

*Д. А. Неклюдов<sup>1\*</sup>, М. И. Протасов<sup>1</sup>*

## **Трехмерные лучи Ломакса для моделирования распространения широкополосных сигналов в сейсмике**

<sup>1</sup>Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, г. Новосибирск,  
Российская Федерация  
\* e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

**Аннотация.** В данной работе мы представляем простой и эффективный подход для расчета частотно-зависимых лучей в трехмерных средах. В предложенном подходе моделируется распространение локально плоского фрагмента волнового фронта. Свойства луча зависят от распределения скоростей в некотором объеме среды в окрестности луча. Ширина этого объема зависит от длины волны к каждой точке на луче. Численный эксперимент демонстрирует применение предложенного подхода для расчета времен первых вступлений в сложной трехмерной модели.

**Ключевые слова:** лучевой метод, времена пробега, длина волны

*D. A. Neklyudov<sup>1\*</sup>, M. I. Protasov<sup>1</sup>*

## **Three-dimensional Lomax rays for simulation of seismic broadband signal propagation**

<sup>1</sup> Institute of petroleum geology and geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation  
\* e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

**Abstract.** In the paper we present a simple and robust approach for calculating frequency-dependent rays in three dimensional media. The proposed method simulates propagation of locally plane fragment of a wavefront. Ray properties depend on velocity distribution in some sub-volume around the ray and on wavelength in each point. Numerical experiment demonstrates the applicability of the proposed method to calculate travel-times in complex 3D models.

**Keywords:** ray method, travel-times, wavelength

### ***Введение***

При решении прямых и обратных задач сейсмике важную роль играет лучевой метод [1, 2]. На его основе реализованы ключевые процедуры обработки сейсмических данных, такие как лучевая сейсмическая томография и миграция Кирхгоффа. В первую очередь лучевой метод служит для расчета лучей и времен пробега сейсмических волн вдоль них. Лучевой метод основан на высокочастотной аппроксимации решения волнового уравнения и не учитывает эффекты, связанные с тем, что реальные сейсмические сигналы имеют ограниченный спектр. Такая аппроксимация часто ведет к «нефизическому» поведению лучей и соответствующих времен пробега в моделях с наличием существенных неоднородностей и резких границ раздела скоростей [3, 4]. Известно, что сигналы с ограниченным спектром распространяются внутри некоторого объема, окружающего

луч («френелевский объем»). Ширина этого объема определяется доминирующей частотой сигнала. На сигнал влияют вариации параметров среды внутри френелевского объема, и он меняет направление своего распространения соответствующим образом [5, 6]. В течении многих лет исследователями был предложен целый ряд подходов, с помощью которых можно с разной степенью эффективности учесть этот факт и ослабить ограничения, связанные с высокочастотной аппроксимацией, используемой в лучевом методе [7-10]. Все они имеют свои преимущества и недостатки, ключевым из которых является вычислительная сложность, особенно в трехмерном случае.

В работе [11] предложен упрощенный, но весьма эффективный метод для аппроксимации распространения широкополосных сейсмических сигналов. В работе [12] мы рассмотрели лучи Ломакса в 2D случае и показали, что их применение в задачах сейсмологии может быть весьма перспективно. В настоящей работе мы приводим простой и эффективный метод расчета лучей Ломакса в трехмерном случае. На численном примере в сложной трехмерной модели мы показываем, что лучи Ломакса могут давать удовлетворительный результат, в то время как стандартные лучи оказываются неэффективны.

