

*С. И. Марков<sup>1,2\*</sup>*

## **Численное моделирование процесса фильтрации бурового раствора на глинистой основе при бурении скважин**

<sup>1</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А. А. Трофимука СО РАН,  
г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup> Новосибирский государственный технический университет, г. Новосибирск, Российская  
Федерация

\* e-mail: [www.sim91@list.ru](mailto:www.sim91@list.ru)

**Аннотация.** Работа посвящена проблеме численного моделирования процесса фильтрации многокомпонентных жидкостей при бурении скважин на примере бурового раствора на глинистой основе. Процесс инъекции бурового раствора на глинистой основе в пласт, насыщенный нефтью и пластовой водой, математически формализуется системой уравнений многофазной фильтрации с капиллярной моделью насыщенности Брукса-Кори. Для дискретизации системы уравнений применяется вычислительная схема разрывного метода Галёркина. Локальная консервативность данной вычислительной схемы позволяет физически релевантно интегрировать уравнение неразрывности и получить корректное распределение насыщенностей компонентов гетерогенной жидкости. Рассматривается классическая постановка задачи о бурении скважины с учётом трёх компонентов жидкой фазы: нефть, пластовая вода и буровой раствор, поступающий из скважины в пласт. В отличие от существующих подходов предлагаемый алгоритм численного моделирования не ограничивается учётом фронта просачивания бурового раствора только в радиальном направлении. Приводятся результаты численных экспериментов и их сравнительный анализ с опубликованными в литературе данными.

**Ключевые слова:** бурение скважин, зона проникновения, численное моделирование

*S. I. Markov<sup>1,2\*</sup>*

## **Numerical Simulation of Filtration Processes of a Water-Clay-Based Drilling Mud During Well Drilling**

<sup>1</sup> Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk, Russian  
Federation

<sup>2</sup> Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk, Russian Federation

\* e-mail: [www.sim91@list.ru](mailto:www.sim91@list.ru)

**Abstract.** The article is devoted to the numerical simulation problem of filtration processes of multicomponent fluids during well drilling. We consider the water-clay-based drilling mud injection into a reservoir saturated with oil and formation water. This process is mathematically formalized by a system of multiphase filtration equations with Brooks-Corey capillary saturation model. To discretize the system of equations, a computational scheme of Galerkin's discontinuous method is used. The local conservatism of this computational scheme allows us to integrate the continuity equation in a physically relevant way and to obtain a correct distribution of saturations of heterogeneous fluid components. We apply the classical formulation of the problem of drilling a well during oil production, considering three components of liquid phase oil, formation water and drilling mud coming into the formation from the well. In contrast to existing approaches, the proposed numerical simulation algo-

rithm is not limited to accounting for the drilling fluid seepage front only in the radial direction. Results of numerical experiments and their comparative analysis with published data in the literature are presented.

**Keywords:** well drilling, penetration zone, numerical simulation

### *Введение*

При строительстве скважин применяются два типа буровых растворов: на водной и углеводородной основе [1, 2]. Согласно статистическим данным в мировой практике в пять раз чаще отдаётся предпочтение буровым растворам на водной основе, чем растворам на углеводородной, что объясняется рядом экономических и экологических факторов.

При изготовлении буровых растворов на водной основе используются глинопоорошки, синтетические химреагенты, смазочные добавки и ПАВы. Такие гетерогенные жидкости характеризуются запечатывающими свойствами, которые приводят к снижению естественной проницаемости при разбуривании продуктивных пластов [2].

При инъекции бурового раствора изменяется электропроводность околоскважинного пространства и формируется зона кольматации, глубину которой в общем случае невозможно идентифицировать существующими каротажными методами исследования [3]. Актуальная задача – установить зависимость между гидрофизическими параметрами пласта и результатами электромагнитного зондирования. Для решения этой важной проблемы применяют различные лабораторные и натурные исследования, дополненные математическим моделированием.

