

М. И. Протасов^{1}*

Асимптотическое обращение волновых полей в области изображений

¹ Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, г. Новосибирск,
Российская Федерация

* e-mail: protasovmi@ipgg.sbras.ru

Аннотация. В данном исследовании рассматривается метод полноволнового обращения в области изображений, который основан на асимптотическом решении уравнения Гельмгольца. В работе используется трассирование лучей и миграция на Гауссовых пучках для вычисления томографической части асимптотического градиента в полноволновом обращении. Сравнение асимптотического полноволнового обращения и томографии на отражённых волнах показывает, что скорость расчетов для обоих методов одинакова, при этом восстанавливаются различные компоненты модели. Серия численных экспериментов показывает, что томография эффективна для восстановления низкочастотной компоненты модели, а асимптотическое полноволновое обращение в области изображений даёт возможность определять детали сложных моделей.

Ключевые слова: полноволновое обращение, асимптотическое решение, томография

М. I. Protasov^{1}*

Asymptotic inversion of wave fields in the image domain

¹ Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: protasovmi@ipgg.sbras.ru

Abstract. This study considers the Full Waveform Inversion (FWI) method in the image domain based on the asymptotic solution of the Helmholtz equation. The paper provides ray tracing and beam migration to get the images used to compute the tomographic part of the asymptotic FWI gradient. The comparison of asymptotic FWI and Common Image Point (CIP) tomography show that the speed of calculations for both methods is similar while they provide reconstruction of different model parts. A series of numerical experiments show that CIP tomography is effective in reconstructing the low frequency model, while asymptotic FWI provides recovery of the details of complex velocity structure.

Keywords: full waveform inversion, asymptotic solution, tomography

Введение

Требуемые вычислительные ресурсы для моделирования сейсмических данных при полноволновом обращении для типичной системы наблюдения можно оценить примерно в 10^8 ядро часов (при расчете на центральных процессорах). Эти оценки верны для изотропной упругой среды. При усложнении модели значительно возрастет потребность в вычислительных ресурсах. Поэтому разработка и ускорение методов численного моделирования волновых сейсмических полей при их использовании в полноволновом обращении является чрезвычайно

актуальной задачей. В работе [1] показаны практические вычислительные преимущества и возможности асимптотического полноволнового обращения в частотной области данных. Однако у метода полноволнового обращения в области данных существует проблема практического применения, которая заключается в высоких требованиях этого подхода к качеству сейсмических данных. В то же время потенциальным решением этой проблемы может являться полноволновое обращение сейсмических волновых полей в области изображений [2], где отношение сигнал/шум намного выше. Поэтому в данной работе исследуется возможность практического применения асимптотических решений в методе полноволнового обращения в области изображений.

Метод

Пусть функция $u(x, z; \omega)$ (полное волновое поле в частотно-временной области) удовлетворяет уравнению Гельмгольца:

$$(\Delta + \omega^2 m)u = -f(\omega)\delta(x - x_s)\delta(z - z_s), \quad (1)$$

где $f(\omega)$ – спектральная характеристика сигнала в источнике, ω – временная частота, (x_s, z_s) – координата источника, $m = c^{-2}(x, z)$ – квадрат медленности, и $c(x, z)$ – скорость распространения волны. Введем оператор, вычисляющий волновое поле от одного точечного источника для фиксированной временной частоты в точках, соответствующих расположению приемников. Таким образом получается следующий оператор прямого моделирования:

$$F: M \rightarrow D, \quad (2)$$

где D – пространство данных, M – пространство моделей.