### *Метод*

Построение лучей Ломакса в трехмерном случае основывается на двух основных моментах. Во-первых, это сглаживание скоростей в направлении текущего положения фронта (т.е. в направлении, ортогональном касательной к лучу). Во-вторых, это движение «контрольных» точек, выбранных в некоторой окрестности луча в плоскости волнового фронта. С помощью контрольных точек определяется направление движения луча в следующей точке. Глубина области, в которой производится сглаживание локальных (интервальных) скоростей, а также насколько далеко от луча располагаются контрольные точки, т.е. область чувствительности луча к вариациям скоростной модели, определяются длиной волны в точке на луче. В качестве входного параметра для процедуры построения луча задается «регуляризирующий» параметр  $\nu$ , имеющий физическую размерность частоты. Мы будем называть его «частотой луча». Также, что стандартно для лучевого метода, предварительно задаются два угла выхода  $\varphi_{AZ}$ ,  $\varphi_{Dip}$ , где  $\varphi_{AZ}$  – азимутальный угол, т.е. угол между направлением выхода луча и положительным направлением оси X в горизонтальной плоскости XY,  $\varphi_{Dip}$  – угол наклона, т.е. угол между лучём и вертикальной осью Z (глубина). Пусть луч уже построен до некоторой точки  $\vec{x}_p = (x_p, y_p, z_p)$  (далее мы будем называть ее центральной точкой). В этой точке задано текущее направление движения луча, определяемое единичным вектором  $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ . В точке  $\vec{x}_p$  строится плоскость, ортогональная вектору  $\vec{s}$ . На этой плоскости вырезается прямоугольник с центром в точке  $\vec{x}_p$ . Размер прямоугольника зависит от длины волны  $\lambda = \frac{\nu(\vec{x}_p)}{\nu}$  в центральной точке, как это показано на рис.1а ( $\nu(\vec{x}_p)$  – значение интервальной скорости в точке,  $\nu$  – «ча-

стота луча»). На регулярной сетке в прямоугольнике вычисляются локальные значения скоростей  $v(\vec{x}_j)$ . Точки этой сетки показаны на рис. 1а.

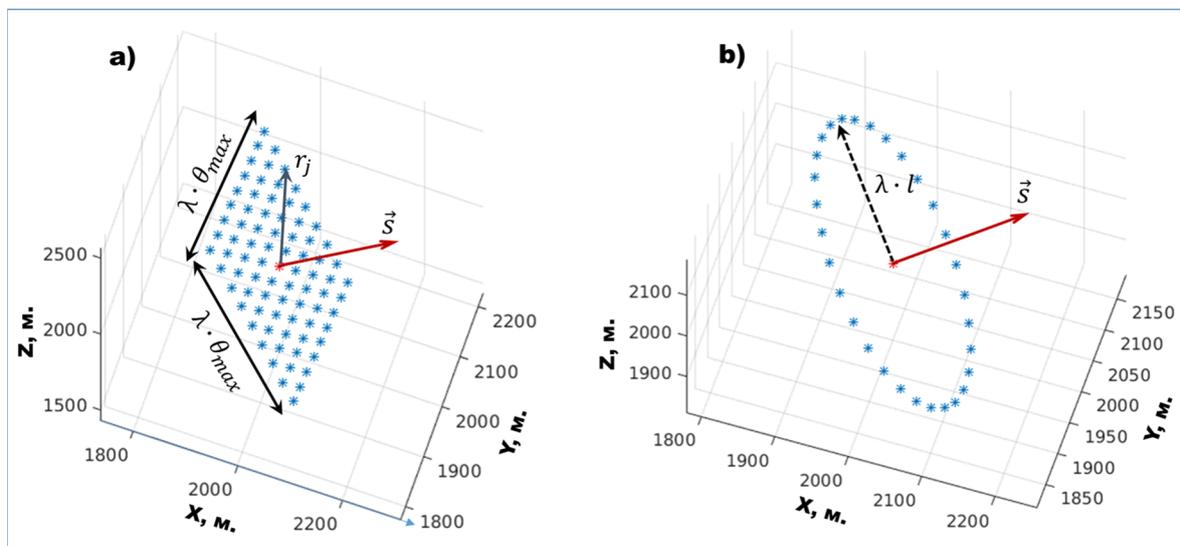


Рис. 1. а) Прямоугольный фрагмент волнового фронта. Звездочками обозначены точки регулярной сетки, где вычисляются значения интервальных скоростей для сглаживания вдоль волнового фронта; б) Контрольные точки, взятые вокруг текущей точки на луче в плоскости волнового фронта

Значение сглаженной скорости в центральной точке вычисляется как взвешенная сумма всех значений скоростей на локально плоском фрагменте фронта:

$$v_{sm}(\vec{x}_p, \nu) = \frac{\sum_{j=-N}^N w_j v(\vec{x}_j)}{\sum_{j=-N}^N w_j}, \quad (1)$$

где  $w_j$  - весовые коэффициенты сглаживания. В качестве сглаживающей функции мы используем двухмерную функцию Гаусса. В этом случае весовые коэффициенты в выражении (1) определяются как:

$$w_j = \exp\left\{-\left(\frac{r_j}{\lambda \theta_{Max} \alpha}\right)^2\right\} \quad (2)$$