В рамках данной работы рассматривается задача о вытеснении буровым раствором на водной основе пластовой воды и нефти с формированием глинистой корки на стенке скважины и зоны кольматации. Предполагается, что жидкости несжимаемы и не смешиваются, пористое пространство не деформируется, а просачивание происходит по закону Дарси изотермично.

Необходимо отметить ряд работ, которые посвящены решению обозначенной проблемы [3-7]. Их основной недостаток – формальная постановка задачи, которая накладывает ряд ограничений на выбор краевых условий в математической модели. В большинстве своём авторы указанных работ предполагают радиальный характер фронта проникновения бурового раствора в пласт, что не всегда является физически корректным для коллекторов трансгрессивного типа залегания.

В статье рассматривается трёхмерная постановка указанной задачи с явным учётом скважины в расчётной области. Для построения дискретной геометрической модели используются тетраэдральные сетки, полученные средствами программного продукта Gmesh. Дискретизация математических моделей выполнена в рамках метода конечных элементов. Для построения консервативных конечно-элементных схем применяется разрывный метод Галёркина. Все алгоритмы расчётов являются авторскими и реализованы на языке программирования C++.

## *Методы и материалы*

Описание математической модели и алгоритма численного моделирования базируется на данных работы [3]. По личной просьбе академика РАН М.И. Эпова выполнена трёхмерная реализация указанной задачи, устранены опечатки и некоторые недочёты.

Для описания процессов движения грунтовых вод и работы скважин удобно использовать напорную функцию:

$$h = \frac{p}{\rho g} - z,$$

где  $h$  – пьезометрический напор [м],  $p$  – давление [Па],  $\rho$  – плотность жидкости [кг/м<sup>3</sup>],  $g$  – модуль ускорения свободного падения [м/с<sup>2</sup>],  $z$  – геометрическая высота [м].

Будем считать, что ось скважины совпадает с осью Oz, которая направлена вверх, и кровля пласта лежит в плоскости  $z = 0$  м.

Процесс вытеснения пластовой воды и нефти буровым раствором на водной основе может быть формализован математической моделью двухфазной фильтрации. Обозначим через  $\mathbf{k}_{\phi_w}$  тензор фильтрации по воде, через  $\mathbf{k}_{\phi_o}$  – по нефти, тогда закон сохранения движения для каждой фазы выражается в виде:

$$\mathbf{v}_w = -\mathbf{k}_{\phi_w} \cdot \nabla h, \quad \mathbf{v}_o = -\mathbf{k}_{\phi_o} \cdot \nabla h, \quad (1)$$

где  $\mathbf{v}_i$  – скорость фильтрации [м/с],  $\mathbf{k}_{\phi_i}$  – тензор фильтрации [м/с],  $i = \{w, o\}$ .

Тензор фильтрации связан с тензором абсолютной проницаемости:

$$\mathbf{k}_{\phi_w} = \frac{k_{rw}(s_w) \mathbf{K} \rho_w \mathbf{g}}{\mu_w}, \quad \mathbf{k}_{\phi_o} = \frac{k_{ro}(s_w) \mathbf{K} \rho_o \mathbf{g}}{\mu_o}, \quad (2)$$

здесь  $k_{rw}(s_w)$  и  $k_{ro}(s_w)$  – относительные фазовые проницаемости по воде и нефти как функции водонасыщенности  $s_w$ ,  $\mathbf{K}$  – симметричный положительно определённый тензор абсолютной проницаемости 2-го ранга [м<sup>2</sup>],  $\rho_w$  – плотность воды [кг/м<sup>3</sup>],  $\rho_o$  – плотность нефти [кг/м<sup>3</sup>],  $\mu_w$  – динамическая вязкость воды [Па·с],  $\mu_o$  – динамическая вязкость нефти [Па·с].