В этих обозначениях задача полноволнового обращения в области изображений формулируется как минимизация функционала следующего вида:

$$m_* = \arg \left(\min_{m \in M} \|M \langle F(m) - d \rangle\|_I^2 \right). \quad (3)$$

Здесь M — оператор миграции, который преобразует данные в область изображений I , где происходит минимизация. Для этого используем миграцию на Гауссовых пучках [3]. При использовании методов локальной оптимизации ключевым шагом также является расчет градиента, который в данном случае имеет следующее представление:

$$\nabla_k(x) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{y,p} \delta \operatorname{Image}_k(y, p) \cdot \left(\frac{\partial \delta \operatorname{Image}_k(y, p)}{\partial m_k(x)} \right)^* \right\}. \quad (4)$$

Здесь $\delta \operatorname{Image}_k(y, p) = M_k \langle F(m_k) \rangle (y, p) - M \langle d \rangle (y, p)$ – это невязка данных в области изображений:

$\text{Image}_k(y, p) = \sum_{x_s, x_r, \omega} T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) \cdot F(m_k)(x_s, x_r, \omega)$. (5)
Здесь $T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega)$, $T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega)$ – это веса суммирования в миграционном операторе [3]. Производная функционала невязки изображений имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \delta \text{Image}_k(y, p)}{\partial m_k(x)} = \sum_{s, r, \omega} \{ T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) \cdot \frac{\partial F(m_k)(x_s, x_r, \omega)}{\partial m_k(x)} + \left[\frac{\partial T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega)}{\partial m_k(x)} \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) + \frac{\partial T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega)}{\partial m_k(x)} \cdot T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \right] \cdot F(m_k) \}. \quad (6)$$

Получается, что градиент в области изображений представляет собой сумму двух составляющих: аналога градиента в области данных и части, связанной с зависимостью оператора миграции от модели. Поэтому, с одной стороны, полноволновое обращение в области изображений должны быть более информативными. С другой стороны, оно должно быть более устойчивым, так как изображения имеют лучшее отношение сигнал/шум по сравнению с сейсмическими данными.

Далее в градиенте (6) опускается часть, аналогичная градиенту в области данных, а выражение для производной от функции невязки изображения аппроксимируется, и получается следующее асимптотическое приближение градиента:

$$\nabla_k(x) = \text{Re} \left\{ \sum_{y, p} \delta \text{Image}_k(y, p) \cdot \text{Image}_k^{i\omega}(y, p) \left[\frac{\partial \tau_s(y, p)}{\partial m_k(x)} + \frac{\partial \tau_r(y, p)}{\partial m_k(x)} \right]^* \right\}. \quad (7)$$

Здесь $\tau_s(y, p)$, $\tau_r(y, p)$ времена пробега до источников и приемников, рассчитанное в модели m_k , из точек y , а изображение $\text{Image}_k^{i\omega}$ выражается следующим образом:

$$\text{Image}_k^{i\omega}(y, p) = \sum_{x_s, x_r, \omega} -i\omega \cdot T_{gbs}^{m_k}(x_s; y, p; \omega) \cdot T_{gbr}^{m_k}(x_r; y, p; \omega) \cdot F(m_k). \quad (8)$$

Градиент (7) аналогичен градиенту томографического оператора, так как присутствуют аналогичные производные от времени пробега по параметрам модели. Поэтому эта часть градиента называется томографической частью асимптотического полноволнового обращения в области изображений.

Численные эксперименты

Для тестирования предложенного подхода асимптотического полноволнового обращения используется модель Marmousi, которая является эталоном для тестирования алгоритмов обращения. Для исследования возможностей предложенного асимптотического полноволнового обращения в области изображений используются различные начальные модели для процесса обращения. Было рассмотрено несколько разных сценариев.

Далее представлены результаты для двух предельных случаев. В первом случае используется разумный одномерный глубинный тренд модели для создания латерально однородной начальной модели (см. рис. 1а). Эта модель имеет боль-

шое отличие от истинной модели Marmousi. В этой модели в результате миграции на Гауссовых пучках получаются сильно дефокусированные события и неточные положения отражающих границ, особенно ниже глубины 2500 метров (см. рис. 1б).

Результаты предложенного асимптотического полноволнового обращения в области изображений полностью отличаются от результатов томографии на отражённых волнах. Видно, что, когда исходная модель имеет существенное отличие от истинной модели, исследуемое асимптотическое обращение не дает удовлетворительного результата (рис. 1г), тогда как томография на отражённых волнах позволяет вооставлять гладкую компоненту модели (рис. 1в).