Здесь  $r_j$  обозначает расстояние между центральной точкой  $\vec{x}_p$  и точкой  $\vec{x}_j$  на локально плоском фрагменте волнового фронта. Заданный априори параметр  $\theta_{Max}$  определяет, какую часть длины волны мы принимаем в рассмотрение при выборе апертуры сглаживания, параметр  $\alpha$  позволяет контролировать форму

двумерного гауссиана. При уменьшении параметра  $\alpha$  сглаживатель становится более узким, сосредотачиваясь ближе к центральной точке. При увеличении  $\alpha$  процедура сглаживания постепенно сводится к простому усреднению скоростей по фрагменту волнового фронта.

Для объяснения смысла контрольных точек, рассмотрим окружность, лежащую в плоскости волнового фронта (в той же плоскости, где брались значения скоростей для сглаживания). Радиус окружности зависит от локальной длины волны,  $R = \lambda \cdot l$ , где параметр  $l$  по смыслу аналогичен параметру  $\theta_{Max}$ , который используется для определения апертуры сглаживания, но не обязательно совпадает с ним по значению. На этой окружности мы выбираем некоторое количество точек с равномерным шагом по углу (рис. 1b). Они используются для вычисления направления движения луча в следующей точке. Итак, пусть  $dt$  есть шаг по времени при движении вдоль луча. Для того, чтобы продвинуться вдоль луча, применяется следующая схема (рис. 2):

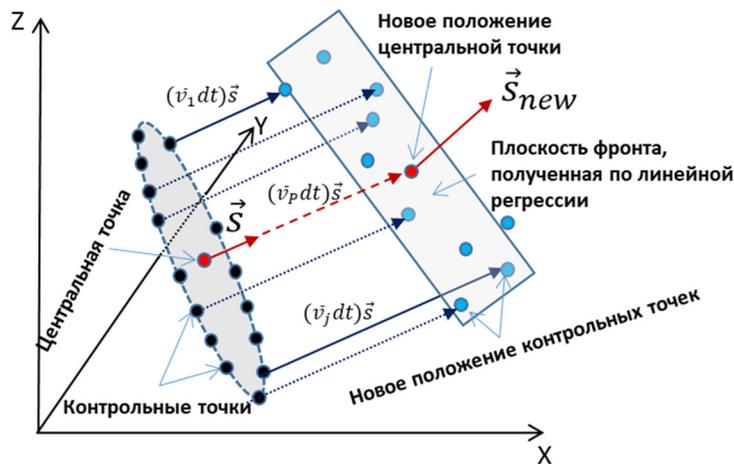


Рис. 2. Схема построения луча Ломакса в 3D

1) По формулам (1), (2) в центральной точке  $\vec{x}_p$  вычисляется значение сглаженной вдоль фронта скорости  $\vec{v}_p = v_{sm}(\vec{x}_p, \nu)$ . За промежуток времени  $dt$  точка  $\vec{x}_p$  переместится в точку  $\vec{x}_p + d\vec{x}_p$ ,  $d\vec{x}_p = (dx_p, dy_p, dz_p)$  в направлении единичного вектора  $\vec{s}$ :  $dx_p = \vec{v}_p dt \cdot s_x$ ,  $dy_p = \vec{v}_p dt \cdot s_y$ ,  $dz_p = \vec{v}_p dt \cdot s_z$ . Это дает нам положение следующей точки на луче. Теперь нам необходимо вычислить ориентацию волнового фронта в этой точке.

2) Для каждой контрольной точки, расположенной на окружности с центром на луче, вычисляется сглаженная скорость аналогично тому, как это делалось для центральной точки:  $\vec{v}_j = v_{sm}(\vec{x}_j, \nu)$ . За тот же промежуток времени  $dt$  каждая из контрольных точек пройдет разное расстояние  $dx_j = \vec{v}_j dt \cdot s_x$ ,  $dy_j = \vec{v}_j dt \cdot s_y$ ,  $dz_j = \vec{v}_j dt \cdot s_z$ . В новом положении  $\vec{x}_j + d\vec{x}_j$  контрольные точки в общем случае уже не лежат строго в одной плоскости. Чтобы определить текущее положение ло-

кального фронта, мы численно определяем такую плоскость, которая наиболее близка в среднеквадратичном смысле одновременно ко все точкам  $\vec{x}_j + d\vec{x}_j$ . Таким образом, решается классическая задача (трехмерной) линейной регрессии. В результате определяется новый вектор нормали к фронту,  $\vec{s}_{NEW}$ . Мы приписываем этот вектор к новому положению центральной точки, и процедура повторяется снова. Так шаг за шагом происходит движение вдоль луча (рис. 3).

