

А. И. Чанышев^{1}, О. Е. Белоусова¹, М. Ю. Загорских¹,
Л. Л. Ефименко², И. В. Фролова², Л. И. Торгашова²*

Учет блочного строения массива горных пород и его пористости с помощью периодических функций

¹ Институт горного дела им. Н. А. Чинакала
Сибирского отделения Российской академии наук,
г. Новосибирск, Российская Федерация

² Новосибирский государственный университет экономики и управления,
г. Новосибирск, Российская Федерация
* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Аннотация Массив горных пород при деформировании проявляет блочную структуру строения, возникающую в связи с дилатансией пористость. Предполагается, что учет этих факторов возможен с помощью периодических функций координат. В той точке пространства, где расположен блок, жесткость среды выше. В точке пространства, где находится промежуток (слой) или пора, жесткость минимальна. С применением тригонометрических функций решена задача об одноосном сжатии пластины, у которой структурные элементы расположены в соответствии с направлениями действия максимального касательного напряжения. Предполагается, что проявление блочности связано с модулем сдвига. В таком же виде конечно-разностным способом решена задача о напряженно – деформированном состоянии массива пород с цилиндрической выработкой с блочной структурой, повторяющей ее контур (зональная дезинтеграция). Использовалась постановка задачи Коши, когда на контуре выработки заданы одновременно и вектор напряжений Коши, и вектор перемещений. Установлены зависимости радиального смещения и радиальной деформации от параметров блочности и расстояния от контура выработки.

Ключевые слова: блочная структура, пористость, размер, модуль сдвига, модуль Юнга, периодический характер, напряженно-деформированное состояние

A. I. Chanyshev^{1}, O. E. Belousova¹, M. Yu. Zagorskih¹,
L. L. Efimenko², I. V. Frolova², L. I. Torgashova²*

Accounting for the block structure and porosity of the rock mass using trigonometric functions

¹ Institute of Mining named after N. A. Chinakal, Siberian Branch
of the Russian Academy of Sciences
Novosibirsk, Russian Federation

² Novosibirsk State University of Economics and Management,
Novosibirsk, Russian Federation
* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Annotation. Under deformation rock mass exhibits its block structure and porosity that results due to dilatancy. It is assumed, that accounting for these factors is possible with the help of periodic coordinate functions. At the space point where there is an interblock gap (pore), the stiffness of the medium is higher. The stiffness is minimal at the point where a block is located. Using trigonometric functions, the problem of uniaxial compression of a plate with structural elements arranged as the

maximum tangential stress is solved. The shift modulus is assumed to be the element responsible for the modularity manifestation. In this form, the problem of the stress-strain state of rock mass with a cylindrical mine, with a block structure repeating its contour (zonal disintegration), is solved by a finite-difference method. Therewith, when both the Cauchy stress vector and the displacement vector were set simultaneously on the mine contour, the statement of the Cauchy problem was used. The dependences of radial displacement and deformation on the parameters of cloud cover and distance from the production contour are established.

Key words: block structure, porosity, size, shear modulus, Young's modulus, periodic nature, stress-strain state

Введение

Для изучения процессов извлечения нефти и газа из недр Земли применяются математические модели механики деформируемых насыщенных пористых сред [1-4]. При этом анализируются поведения жёсткого каркаса среды и жидкости, находящейся в нем. Изучается теория упругого режима фильтрации, в которой рассматриваются медленные фильтрационные течения в деформируемых глубинных пластах [5-8].

Говоря про упругость, следует дать оценки гравитационного давления. Например, для песчаника на глубине 3 км (откуда черпается нефть), оно оказывается в пределах 75 Мпа, что находится в области разрушения данного материала (66,21 Мпа для сухого состояния песчаника; 50,98 Мпа для водонасыщенного). Другой момент касается коэффициента пористости, характеризующего количество пор в твердой фазе [9-11]. Вопрос – в каком состоянии среды он измеряется? Дело в том, что на больших глубинах за счет высокого давления материал перестаёт быть жестким, упругим. При пластических деформациях и в том числе при разрушении происходит локализация деформаций с образованием блочной структуры (линий Чернова-Людерса) [12,13]. За счет сдвигов (скольжений) по площадкам скольжений образуется эффект дилатансии. Процессы удлинения за счет сдвигов и увеличения объема за счет раскрытия пор (рис.1) связаны между собой как в математической модели деформирования горных пород Николаевского В.Н. [14], так и в математической модели Новожилова В.В. [15]. Это означает, что пористость возможно оценивать через сдвиги и удлинения.