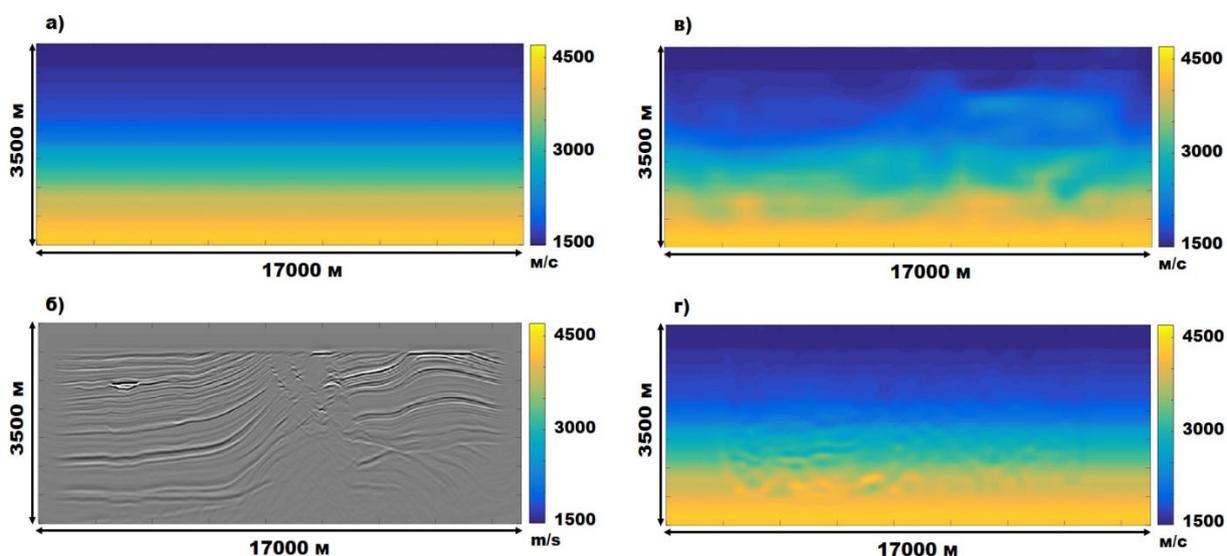


Рис. 1. а) Начальная латерально-однородная модель для асимптотического полноволнового обращения в области изображений. б) Соответствующее сейсмическое изображение, полученное с помощью миграции на Гауссовых пучках. в) Результат линейного шага томографии на отражённых волнах с использованием латерально однородной начальной модели. г) Результат линейного шага асимптотического полноволнового обращения в области изображений с использованием латерально однородной начальной модели.

Для другого сценария исходная модель представляет собой умеренное сглаживание истинной модели Marmousi (см. рис. 2а). При этом полученная модель не содержит высокочастотную компоненту истинной модели, и по сравнению с ней немного отличаются кинематические свойства. В этой модели в результате миграции на Гауссовых пучках получаются положения отражающих границ близкими к истинному (см. рис. 2б).

Результаты предложенного асимптотического обращения в области изображений для этого сценария показывают улучшение модели (см. рис. 2г). Восстановленная модель ближе к истинной модели по сравнению с начальной моделью.

В этом случае обновленная модель содержит более высокочастотные компоненты по сравнению с результатом, полученным с помощью томографии на отражённых волнах (см. рис. 2в).