Закон сохранения массы в модели двухфазной фильтрации имеет вид (источники массы отсутствуют):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi s_w \rho_w) + \nabla \cdot (\rho_w \mathbf{v}_w) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t}(\phi s_o \rho_o) + \nabla \cdot (\rho_o \mathbf{v}_o) = 0, \quad (3)$$

где  $\phi$  – пористость,  $s_i$  – насыщенность  $i$ -ой фазой,  $i = \{w, o\}$ .

Будем полагать, что вода и нефть – несжимаемые жидкости, а поровое пространство не деформируется. Тогда после подстановки (1) в (3), можно записать систему уравнений:

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{k}_{\phi_w}(s_w) \cdot \nabla h &= \frac{\partial s_w}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{k}_{\phi_o}(s_w) \cdot \nabla h &= \frac{\partial s_o}{\partial t}.\end{aligned}\tag{4}$$

Для вычисления относительных фазовых проницаемостей в (2) применим модель Брукса-Кори:

$$k_{rw}(s_w) = \left( \frac{s_w - s_{wi}}{1 - s_{wi}} \right)^{\frac{2+3\theta}{\theta}}, \quad k_{ro}(s_w) = \left( 1 - \frac{s_w - s_{wi}}{1 - s_{wi}} \right)^2 \left( 1 - \left( \frac{s_w - s_{wi}}{1 - s_{wi}} \right)^{\frac{2+3\theta}{\theta}} \right),\tag{5}$$

где  $s_{wi}$  – остаточная водонасыщенность,  $\theta$  – коэффициент распределения пор по размерам (отношение максимального к среднему размеру пор).

Просуммируем уравнения из системы (4) и запишем уравнение для вычисления пьезометрического напора:

$$\nabla \cdot (\mathbf{k}_{\phi_o}(s_w) + \mathbf{k}_{\phi_w}(s_w)) \cdot \nabla h = 0.\tag{6}$$

Вектор  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_w + \mathbf{v}_o = -(\mathbf{k}_{\phi_o}(s_w) + \mathbf{k}_{\phi_w}(s_w)) \cdot \nabla h$  будем называть суммарной скоростью. Для вычисления доли воды используем функцию Леверетта [7]:

$$f(s_w) = \frac{k_{rw}(s_w)}{k_{rw}(s_w) + \frac{\mu_w}{\mu_o} k_{ro}(s_w)},\tag{7}$$

тогда

$$\mathbf{v}_w = f(s_w) \mathbf{v} = f(s_w) (\mathbf{v}_w + \mathbf{v}_o).\tag{8}$$

Подстановка (8) в (3) позволяет записать уравнение для вычисления водонасыщенности (напомним, что вода – несжимаемая жидкость и  $\rho_w = \text{const}$ ):

$$\varphi \frac{\partial}{\partial t} s_w + \nabla \cdot (f(s_w) \mathbf{v}) = 0.\tag{9}$$

Обозначим через  $\Gamma_1$  внешнюю удалённую от скважины границу,  $\Gamma_2$  – смежную границу скважины и пласта,  $\Gamma_3$  – дневную поверхность (рис. 1).

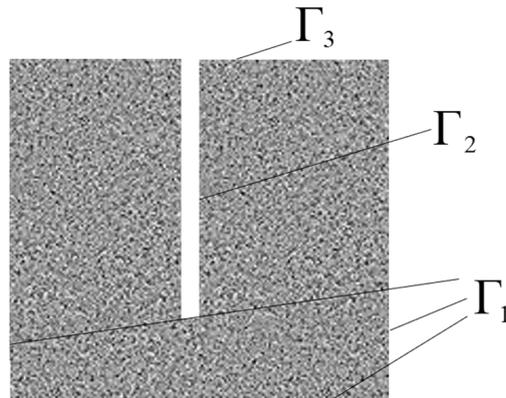


Рис. 1. Расположение границ расчётной области

Обозначим через  $S_f$  водонасыщенность пласта,  $h_t$  – напор в пласте [м],  $h_0$  – напор в скважине [м]. Тогда в начальный момент времени для пьезометрического напора и водонасыщенности верно:

