

И. В. Суродина^{1,2}*

Конечно-разностное моделирование показаний зондов бокового каротажного зондирования в произвольной трехмерной анизотропной среде

¹Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

²Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: sur@ommfao1.sccc.ru

Аннотация. Работа посвящена моделированию показаний зондов бокового каротажного зондирования (БКЗ) в произвольной трёхмерной анизотропной среде. Цель данного исследования состоит в создании инструмента, позволяющего моделировать различные анизотропные разрезы при произвольном наклоне скважины. На основе конечно-разностного метода был создан алгоритм и написана программа, позволяющая моделировать показания зондов БКЗ в любых сложно-построенных анизотропных средах. Проведено тестирование и верификация программы. Результаты представлены.

Ключевые слова: конечно-разностное моделирование, каротаж, анизотропия

I. V. Surodina^{1,2}*

Finite-difference numerical simulation of the Russian lateral log in an arbitrary three-dimensional anisotropic environment

¹Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk,
Russian Federation

²Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics of SB RAS, Novosibirsk,
Russian Federation

* e-mail: sur@ommfao1.sccc.ru

Abstract. This work is devoted to simulation of the Russian lateral log (BKZ) in an arbitrary three-dimensional anisotropic environment. The purpose of this study is to create a tool that allows modeling different anisotropic sections at an arbitrary borehole inclination. Based on the finite-difference method, an algorithm was created and a program was written to simulate the readings of LWD probes in any complex anisotropic media. The program was tested and verified. The results are presented.

Keywords: finite-difference modeling, logging, anisotropy

Введение

Изучение геологического строения месторождений, выделение нефтяных и газовых пластов происходит в условиях сложных неоднозначных связей между нефтегазонасыщением, коллекторскими свойствами и геофизическими параметрами. «Основой для принятия решения служат оценки пространственного рас-

пределения удельного электрического сопротивления в разрезах, пройденных нефтегазовыми скважинами. В большинстве случаев эти разрезы имеют сложное строение, включая тонкослоистые терригенные отложения, подобные юрскому и меловому продуктивным комплексам Западной Сибири» [1]. Среди методов постоянного тока, предназначенных для изучения электрических свойств околоскважинного пространства, в отечественной электроразведке наибольшее распространение имеют, как известно, боковое каротажное зондирование (БКЗ) и боковой каротаж (БК). Отмечается низкая эффективность традиционных методик оценки характера насыщения пластов по данным БКЗ при исследовании сложных разрезов, представленных переслаиванием аргиллитов, алевролитов, глинистых песчаников и песчаников мощностью не более 4 м с сопротивлением до $10 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ [2]. Физические основы низкой эффективности связаны с парадоксом анизотропии [3] и эквивалентностью цилиндрически-слоистых анизотропных сред изотропным моделям [4]. Несмотря на эти существенные недостатки методик, связанных с конкретными установками (БКЗ и БК), математическое моделирование необходимо, чтобы иметь возможность воссоздать и проинтерпретировать сложные ситуации.

Прямая трёхмерная задача электрического каротажа

Рассмотрим анизотропный случай распределения удельного электрического сопротивления среды в декартовой системе координат

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_h & & \\ & \rho_h & \\ & & \rho_v \end{pmatrix},$$

где ρ_h - горизонтальное сопротивление, ρ_v - вертикальное.

Для задач, связанных со скважинной геофизикой, часто удобно использовать цилиндрическую систему координат. Это связано с лучшим описанием в данной системе координат скважины и приборов, имеющих цилиндрическую форму. В трёхмерной постановке задач каротажа скважина может располагаться под любым углом наклона θ к пластам. Считаем, что ось скважины совпадает с осью Z . Тогда в цилиндрической системе координат тензор удельной электрической проводимости будет уже полным:

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

$$\sigma_h = 1/\rho_h, \quad \sigma_v = 1/\rho_v$$

$$\sigma_{11} = \cos^2 \varphi (\cos^2 \theta \sigma_h + \sin^2 \theta \sigma_v) + \sin^2 \varphi \sigma_h$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{12} &= (\sigma_h - (\sigma_h \cos^2 \theta + \sigma_v \sin^2 \theta)) \sin \varphi \cos \varphi = \sigma_{21} \\
\sigma_{22} &= \sin^2 \varphi (\cos^2 \theta \sigma_h + \sin^2 \theta \sigma_v) + \cos^2 \varphi \sigma_h \\
\sigma_{13} &= \cos \varphi \cos \theta \sin \theta (\sigma_h - \sigma_v) = \sigma_{31} \\
\sigma_{23} &= -\sin \varphi \cos \theta \sin \theta (\sigma_h - \sigma_v) = \sigma_{32} \\
\sigma_{33} &= \sin^2 \theta \sigma_h + \cos^2 \theta \sigma_v
\end{aligned}$$