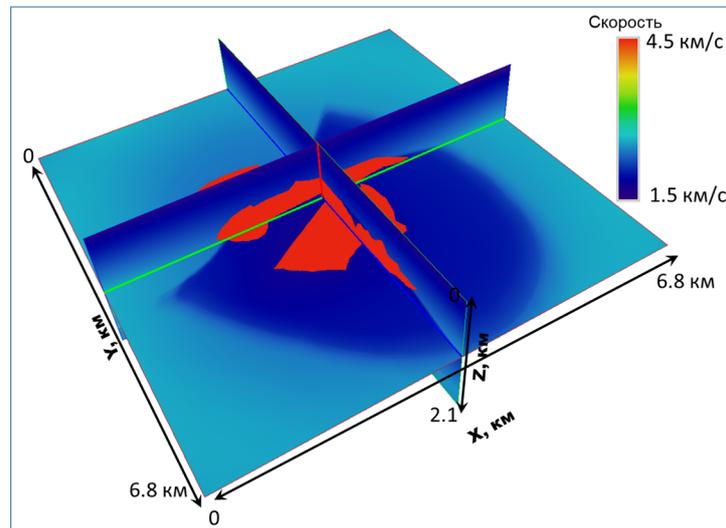


Рис. 3. Скоростная модель 3D SEG Salt

### *Численный эксперимент*

При использовании лучевого метода в средах, где существуют резкие вариации скоростей, возникают существенные проблемы. На контрастных границах стандартные лучи ведут себя очень неустойчиво, начинают «отскакивать» в стороны от ожидаемого пути распространения. При этом возникают так называемые «зоны тени», т.е. такие области модели, куда лучи не проникают вовсе. Такое поведение очевидно нефизично с точки зрения теории распространения реальных сейсмических сигналов. Одна из наиболее неблагоприятных ситуаций для лучевого метода возникает при его применении в средах, содержащих соляные интрузии, которые могут иметь весьма сложную форму. Скорости сейсмических волн в соли, как правило, заметно выше, чем в окружающих осадочных породах. В силу этих причин весьма проблематично построить лучи, проходящие через соляное тело и рассчитать времена. В этом примере мы показываем, что с помощью простых в построении лучей Ломакса можно весьма успешно решать проблему трассировки в присутствии солевых тел (рис. 4).

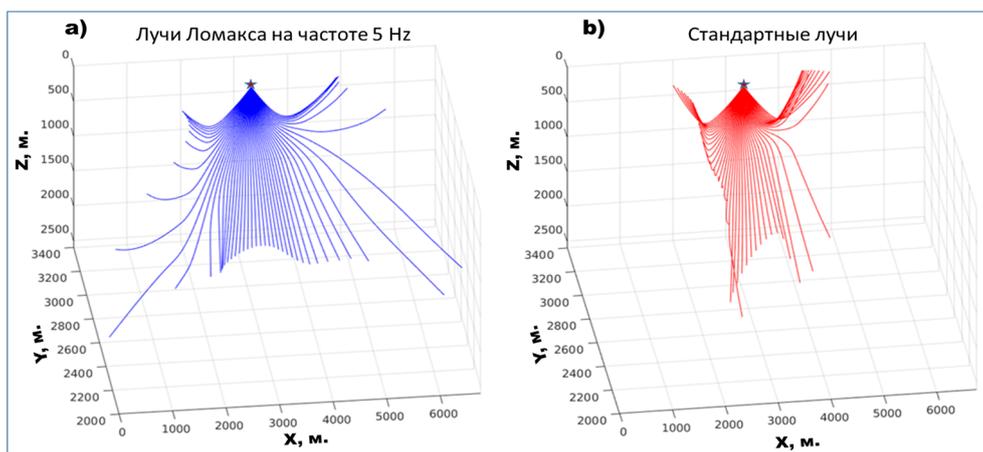


Рис. 4. Лучи, рассчитанные в трехмерной скоростной модели 3D SEG Salt для одного источника и одного фиксированного азимута  $\varphi_{AZ} = 0$ : а) лучи Ломакса при значении параметра  $\nu = 5$  Гц, б) стандартные лучи