$$h|_{t=0} = h_t, \quad s_w|_{t=0} = S_f. \quad (10)$$

В соответствии с [3] будем полагать, что на границе  $\Gamma_1$  пьезометрический напор и водонасыщенность постоянные:

$$h|_{\Gamma_1} = h_t, \quad s_w|_{\Gamma_1} = S_f, \quad (11)$$

на границе  $\Gamma_2$  присутствует только вода:

$$s_w|_{\Gamma_2} = 1, \quad (12)$$

объёмный расход жидкости пропорционален изменению напора:

$$S(\mathbf{k}_{\phi_o}(s_w) + \mathbf{k}_{\phi_w}(s_w)) \cdot \nabla h \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_2} = \gamma \rho_w g (h|_{\Gamma_2} - h_0), \quad (13)$$

где  $S$  – площадь поверхности фильтрации [м<sup>2</sup>],  $\gamma$  – коэффициент гидропроводности [м<sup>3</sup>/(Па·с)], величина  $\gamma \rho_w g$  – коэффициент проводимости [м<sup>2</sup>/с].

На дневной поверхности  $\Gamma_3$  не происходит протекание жидкости и водонасыщенность постоянная:

$$\begin{aligned} (\mathbf{k}_{\phi_o}(s_w) + \mathbf{k}_{\phi_w}(s_w)) \cdot \nabla h \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_3} &= 0, \\ s_w \Big|_{\Gamma_3} &= S_f. \end{aligned} \quad (14)$$

Для дискретизации уравнений (6) и (9) по пространству применим вычислительную схему разрывного метода Галёркина. Описание метода и постановки задач многофазной фильтрации можно найти в [8]. Для дискретизации уравнения (9) по времени будет применена схема Рунге-Кутты четвёртого порядка.

Изменение толщины глинистой корки на поверхности стенки скважины учитывается в коэффициенте гидропроводности [3]:

$$\gamma = \left( \gamma_0^{-1} + \mu_w / (Dk_c) \right)^{-1}, \quad (15)$$

где  $\gamma_0^{-1}$  – фильтрационное сопротивление в начальный момент вскрытия [(Па·с)/м<sup>3</sup>],  $D$  – толщина корки [м],  $k_c$  – проницаемость корки [м<sup>2</sup>].

Полагаем, что в начальный момент времени корка имеет нулевую толщину и в каждый новый момент времени удовлетворяет уравнению [9]:

$$\frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\delta}{(1-\delta)(1-\phi_c)} (\mathbf{k}_{\phi_o}(s_w) + \mathbf{k}_{\phi_w}(s_w)) \cdot \nabla h \cdot \mathbf{n} \Big|_{\Gamma_2} - G, \quad (16)$$

здесь  $\delta$  – объёмная доля глинистых частиц в буровом растворе,  $\phi_c$  – пористость корки,  $G$  – функция смыва глинистой корки [м/с].

В работе [10] для буровых растворов на водной основе экспериментально установлена зависимость проницаемости глинистой корки  $k_c$  от её толщины  $D$ . Для оценки коэффициента  $k_c$  применим данные из табл. 1.

Таблица 1

Параметры глинистой корки

Толщина корки, мм	Прониц. корки, мД	Пористость
1 ± 0,05	0,08 ± 0,003	0.98 ± 0.04
1.2 ± 0,05	0,02 ± 0,003	0.73 ± 0.04
0.4 ± 0,05	0,02 ± 0,003	0.92 ± 0.04

Структурно алгоритм численного моделирования представлен на рис. 2.