Из сказанного следует, что поры, если они запечатаны в блоках, образующихся при деформировании горных пород, то они не влияют на процессы нефтеотдачи месторождений. Однако, если они раскрылись в процессе образования локализованных структур, то тогда за счет создания фильтрационных каналов при образованиях линий или полос скольжения процесс нефтеотдачи может улучшаться.

Отметим, что проблема описания блочной структуры решалась в многих работах [16-19] как путем задания блочной структуры среды, составленной из жестких блоков с прослойками, так и путем задания решетки масс, соединенных упругими пружинками и вязкими элементами [20]. В данной работе для описания блочного массива пород строения предлагается использовать периодические функции координат.

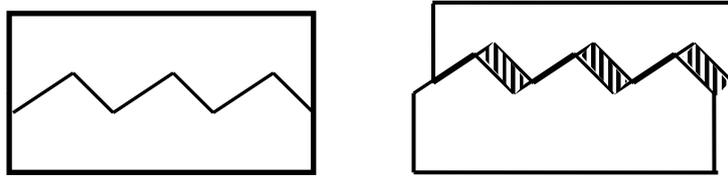


Рис. 1. При сдвигах происходит раскрытие пор, материал становится более податливым как в продольном, так и в поперечном направлениях

Задача о сжатии прямоугольной пластины однородно распределенной нагрузкой

Пусть дана прямоугольная пластина, сжатая вдоль оси Ox равномерно распределённой нагрузкой $\sigma_x = -p$. Считаем, что под действием нагрузки материал пластины преобразуется, то есть переходит из однородного состояния в неоднородное с образованием блочной структуры. Считается, что блоки в пластине создаются семейством прямых линий, равнонаклонных к осям прямоугольной системы координат xOy . Поскольку указанные направления связаны с направлением действия максимальных касательных напряжений (со сдвигом), то в первом приближении блочную структуру будем характеризовать неоднородным распределением упругого модуля сдвига 2μ . Зададим зависимость модуля сдвига 2μ от x, y как функцию

$$2\mu = 2\mu_0 (1 + \aleph \sin \alpha(x + y) \sin \alpha(x - y)), \quad (1)$$

где \aleph - параметр, изменяющийся от 0 до +1 (при $\aleph = 0$ модуль упругого сдвига сохраняется величиной постоянной, при $\aleph = 1$ в зависимости от положения точки он может быть увеличенным по сравнению с 2μ , может быть равным нулю). Там, где модуль сдвига имеет повышенные значения, считаем, что там находятся блоки, где модуль сдвига имеет пониженные значения, стремясь к нулю, то эта область соответствует линиям скольжения (или ослабленному материалу). Значения α характеризуют размеры блоков. Принимается, что $\alpha = \frac{\pi}{L}$, где L - отвечает за размер блоков, α связано с периодом функции синус. Из (1) получаем

$$2\mu = 2\mu_0 + \frac{\aleph}{2} (\cos 2\alpha y - \cos 2\alpha x). \quad (2)$$

При расчете пластины считаем, что среда несжимаема $\nu = 1/2$ и модуль сдвига подчиняется зависимости (2). В виду того, что $K = E/(1-2\nu)$, $2\mu = E/(1+\nu)$, то отсюда $E = 3K\mu/(K + \mu)$, $\nu = \frac{1}{2}(K - 2\mu)/(K + \mu)$. И, если $K \rightarrow \infty$, то тогда $E \rightarrow 3\mu$. Далее решаются уравнения

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{3\mu}, \quad \varepsilon_y = -\frac{1}{2} \frac{\sigma_x}{3\mu} \quad (3)$$

с условием $\sigma_x = -p$ ($p = \text{const}$).

Интегралом первого уравнения служит выражение

$$u_x = -\frac{p}{3\alpha} \frac{1}{\mu_0 \sqrt{\left(1 - \frac{\mu_1}{\mu_0} \sin^2 \alpha y\right) \left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \cos^2 \alpha y\right)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \cos^2 \alpha y}{1 - \frac{\mu_1}{\mu_0} \sin^2 \alpha y}} \times \quad (4)$$

$$\times \operatorname{tg} \alpha x + \varphi(x)$$

где $\varphi(x)$ - произвольная функция.