На рис. 3 приведена известная трехмерная скоростная модель 3D SEG Salt с соляным телом сложной формы. Самая верхняя часть модели представляет собой неглубокий слой воды со скоростью 1500 м/с. Скорость продольных волн в соли составляет 4500 м/с, в то время как в окружающей среде (моделирующей вмещающие осадочные породы) скорость не превосходит 3200 м/с. Модель задана на регулярной сетке с числом точек  $N_x=676$ ,  $N_y=676$ ,  $N_z=211$ . Для наших экспериментов мы задавали одинаковый пространственный шаг по всем направлениям,  $dx=dy=dz=10$  м. Точечный источник расположен в точке с координатами  $X_s=3200$  м,  $Y_s=3200$  м,  $Z_s=100$  м. Наша цель в этом эксперименте – рассчитать и сравнить таблицы времен первых вступлений с помощью стандартных лучей и лучей Ломакса.

Для расчета лучей Ломакса использовались следующие параметры: «частота луча»  $\nu=5$  Hz,  $l=0.5$ ,  $\theta_{Max}=0.5$ ,  $\alpha=1$ . Для движения луча использовалось 30 контрольных точек. На рис. 4 представлены 50 лучей, построенных для одного фиксированного азимута ( $\varphi_{AZ} = 0$ ) при равномерном изменении углов наклона. Можно сразу заметить, что поведение стандартных лучей и лучей Ломакса на низкой частоте заметно отличается. Отметим, что лучи существенно трехмерны.

На рис. 5 представлены таблицы времен первых вступлений для стандартных лучей и лучей Ломакса. Для их построения мы используем семейство из 500x500 лучей и затем производим интерполяцию времен с нерегулярных точек на лучах на регулярную трехмерную сетку. Можно видеть, что в таблице, построенной стандартными лучами (рис. 5а), существуют обширные «зоны тени» – области, куда лучи вообще не приходят в силу сложности модели и ограничений самого лучевого метода (в таких точках значение времени пробега равно нулю). Это явное противоречие с реальным физическим процессом распространения волн. Дальнейшие численные эксперименты в рассматриваемой модели показали, что при увеличении количества выпускаемых стандартных лучей,

освещенность ими модели существенно не улучшается, при этом никак не удаётся получить устойчивого прохождения лучей через соляное тело. На рис. 5b представлена таблица времен, построенная с помощью лучей Ломакса на «частоте луча» 5 Гц. Как можно видеть, она почти полностью заполнена, что говорит о регулярности поля лучей. Невязка времен по лучам Ломакса в сравнении с временами, полученным конечно-разностным методом для скалярного волнового уравнения, не превышает 6 мсек., что мы считаем вполне приемлемым результатом для такой сложной модели.