Полный потенциал электрического поля представим в виде суммы потенциала в однородной среде U^0 (потенциал в скважине с проводимостью σ_0) и U^a (аномальный потенциал). Задача моделирования показаний зондов БКЗ в данном случае может быть сведена к решению задачи Дирихле для уравнения со смешанными производными для аномального потенциала U^a :

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\sigma_{11} \frac{\partial U^a}{\partial r} + \frac{\sigma_{12}}{r^2} \frac{\partial U^a}{\partial \phi} + \sigma_{13} \frac{\partial U^a}{\partial z} \right) \right] + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\sigma_{21} \frac{\partial U^a}{\partial r} + \frac{\sigma_{22}}{r} \frac{\partial U^a}{\partial \phi} + \sigma_{23} \frac{\partial U^a}{\partial z} \right) \\
&+ \frac{\partial}{\partial z} \left(\sigma_{31} \frac{\partial U^a}{\partial r} + \frac{\sigma_{32}}{r} \frac{\partial U^a}{\partial \phi} + \sigma_{33} \frac{\partial U^a}{\partial z} \right) = F(r, \varphi, z) \quad (1)
\end{aligned}$$

$$F(r, \varphi, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left((\sigma_0 - \sigma) r \frac{\partial U^0}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left((\sigma_0 - \sigma) \frac{\partial U^0}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left((\sigma_0 - \sigma) \frac{\partial U^0}{\partial z} \right)$$

с граничными условиями $U^a|_{r=R} = 0$, $U^a|_{z=\pm Z} = 0$ и условием периодичности $U^a|_{\varphi=0} = U^a|_{\varphi=2\pi}$. Потенциал в однородной среде для зонда без корпуса

$$U^0 = \frac{I}{4\pi\sigma_0 R}, \text{ с корпусом } U^0(r, z, d) = \frac{I}{2\pi^2\sigma_0 R} \int_0^\infty J_0(mr) J_0(ma) e^{-mr} dm, \text{ } a - \text{ радиус}$$

корпуса, $J_0(mr)$ - функции Бесселя, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$.

Чтобы избежать особенностей, возникающих при $r \rightarrow 0$, воспользуемся сдвинутой по r сеткой, не содержащей $r=0$, как это предложено в [5].

Рассмотрим цилиндр $G = \{0 \leq r \leq R, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, -Z \leq z \leq Z\}$ и в нем введем произвольную неравномерную прямоугольную по r, z и равномерную по φ сетку

$$\hat{\omega}_h = \{(r_i, \phi_k, z_j), i = 0, \dots, N_r, k = 0, \dots, N_k, j = -N_z, \dots, N_z\}. \quad (2)$$

Рассмотрим на сетке (2) линейное конечномерное пространство N сеточных функций со скалярным произведением $(u, v) = \sum_{i=0}^{N_r} \sum_{k=0}^{N_k} \sum_{j=-N_z}^{N_z} u_{ikj} v_{ikj} \hat{h}_i^{(r)} \hat{h}_k^{(\varphi)} \hat{h}_j^{(z)} r_i$,
 $\hat{h}_i^{(r)} = (h_i^{(r)} + h_{i+1}^{(r)})/2$, $h_i^{(r)} = r_i - r_{i-1}$, $i = 1, \dots, N_r$

$$\begin{aligned} \hbar_k^{(\varphi)} &= (h_k^{(\varphi)} + h_{k+1}^{(\varphi)})/2, & h_k^{(\varphi)} &= \varphi_k - \varphi_{k-1}, & k &= 1, \dots, N_\varphi \\ \hbar_j^{(z)} &= (h_j^{(z)} + h_{j+1}^{(z)})/2, & h_j^{(z)} &= z_j - z_{j-1}, & j &= -N_z + 1, \dots, N_z \end{aligned}$$

Поставим уравнению (1) в соответствие разностный оператор, аналогичный [5]:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \Lambda_1 + \Lambda_2, \text{ где } \Lambda_\alpha y = (\sigma_{\alpha\alpha} y_{\bar{x}_\alpha} + \sigma_{\alpha\beta} y_{\bar{x}_\beta})_{x_\alpha}^\wedge + (\sigma_{\alpha\alpha} y_{x_\alpha}^\wedge + \sigma_{\alpha\beta} y_{x_\beta}^\wedge)_{\bar{x}_\alpha}, \\ \beta &= 4 - \alpha, \quad \alpha = 1 - 3, \quad x_\alpha, x_\beta - \text{ оси координат, } y_{\bar{x},i} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\hbar_i}, \quad y_{x,i}^\wedge = \frac{y_{i+1} - y_i}{\hbar_i}. \end{aligned}$$