Интегралом второго уравнения служит выражение

$$u_y = -\frac{p}{6\alpha} \frac{1}{\mu_0 \sqrt{\left(1 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \sin^2 \alpha x\right) \left(1 - \frac{\mu_1}{\mu_0} \cos^2 \alpha x\right)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1 - \frac{\mu_1}{\mu_0} \cos^2 \alpha x}{1 + \frac{\mu_1}{\mu_0} \sin^2 \alpha x}} \times \quad (5)$$

$$\times \operatorname{tg} \alpha y + \psi(y)$$

где $\psi(x)$ - произвольная функция.

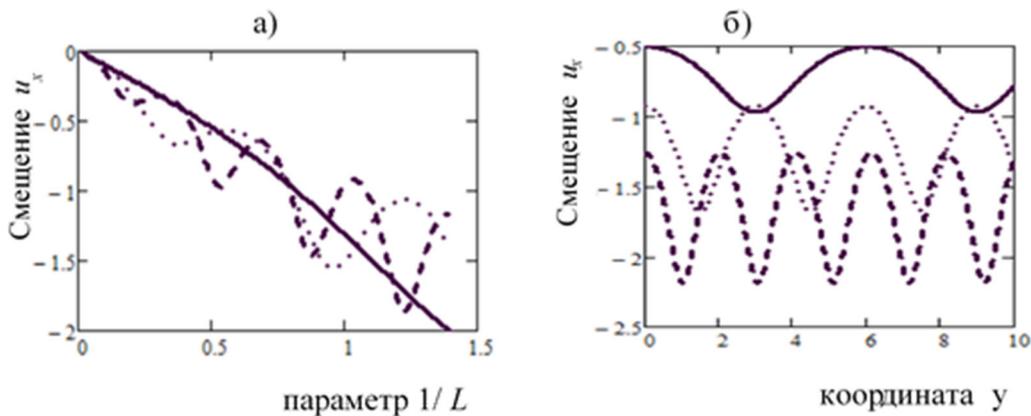


Рис. 2. а) Зависимость смещения u_x от параметра $1/L$ для точек с координатами $x=1, y=1$ - сплошная линия; $x=1, y=5$ - точками; ; $x=1, y=9$ - пунктирная линия; б) Зависимость смещения u_x от координаты y для точки $x=1$ параметре $1/L=0.17$ - сплошная линия; $1/L=0.33$ - точками; $1/L=0.5$ - пунктирная линия

При сдвигах происходят раскрытия пор (рис.1), податливости материала изменяется в сторону уменьшения как в продольном, так и в поперечном направлениях.

На рис.2 а, б представлены зависимости смещения u_x в заданных точках пластины от параметра l/L и координаты y при фиксированных значениях x . Из графиков виден немонотонный характер зависимости u_x от параметра l/L , задающего размеров блоков (аналогичные зависимости имеются и для смещения u_y).

Деформирование массива горных пород в случае зональной дезинтеграции

Ниже рассматривается задача о напряженно - деформированном состоянии массива пород с блочной структурой кольцевидного характера. Кольцевая структура массива горных пород вокруг выработки кругового сечения (зональная дезинтеграция массива пород) описывалась в многочисленных работах [16,17]. Здесь также как в блочных структурах есть твердая (жесткая) основа и то, что расположено между кольцами (трещиноватая среда). Есть предположения, что именно в этих местах скапливаются залежи нефти и газа. Требуется с позиции блочной среды описать поведение такого массива при нагружении.

Постановка задачи следующая. Пусть дан массива пород с цилиндрической выработкой вокруг которой материала расслоился по типу зональной дезинтеграции на блоки. Блочную структуру будем описывать с помощью периодических тригонометрических функций, например, в виде синуса. Будем считать, что модуль Юнга в направлении полярного радиуса изменяется по правилу

$$E = E_0 \left(1 + \aleph \sin \alpha (r/a)^\beta \right), \quad (5)$$

где α и β характеризуют блочную среду, параметр \aleph по модулю не превосходит 1. За счет \aleph и периодического изменения синуса происходит увеличение или уменьшение (до нуля) в зависимости от \aleph модуля Юнга E . Расстояние между минимальными значениями модуля Юнга E определяет размер блока, зона минимальных значений E указывает на размер межблокового блокового пространства