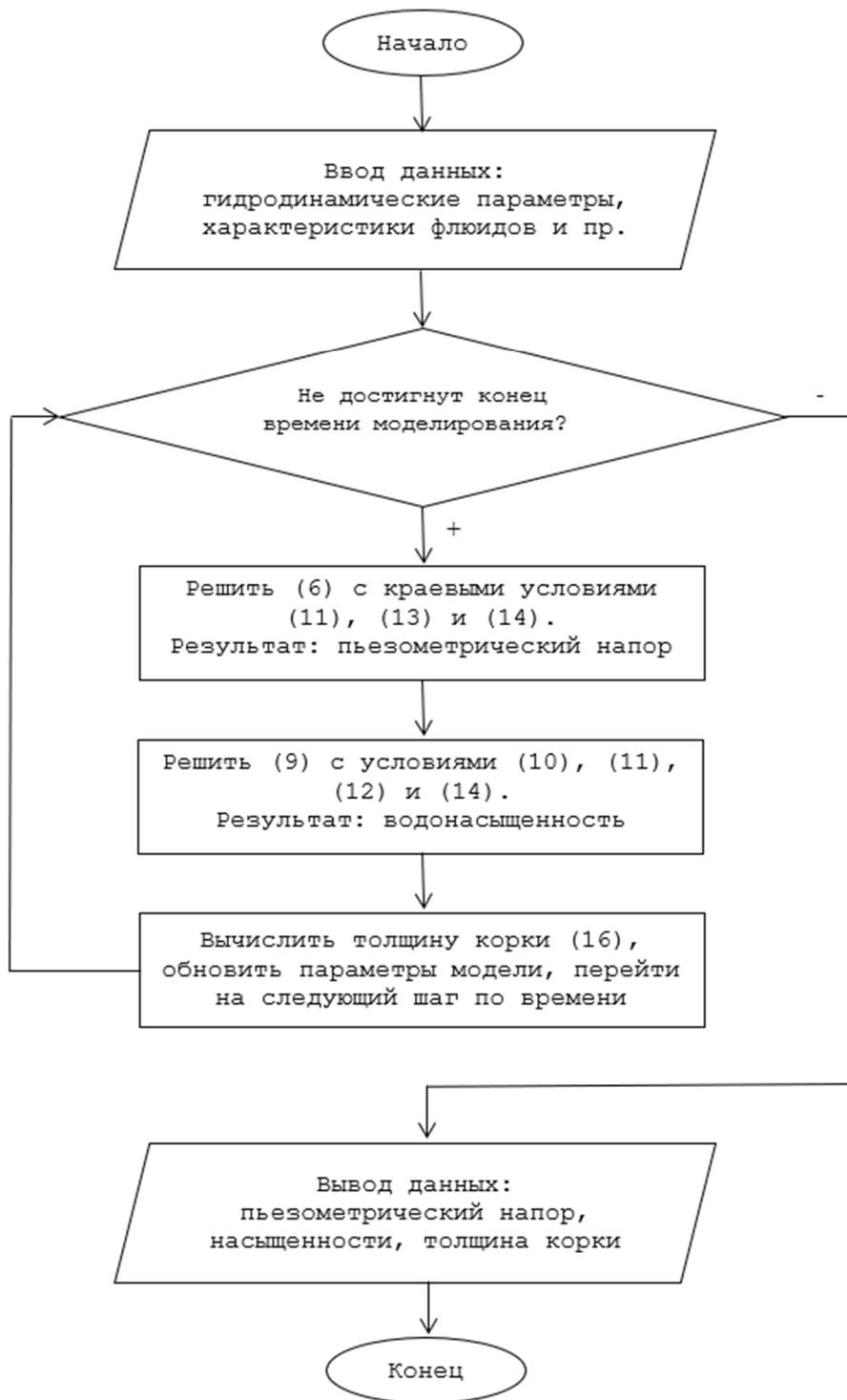


Рис. 2. Алгоритм численного моделирования роста глинистой корки

Для вычислительного эксперимента рассмотрим модельную задачу из публикации [3]. Пласт состоит из пяти слоёв общей мощностью 12 м. Скважина расположена по центру пласта и имеет диаметр 20 см. Структура расчётной области и фрагмент конечно-элементной сетки для гидродинамических расчётов показаны на рис.3.