В итоге получим систему линейных алгебраических уравнений с вещественной, структурно симметричной разреженной матрицей Λ :

$$\Lambda V = F, \quad (3)$$

$$\text{где } F = \frac{1}{r} \left(\bar{r} (\sigma_{11} - \sigma_0) U_{\bar{r}}^0 \right)_r^\wedge + \frac{1}{r^2} \left((\sigma_{22} - \sigma_0) U_{\bar{\varphi}}^0 \right)_\varphi^\wedge + \left((\sigma_{33} - \sigma_0) U_{\bar{z}}^0 \right)_z^\wedge$$

Для решения задачи была применена программа PARDISO из библиотеки INTEL MKL. Задача решалась на кластере НКС-1П, на одном узле Broadwell, на 32 процессорах.

Тестовые расчёты проведены для макроанизотропной модели, состоящей из анизотропного пласта толщиной 3 метра ($\rho_h=5$ Ом·м, $\rho_v=9$ Ом·м), находящегося в изотропной толще с удельным электрическим сопротивлением $\rho=3$ Ом·м. Радиус скважины 0.062 м, сопротивление бурового раствора 1 Ом·м. Углы наклона варьировались от 0 до 80 градусов. Тестировался вариант программы для прибора без корпуса.

Тест 1. Сравнение расчётов для модели с вертикальной скважиной, которая описывается двумерной осесимметричной моделью. На рис.1 приведены сравнительные расчёты для зондов 0.4 метра и 1 метр в вертикальной скважине, рассчитанные по трёхмерной и двумерной (автор Суродина И.В.) анизотропными программами. Есть небольшое расхождение в анизотропной части модели, но не более 3%. Погрешность на остальных зондах аналогичная.

Тест 2. Расчёты для наклонной скважины. На рисунках 2а -2в приведены расчёты кажущегося сопротивления для зонда А0.4М0.1N, А1.0М0.1N, А4.0М0.5N соответственно для различных углов наклона скважины – 0, 20, 40, 60, 80 градусов. С увеличением угла наклона все диаграммы становятся более симметричными.

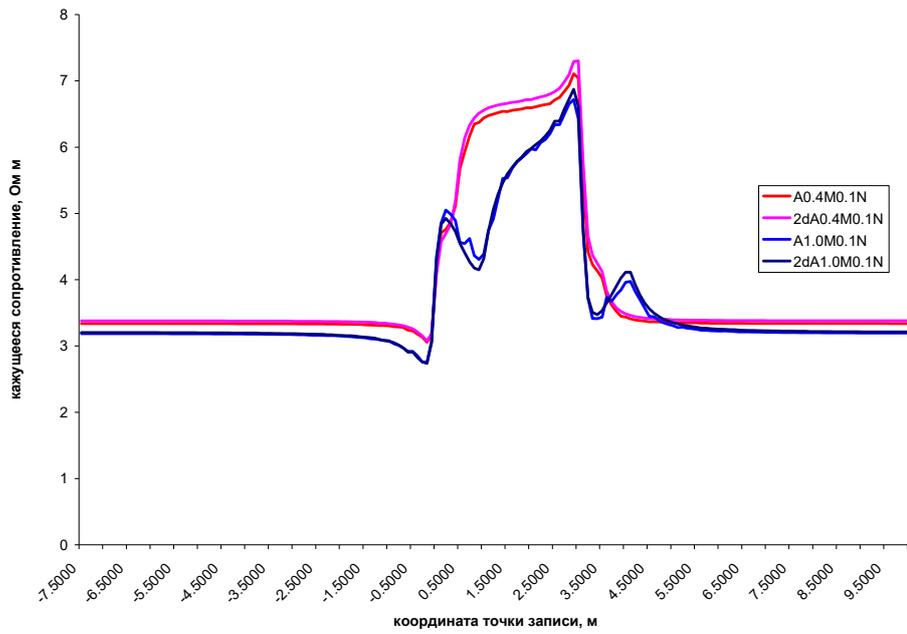


Рис. 1 Сравнение расчётов показаний зондов А0.4М0.1N и А1.0М0.1N по программам для двумерного и трёхмерного моделирования

