рис. 5).

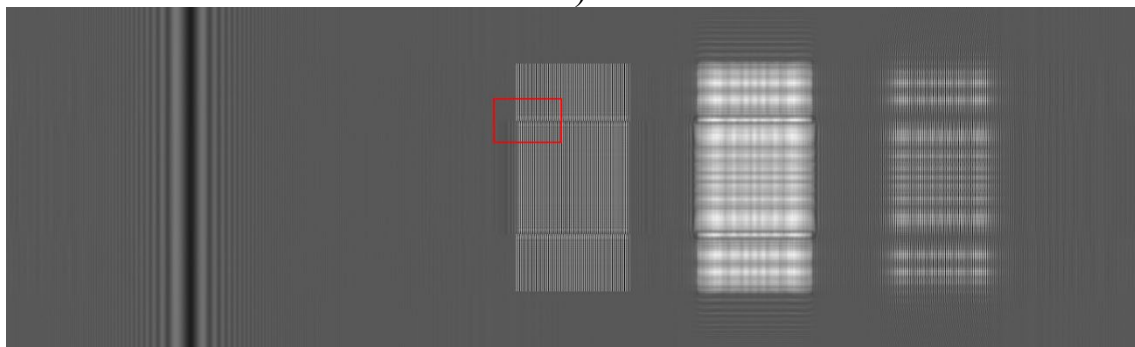
На рис. 5 видны три расходящихся порядка, слева – минус первый, правее – нулевой и справа плюс первый. На увеличенном фрагменте амплитуды (рис. 5в) видны резкие края восстановленного первого слоя объекта и нерезкие – восстановленного второго слоя, а на рис. 5г – наоборот.

По двум восстановленным слоям модельного объекта можно построить ступеньку (рис. 5д). Она имеет резкие края, что является достоинством метода, но для реальных 3D объектов из 256 слоев это достоинство нивелируется существенным минусом, о котором говорилось ранее – это трудности вычисления преобразования Френеля (2, 3) по количеству использований равного количеству слоев.

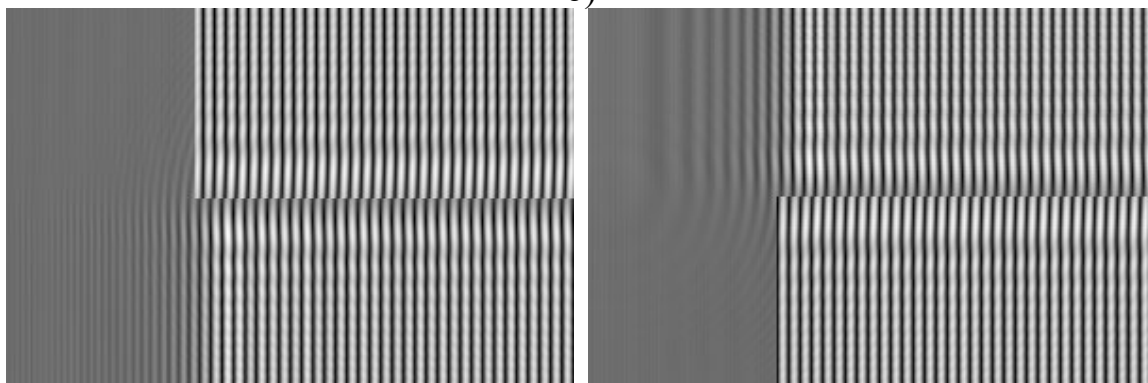
Аналогичным путем синтезируем и восстановим голограмму от объекта, глубина которого представлена фазой (рис. 2), сжатой до $\lambda/4$. На рис. 6 показана синтезированная компьютерная голограмма такого объекта.



а)

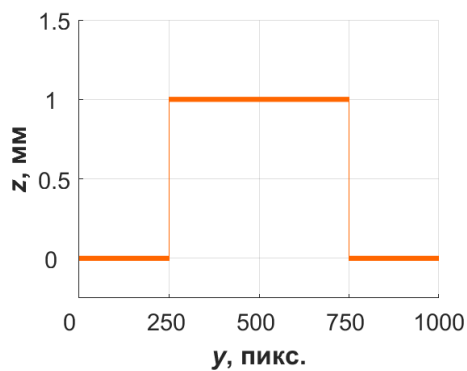


б)



в)

г)



д)

Рис. 5. Восстановленная голограммой волна: а) амплитуда волны при $z_{\text{восст.}} = 9$ мм; б) амплитуда волны при $z_{\text{восст.}} = 8$ мм; в) увеличенный фрагмент первого (левого) порядка волны при $z_{\text{восст.}} = 9$ мм; г) увеличенный фрагмент первого (левого) порядка волны при $z_{\text{восст.}} = 8$ мм; д) восстановленная с а) и б) ступенька

Излучение, восстановленное голограммой (рис. 6), также распространяется вдоль оси z и описывается преобразованием Френеля (рис. 7).