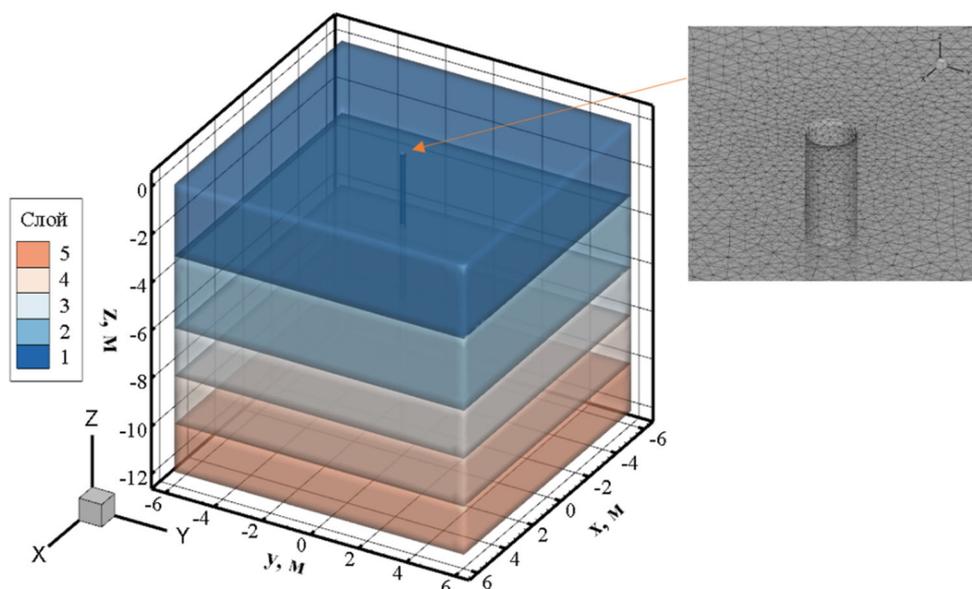


Рис. 3. Расчётная область и фрагмент конечно-элементной сетки

Плотность воды  $1000 \text{ кг/м}^3$ , нефти  $850 \text{ кг/м}^3$ , бурового раствора  $1150 \text{ кг/м}^3$ . Динамическая вязкость воды  $1 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ , нефти  $30 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ , бурового раствора  $16 \text{ мПа}\cdot\text{с}$ .

В момент бурения напор равен  $300 \text{ м}$ , а в период простоя  $0.01 \text{ м}$ . Скорость бурения  $200 \text{ м/сут}$ . Продолжительность бурения  $1.2 \text{ ч}$ . Начальная проницаемость глинистой корки  $4 \cdot 10^{-3} \text{ мД}$ , пористость  $0.86$ , объёмная доля частиц глины  $0.3$ . Гидропроводность в начальный момент времени  $1.3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/(\text{Па}\cdot\text{с})$ .

Упругоёмкость каждого пласта составляет  $10^{-5} \text{ Атм}^{-1}$ . Другие физические параметры слоёв пласта приведены в табл. 2.

В модели Брукса-Кори полагаем  $s_{wi} = 0.1$  и  $\theta = 2$ .

Таблица 2

Свойства слоёв коллектора

Слой	глубина подошвы, м	прониц., мД	пористость	начальная водонасыщ.
1	3	10	0.22	0.30
2	6	20	0.20	0.33
3	8	5	0.19	0.35
4	10	10	0.16	0.42
5	12	30	0.18	0.38

В вычислительных экспериментах будет показано, как с течением времени меняется толщина глинистой корки для данного нефтенасыщенного коллектора с указанными характеристиками процесса бурения. В работе [3] процесс промывки не учитывается, поэтому  $G = 0$ .