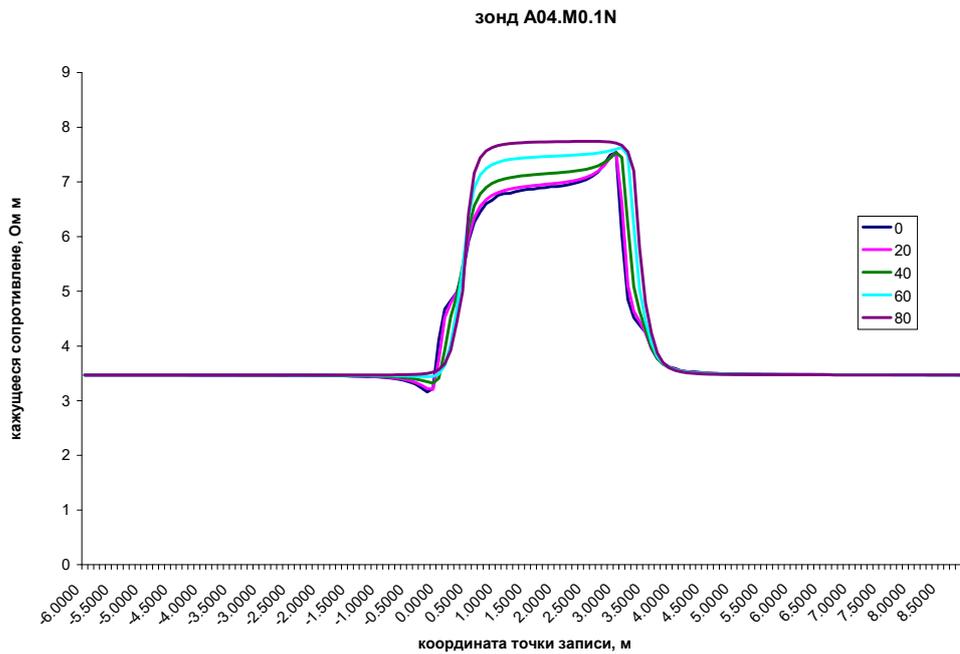


Рис.2а. Зависимость показания зонда А0.4М0.1N от угла наклона скважины

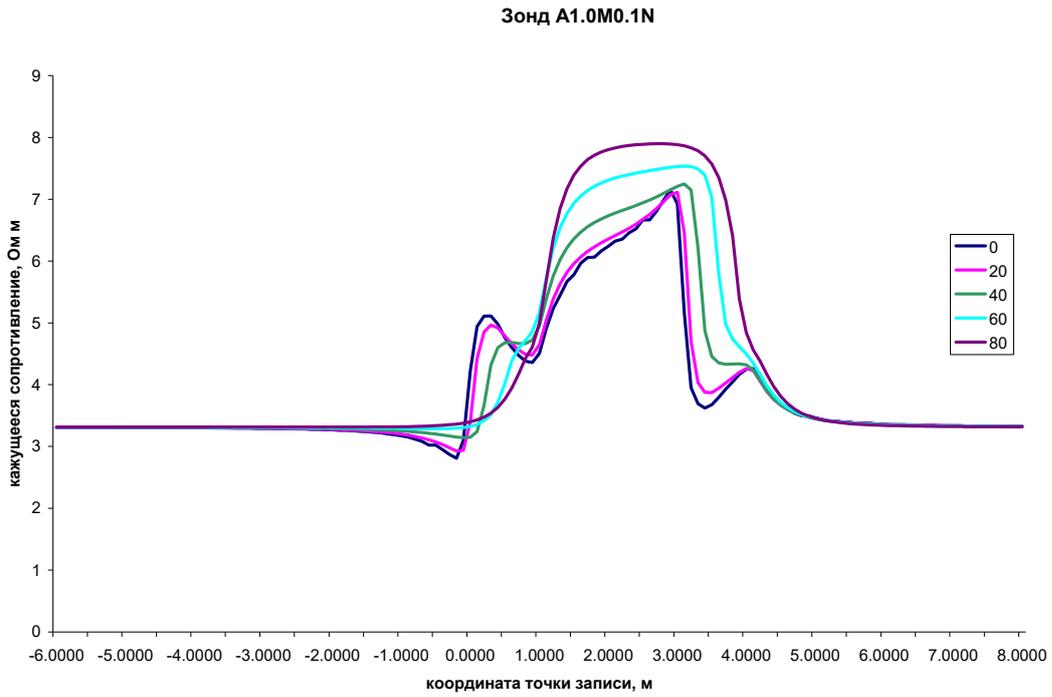


Рис.2б. Зависимость показания зонда А1.0М0.1N от угла наклона скважины

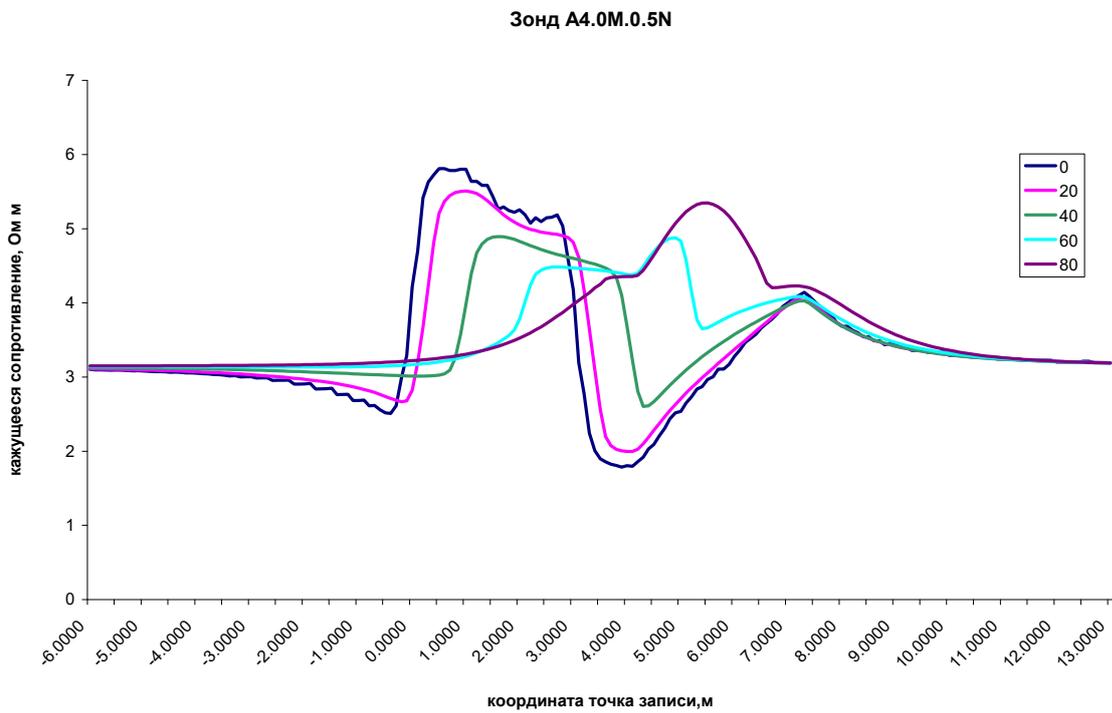


Рис.2в. Зависимость показания зонда А4.0М0.1N от угла наклона скважины

Заключение

Создана и оттестирована программа, позволяющая моделировать показания зондов БКЗ в любых сложно-построенных анизотропных средах. Для верификации алгоритма проведены сравнительные расчёты с двумерной анизотропной программой и проведены расчёты в моделях с различным углом наклона скважины.

Исследования выполнены в рамках государственного задания ИВМиМГ СО РАН 0251-2021-0004 и проекта FWZZ-2022-0026.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дашевский Ю.А., Полозов С.В., Эпов М.И., Мартынов А.А., Суродина И.В. Разработка зондов постоянного тока с неосесимметричным возбуждением для исследования изотропных и анизотропных разрезов // Электрические и электромагнитные методы исследования в нефтегазовых скважинах. Материалы научно-практической конференции «Пути развития и повышения эффективности электрических и электромагнитных методов изучения нефтегазовых скважин». – Новосибирск. – 1999. – С. 130-145.
2. Седой С.С., Ивунин К.Г., Ярметов В.Е. Возможность оценки характера насыщения пластов по данным ВИКИЗ // НТВ «Каротажник» – Тверь: Герс. – 1998. – Вып.51.
3. Дашевский Ю.А., Табаровский Л.А. Определение коэффициента анизотропии установками бокового каротажного зондирования // Геология и геофизика. – 1987. – С.131-132.
4. Kunz K.S., Moran J.H. Some effects of formation anisotropy on resistivity measurements in boreholes // Geophysics. – 1958. – Vol.23. – №4, P.770-794.
5. Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений. – М.: НАУКА, 1978. – 592 с.

© И. В. Суродина, 2023