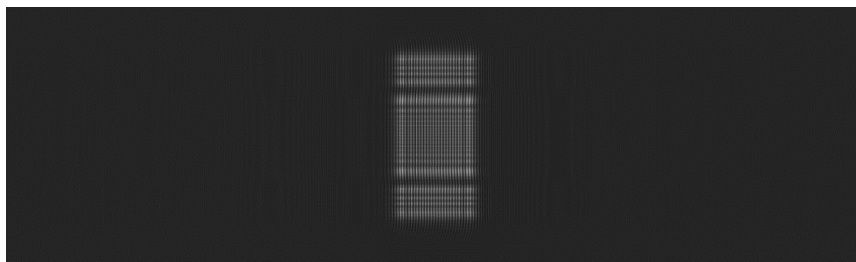


Рис. 6. Голограмма от объекта, сжатого до $\lambda/4$

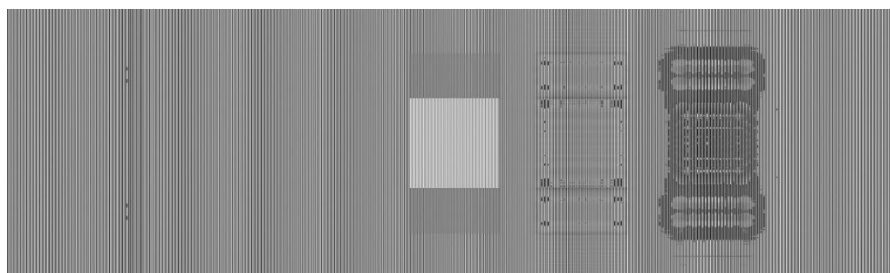


Рис. 7. Фаза восстановленной голограммой волны ($z_{\text{восст.}} = 8 \text{ мм}$)

Как и в случае рис. 5а,б, восстановленная голограммой волна имеет три расходящихся порядка, слева – минус первый, правее – нулевой и справа плюс первый. Глубина фазового сдвига показана оттенками серого. Минус первый порядок является восстановленной голограммой объекта. Качественно показать фазу восстановленного изображения можно, построив срез минус первого (левого) порядка рис. 7 вдоль вертикальной оси y . На рис. 8а приведен фазовый сдвиг для восстановленного сжатого объекта, а на рис. 8б – он же, но увеличенный на использованный ранее коэффициент сжатия ($k_{\text{сж.}}$).

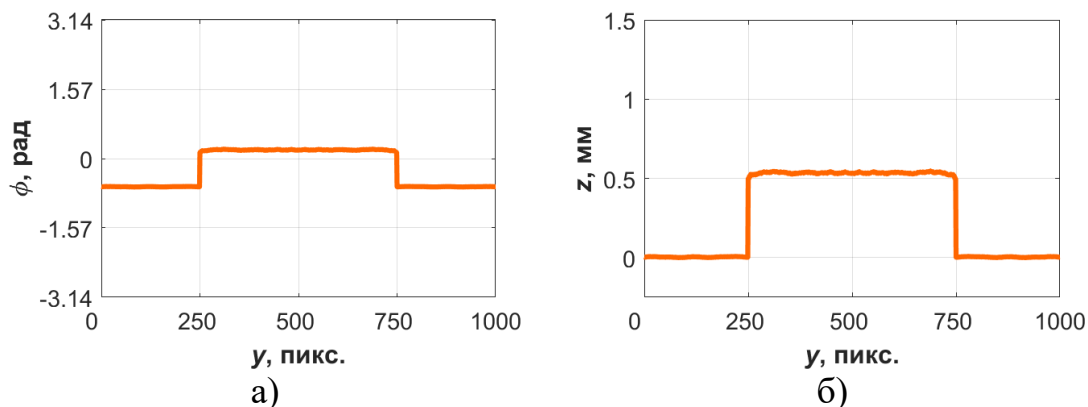


Рис. 8. Срез минус первого порядка вдоль оси (y) фазы восстановленной волны (рис. 7): а) фазовый сдвиг для восстановленного сжатого объекта; б) фазовый сдвиг для восстановленного объекта, увеличенный на коэффициент сжатия $k_{\text{сж.}}$

Видно, что предложенным методом также как и на рис. 5д восстанавливается изображение ступеньки. Глубина восстановленного объекта отличается от исходной, но может быть восстановлена до истинных значений путем домножения полученного результата на нормировочный коэффициент. Более плавный по сравнению с приведенным на рис. 5д вид функции глубины (рис. 8б) (в углах ступеньки отсутствуют разрывы первого рода) очевидно объясняется конечным числом точек представления исходной функции, что связано с особенностями дифракционного размытия у дискретного преобразования Френеля. При увеличении числа отсчетов на поле объекта степень размытия уменьшается, что видно из рис. 9.