## Результаты

Изменение толщины глинистой корки с течением времени и сравнение с результатами из работы [3] показано в табл. 3.

Таблица 3

Изменение толщины глинистой корки  $D$ , мм

$Z$ , м	Данные из работы [3]		Результаты расчётов	
	$t = 0.3$ сут	$t = 0.55$ сут	$t = 0.3$ сут	$t = 0.55$ сут
0	4.262	7.307	4.220	7.259
0.8	4.370	7.446	4.329	7.399
1.6	4.385	7.466	4.344	7.419
2.4	4.420	7.503	4.379	7.456
3.2	4.587	7.660	4.547	7.614
4.0	4.615	7.686	4.575	7.640
4.8	4.602	7.670	4.562	7.624
5.6	4.531	7.594	4.491	7.547
6.4	4.006	7.077	3.963	7.028
7.2	3.797	6.822	3.753	6.771
8.0	2.547	5.517	2.497	5.459
8.8	1.954	4.663	1.900	4.600
9.6	2.530	5.455	2.480	5.397
10.4	4.734	7.799	4.694	7.753
11.2	4.802	7.872	4.763	7.826
12.0	4.813	7.884	4.774	7.839

На рис. 4 показано изменение насыщенности буровым раствором пласта после первых 30 минут и спустя час бурения.

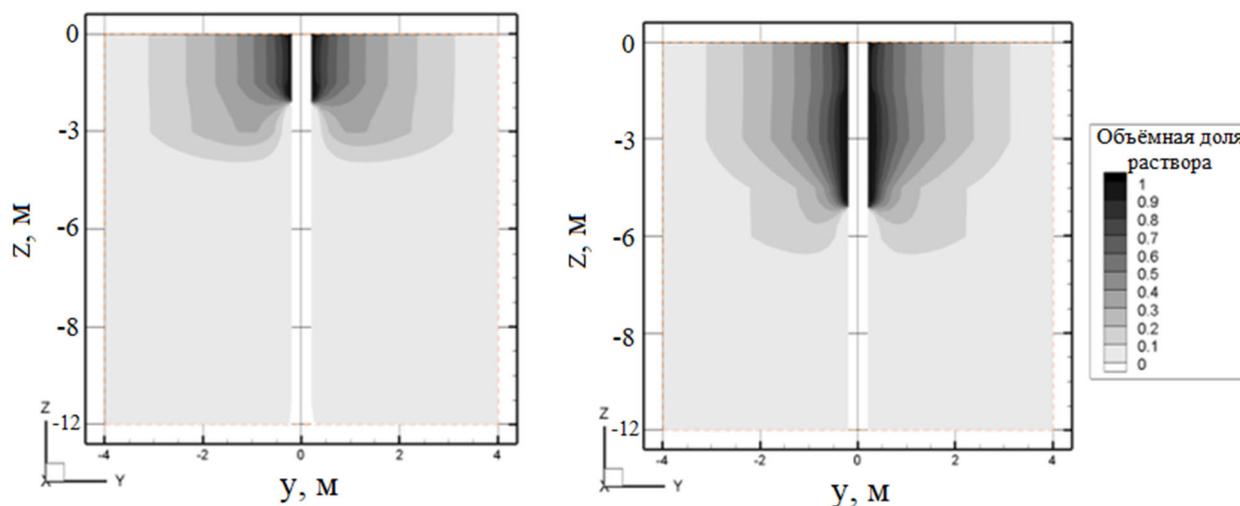


Рис.4. Изменение зоны проникновения с течением времени: 30 мин и 1 ч

## Обсуждение

По результатам, представленным в табл. 3, была найдена среднеквадратическая ошибка (RMS): 0.05 при  $t = 0.3$  сут и 0.01 при  $t = 0.55$  сут. На процесс роста глинистой корки влияние оказывает абсолютная проницаемость слоёв пласта.