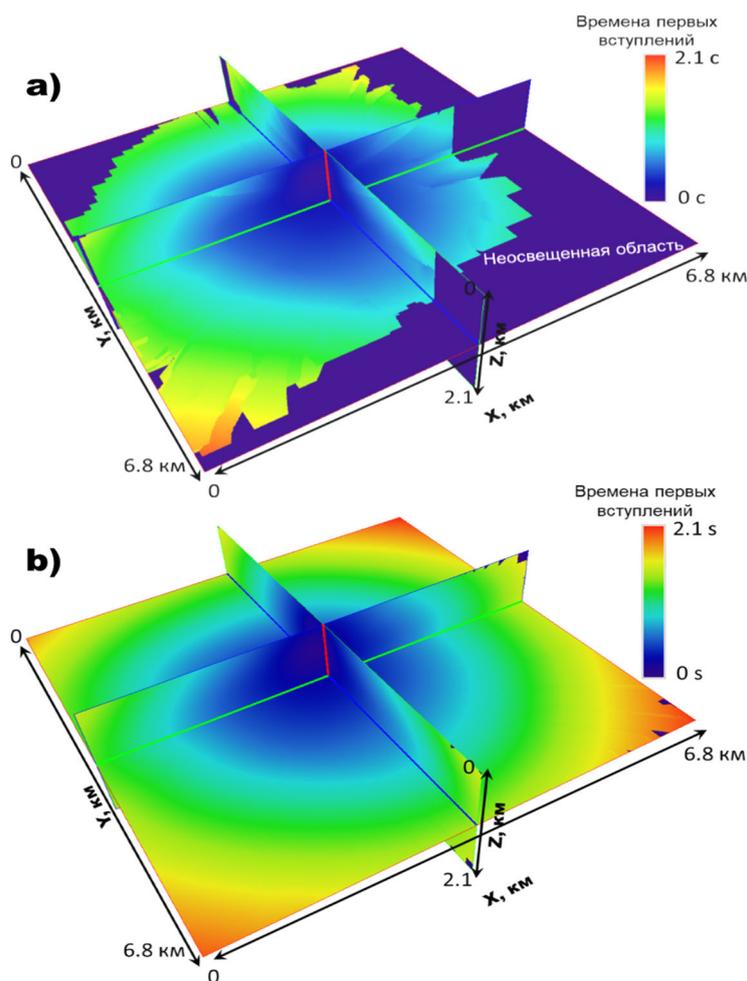


Рис. 5. Таблицы времен, рассчитанные в трехмерной скоростной модели 3D SEG Salt для одного источника: а) стандартные лучи; б) лучи Ломакса при значении «частоты луча»  $\nu = 5$  Гц

### Заключение

В данной работе мы рассмотрели трехмерные частотно-зависимые лучи Ломакса и их приложение в задачах расчета времен первых вступлений. Построение луча Ломакса основывается на двух ключевых шагах: 1) сглаживание интервальных скоростей вдоль локально плоского фрагмента волнового поля, 2) независимое движение контрольных точек, взятых на этом фрагменте фронта, что позво-

ляет определить его положение в следующий момент времени. При этом в процесс трассировки такого луча вовлекается некоторая область модели, расположенная в окрестности луча. Ширина этой области зависит от длины волны, которая определяется через априорно заданный параметр луча – «частоту луча». Проведён сравнительный анализ лучей Ломакса и стандартного лучевого метода в сложной 3D модели. Результаты подтверждают перспективность использования лучей Ломакса в задачах сейсмологии.

### ***Благодарности***

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ЧНФ в рамках научного проекта №20-55-26003.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Бабич В.М., Булдырев В.С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн – М.: Наука, 1972. – 254 с.
2. Cerveny V. Seismic Ray theory. – Cambridge: Cambridge univ. press, 2001. – 713p.
3. Кравцов Ю.А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред – М.: Наука, 1980. – 282 с.
4. Ben-Menahem A., Beydoun W.B.: Range of validity of seismic ray and beam methods in general inhomogeneous media. – I. General theory // Geophys. J. Int. – 1985. – Vol. 82. – P. 207-234.
5. Cerveny V., Soares J.E.P. Fresnel volume ray tracing // Geophysics. – 1992. – Vol. 57. – P. 902-915.
6. Marquering H., Dahlen F.A., Nolet G.: Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes: the banana-doughnut paradox // Geophys. J. Int. – 1999. – Vol. 137. – P. 805-815.
7. Vasco D.W., Peterson J. E., Majer, E.L. Beyond ray tomography: Wavepaths and Fresnel volumes // Geophysics. – 1995. – Vol. 60. – P. 454-469.
8. Bube K.P., Washbourne J.K.: Wave tracing: ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // Geophysics. – 2008. – Vol. 73 – P.VE377-VE384.
9. Гадыльшин К.Г., Протасов М.И. Построение точных частотно-зависимых лучей при известном решении уравнения Гельмгольца // Вычислительные методы и программирование: Новые вычислительные технологии. – 2015. – №4. – С. 586-594.
10. Vasco D.W., Nihei K. Broad-band trajectory mechanics // Geophys. J. Int. – 2019. – Vol. 216. – P. 745-759.
11. Lomax A. The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // Geophys. J. Int. – 1994. – Vol. 117. – P. 313-334.
12. Неклюдов Д.А., Протасов М.И. Моделирование времен пробега и акустических волновых полей лучевым методом с аппроксимацией распространения широкополосного сигнала применительно к задачам сейсмологии // Геофизические технологии – 2021. – № 3 – С.4-17.

© Д. А. Неклюдов, М. И. Протасов, 2023