Для решения задачи используем закон Гука в виде

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\varphi \right], \\ \sigma_\varphi = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\nu\varepsilon_r + (1-\nu)\varepsilon_\varphi \right], \\ \tau_{r\varphi} = \frac{E}{(1+\nu)} \varepsilon_{r\varphi}, \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{где } \varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}, \quad \varepsilon_{r\varphi} = 0 \quad (7)$$

(рассматривается осесимметричная постановка). Подставляя (6), (7), (5) в уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\varphi}{r} = 0, \quad (8)$$

получаем следующее дифференциальное уравнение второго порядка для смещений u :

$$\left[\frac{du}{dr} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{u}{r} \right] \frac{d \ln E}{dr} + \frac{d^2 u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0. \quad (9)$$

Предполагаем, что $\nu \neq \frac{1}{2}$ (в случае $\nu = \frac{1}{2}$ из (2) следует, что $\varepsilon_r + \varepsilon_\varphi = 0$ и тогда решением (9) будет служить функция $u = C_1/r$, где C_1 - константа). Уравнение (9) перепишем в конечно-разностном виде:

$$\frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2} + \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2h} \left(\frac{d \ln E}{dr} + \frac{1}{r_i} \right) + \frac{u_i}{r_i} \left(\frac{\nu}{1-\nu} \frac{d \ln E}{dr} - \frac{1}{r_i} \right) = 0. \quad (10)$$

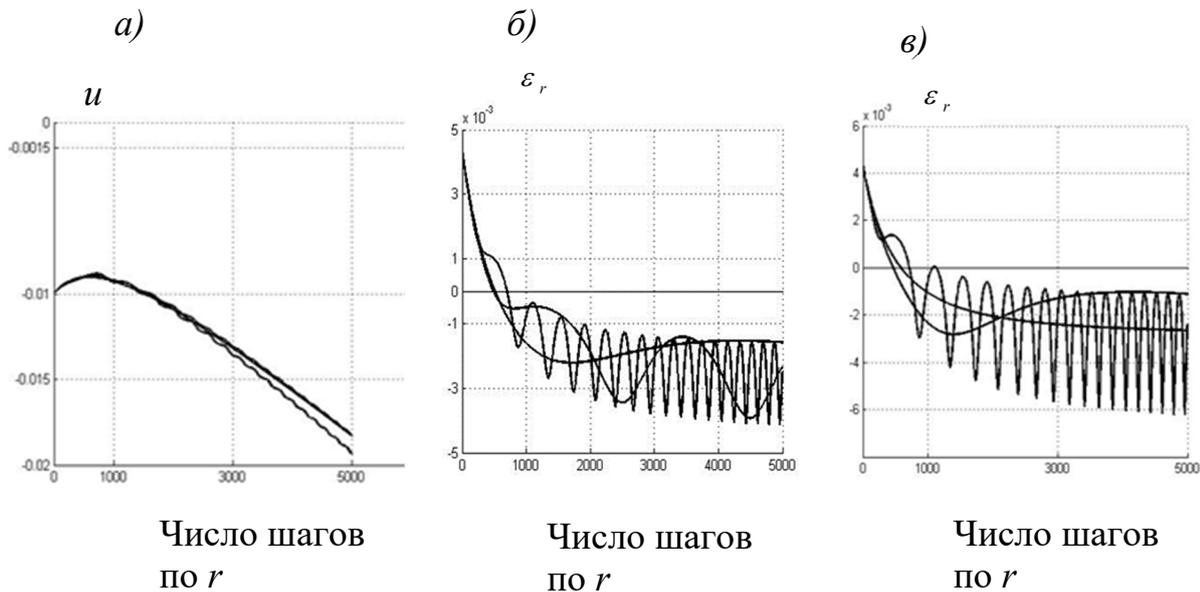


Рис. 3 а) Зависимость радиального смещения от числа шагов по расстоянию от центра выработки при значениях параметров $\varkappa=0;0.3;0.5$ и $\beta=2$, ($\varkappa = 0$ - верхняя линия); б) Зависимость радиальной деформации от числа шагов по расстоянию от центра выработки при значениях параметров $\varkappa=0;0.3;0.5$ и $\beta=2$, ($\varkappa = 0$ - верхняя линия); в) Зависимость радиальной деформации от

числа шагов по расстоянию от центра выработки при значениях параметров $\beta=0.5;1;2$ и $\varkappa=0.5$, ($\varkappa=0$ - верхняя линия)

Для решения (10) на границе выработки $r=a$ зададим следующие два краевых условия:

$$u|_{r=a} = -u_0, \quad \sigma_r|_{r=a} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\varphi] = 0. \quad (11)$$

На рис. 3 представлено численное решение для смещения u и радиальной деформации ε_r в зависимости от параметра \varkappa и β , определяющих блочную структуру.