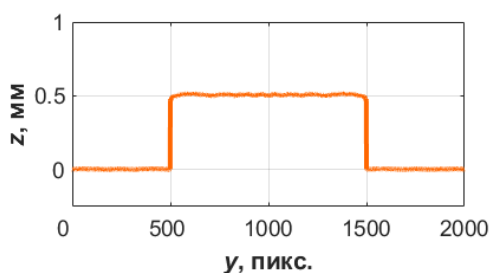


Рис. 9. Срез минус первого порядка фазы восстановленной волны вдоль вертикальной оси u , частота дискретизации объекта увеличена в 2 раза по сравнению с объектом на рис. 2

Выводы

Полученный результат был достигнут при однократном использовании преобразования Френеля и, очевидно, может быть применен и к 3D объектам более сложной формы. Видно, что объем 3D объекта, где карта глубин кодируется фазовой поверхностью рассеянной объектом волны, восстанавливается компьютерной голограммой адекватно.

Стоит отметить явное преимущество предложенного метода со сжатием объекта по глубине до размера меньше λ . Оно заключается и в отсутствии необходимости проведения трудновыполнимой операции развертки фазы с несколькими тысячами фазовых переходов, и в отсутствии необходимости многократного (несколько сотен раз) использования преобразования Френеля, что позволяет пропорционально уменьшить вычислительную нагрузку при синтезе голографического видеоряда. Полученные в предлагаемом методе небольшие искажения глубины, связанные с ограниченностью представления размера объекта в количестве пикселей, в ряде задач не имеют решающего значения при зрительном восприятии объема движущихся живых объектов. Следовательно, обеспечивая существенно большую скорость обработки кадров голографического 3D видеоряда при допустимых искажениях глубины, предложенный метод вполне может быть применен в задачах 3D голографического телевидения и 3D дополненной реальности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Злобин В. А. Оценка мгновенной частоты сигнала / В. А. Злобин // Доклады 11-й Международной конференции «Цифровая обработка сигналов и ее применение», 25–27 марта 2009 г. – М.: РНТОРЭС им. А. С. Попова. – Т. 1. – С. 154–156.
2. Lesem L. B. The Kinoform: A New Wavefront Reconstruction Device / L. B. Lesem, P. M. Hirsch and J. A. Jordan // IBM Journal of Research and Development. – 1969. – Т. 13. – № 2. – С. 150–155. <https://doi.org/10.1147/rd.132.0150>.
3. Кольер Р. Дж. Оптическая голография / Р. Дж. Кольер, К. Б. Беркхардт, Л. Х. Лин; пер. с англ. под ред. Ю. И. Островского. – Москва: Мир, 1973. – С. 633.
4. Fienup J. R. Phase retrieval algorithms: a personal tour [Invited] / J. R. Fienup // Applied Optics. – 2013. – Т. 52. – № 1. – С. 45–56. <https://doi.org/10.1364/AO.52.000045>.
5. Денисюк Ю. Н. Голограмма с записью в трехмерной среде как наиболее совершенная форма изображения / Ю. Н. Денисюк, В. И. Суханов // Успехи физических наук. – 1970. – Т. 13. – № 3. – С. 414–415. <https://doi.org/10.3367/UFNr.0101.197006h.0337>.
6. Информационные технологии. Биометрия. Форматы обмена биометрическими данными. Часть 6: Данные изображения радужной оболочки глаза [Текст]: ГОСТ Р ИСО/МЭК 19794-6-2014. Дата введения: 01.01.2016.
7. Hughes J. F. Computer graphics: principles and practice. Third edition / J. F. Hughes, A. van Dam, M. McGuire, D. F. Sklar, J. D. Foley, S. K. Feiner, K. Akeley. – Addison-Wesley Professional, 2014. – С. 328.
8. Fisher R. Hypermedia Image Processing Reference (HIPR) / R. Fisher, S. Perkins, A. Walker, E. Wolfart. – John Wiley & Sons, Ltd, 1996. – С. 226.
9. Shoydin S. A. Transmission of 3D Holographic Information via Conventional Communication Channels and the Possibility of Multiplexing in the Implementation of 3D Hyperspectral Images / S. A. Shoydin, A. L. Pazoev // Photonics. – 2021. – Т. 8. – № 10. – С. 448–473. <https://doi.org/10.3390/photonics8100448>.
10. Shoydin S. A. Structured Light Patterns Work Like a Hologram / S. A. Shoydin, A. L. Pazoev // Applied Sciences. – 2023. – Т. 13. – № 6. – С. 4037–4050. <https://doi.org/10.3390/app13064037>.
11. Валюс Н. А. Стереоскопия / Н. А. Валюс. – Москва: Издательство Академии Наук СССР, 1962. – С. 34.
12. Picart P. Digital Holography / P. Picart, J.-Ch. Li. – John Wiley & Sons, 2012. – 367 с.

© А. Л. Пазоев, 2023