Фронт проникновения бурового раствора в пласт формируется за счёт высокопроницаемых слоёв, что приводит к возникновению обменных вертикальных перетоков между слоями с разной проницаемостью. Наибольшая толщина глинистой корки обнаруживается на уровне слоя с наибольшей абсолютной проницаемостью (табл. 3 при  $z$  от 10 до 12 м).

Авторы работы [3] делают вывод о радиальном характере движения фронта проникновения бурового раствора в пласт. По результатам вычислений было установлено, что в общем случае фронт проникновения не имеет радиальную форму, поскольку под действием силы тяжести для коллекторов трансгрессивного типа залегания буровой раствор может проникать в более глубокие пласты породы, если их проницаемость превышает проницаемость вышележащих пластов.

### *Заключение*

Работа посвящена разработке вычислительного алгоритма для моделирования процесса фильтрации бурового раствора в пласт в трёхмерной постановке. По результатам вычислительных экспериментов было обнаружено хорошее совпадение с опубликованными в литературе данными о количественной оценке толщины глинистой корки, которая формируется в процессе бурения и простоя. Численно показано существование зон с опережающим проникновением бурового раствора в коллектор трансгрессивного типа залегания. Дальнейшее развитие исследования видится в расширении представленной математической модели уравнением солепереноса для анализа электропроводных свойств околоскважинного пространства, в изучении фильтрации буровых растворов с полимерными компонентами.

### *Благодарности*

Автор выражает благодарность за финансовую поддержку исследования Российскому Научному Фонду (Проект №22-71-10037) при решении задачи о численном моделировании процесса фильтрации гетерогенной жидкости в околоскважинном пространстве. Автор выражает благодарность за финансовую поддержку исследования Министерству науки и высшего образования РФ при решении задачи о формировании зоны кольматации в рамках государственного задания FWZZ-2022-0030.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Mi Swaco. Руководство по буровым растворам для инженеров-технологов: Редакция 2.1. – Mi Swaco, 2009. – 100 с.
2. Добросмыслов А.С. Книга инженера по буровым растворам ЗАО «ССК». – М.: изд-во ЗАО «ССК», 2005. – 550 с.
3. Кашеваров А.А., Ельцов И.Н., Эпов М.И. Гидродинамическая модель формирования зоны проникновения при бурении скважин // Прикладная механика и техническая физика. – 44 (6). – 2003. – С. 148-157.
4. Ганджумян Р.А., Калинин А.Г., Никитин Б.А. Инженерные расчеты при бурении глубоких скважин : Справочное пособие под общ. ред. А.Г.Калинина. – М.: Недра, 2000. – 429 с.
5. Ганджумян Р.А., Калинин А.Г., Сердюк Н.И. Расчеты в бурении : Учебное пособие. – М.: РГТРУ, 2007. – 668 с.

6. Grigoriev B.S., Eliseev A.A., Pogarskaya T.A., Toropov E.E. Mathematical Modeling of Rock Crushing and Multiphase Flow of Drilling Fluid in Well Drilling // Journal of Mining Institute. – 2019. – Vol. 235. – P. 16- 23.
7. Pletcher R.H., Tannehill J.C. Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer. Washington: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2013. – 705 p.
8. Riviere B. Discontinuous Galerkin Methods for Solving Elliptic and Parabolic Equations: Theory and Implementation. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2008. – 212 p.
9. Бочаров О.Б., Кушнир Д.Ю. Аналитическое решение задачи о росте глинистой корки на стенке скважины с учетом смыва // Сиб. журн. индустр. матем. – 2012.– вып. 15(1). – С. 14–21.
10. Евменова Д.М., Голиков Н.А., Юркевич Н.В., Ельцов И.Н. Экспериментальное исследование глинистой корки в условиях циркуляции бурового раствора // Каротажник. – 2021. – вып. 309. – т. 3.– С. 100-108.

© С. И. Марков, 2023