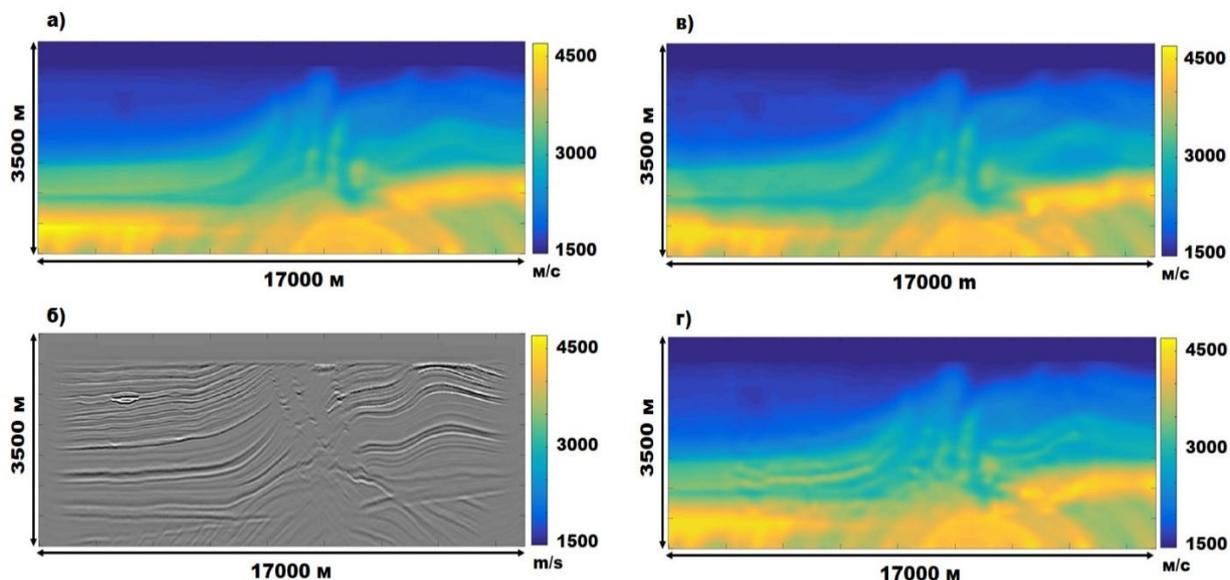


Рис. 2. а) Начальная модель для асимптотического полноволнового обращения в области изображений, полученная сглаживанием истинной модели Marmousi.

б) Соответствующее сейсмическое изображение, полученное с помощью миграции на Гауссовых пучках. в) Результат линейного шага томографии на отражённых волнах с использованием сглаженной истинной модели Marmousi.

г) Результат линейного шага асимптотического полноволнового обращения в области изображений с использованием сглаженной истинной модели Marmousi.

Заключение

В данной работе предложен и исследован метод асимптотического полноволнового обращения в области изображений. Стандартное решение задачи полноволнового обращения основано на вычислительно затратной конечно-разностной схеме для уравнения Гельмгольца. В асимптотическом подходе для решения уравнения Гельмгольца используется трассировка лучей, а для перехода в область изображений используется миграция на Гауссовых пучках, что позволяет ускорить процедуру построения градиента, наиболее трудную часть решения обратной задачи, на порядок величины. Сравнение асимптотического обращения в области изображений и томографии на отражённых волнах показывает, что скорость расчетов для обоих методов одинакова, но они восстанавливают разные компоненты модели. Серия численных экспериментов для довольно сложной модели Marmousi показывает, что томография отражённых волн эффективна для восстановления низкочастотной компоненты модели, в то время как асимптотическое полноволновое обращение может восстанавливать детали сложных моделей.

Благодарности

Данное исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ЧНФ в рамках научного проекта №20-55-26003. Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR and GACR, project number 20-55-26003.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Protasov M., Gadylshin K., Neklyudov D., Klimes L. Full Waveform Inversion Based on an Asymptotic Solution of Helmholtz Equation: Geosciences. – 2023. – Vol. 13(1). – P. 1–13.
2. Zhang S., Schuster G. Image-domain full waveform inversion: Field data example: SEG Technical Program Expanded Abstracts. – 2014. – P. 966–970.
3. Protasov M., Tcheverda V. True amplitude imaging by inverse generalized Radon transform based on Gaussian beam decomposition of the acoustic Green's function: Geophysical Prospecting. – 2011. – Vol.59. – P. 197–209.

© *М. И. Протасов, 2023*