Заключение

Рассмотрены два случая проявления блочности среды при деформировании, которые возможно описать с помощью периодических тригонометрических функций.

1. В случае сжатия прямоугольной пластины равномерно распределенной нагрузкой блочную среду возможно описать с помощью периодических функций модуля упругого сдвига, зависящего от координат, направленных под углом $\pi/4$ к направлению сжатия. Периоды функций по осям координат связываются с размерами блочной структуры.

2. В случае разрушения массива пород вокруг выработки с проявлением зональной дезинтеграции возможно также использовать периодические функции для описания поведения модуля Юнга: вершины соответствуют здесь жесткому материалу в пределах расположенных блоков, впадины – зонам трещиноватости. Для этого случая решена тестовая задача для цилиндрической выработки с одновременно заданным на ее границе напряжениями, равными нулю и известными смещениями.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121062200075-4).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. – М.: Изд-во Недр, 1970. – 339 с.
2. Вальтуян А.О., Нестеров С.А. Об особенностях идентификации неоднородных пороупругих характеристик полого цилиндра // проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т.78. – №1. – С. 22-29.
3. Колесов А.Е. Численное решение задачи пороупругости при разработке нефтяных месторождений // Вестник СВФУ. – 2015. – №3 (47). – С. 63-74.
4. Zoua Y., Saada M., Grondinb F. Numerical investigation for the effect of deformation and dynamic pressure on the fast drainage of porous materials // European Journal of Environmental and Civil Engineering. – 2021. – С. 1-20.
5. Wiley J. Poromechanics. – West Sussex PO19 8SQ. – England. – 2004. – 315p.

6. Truc O., Ollivier J.-P., Nilsson L.O. Numerical simulation of multi-species diffusion // *Materials and Structures*. –2000. – № 33. – p. 566–573.
7. Mainguy M., Ulm F.-J., Heukamp F.H. Similarity properties of demineralization and degradation of cracked porous media // *International Journal of Solids and Structure*. – 2001. – 38. – p. 7079–7100.
8. Merxhani A. An introduction to linear poroelasticity // *Physics geo-ph.* –2016. – 38p.
9. Fjar E., Holt M., Horsrud P., Raaen A.M., Risnes R. *Petroleum Related/– Elsevier/* – 2008. –Ed. 2. – 492p.
10. Biot M.A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid // *Journal of Applied Physics*. – 1955 – 26(2). –p.182–185.
11. Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid // *J. Acoustic. Soc. Am.*– 1956. – Vol. 28. – No 2. – p. 179–191.
12. Rice J.R. On the stability of dilatant hardening for saturated rock masses // *Journal of Geophysical Research*. – 1975. –80. –p.1531–1536.
13. Rice J.R., Cleary M.P. Some basic stress diffusion solutions for fluidsaturated elastic porous media with compressible constituents // *Journal of Geophysical Research*. – 1976. – №14. –p. 227–241.
14. Николаевский В.Н. *Механика твердых деформируемых тел*. – 1972. – М. – Т. 6. – с.71-84.
15. Новожилов В.В. О пластическом разрыхлении // *Прикладная математика и механика*. – 1965. – Т.29. – С. 681-689.
16. Курленя М. В., Опарин В. Н. О масштабном факторе явления зональной дезинтеграции горных пород и канонических рядах атомноионных радиусов // *ФТПРПИ*. — 1996. — № 2.
17. Открытие № 400 СССР. Явление зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок / Е. И. Шемякин, М. В. Курленя, В. Н. Опарин, В. Н. Рева, М. А. Розенбаум // *Опубл. в БИ*. — 1992. — № 1.
18. Макаров П.В. Эволюционная природа деструкции твердых тел и сред // *Физическая мезомеханика*. – 2007. –№10(3). –С.23-38.
19. Садовский М. А., Адушкин В. В., Спивак А. А. О размере зон необратимого деформирования при взрыве в блочной среде // *Физика Земли*. –1989. –№ 9. –С. 9.
20. Сарайкин В.А., Черников А.Г., Шер Е.Г. Распространение волн в двумерной блочной среде с вязкоупругими прослойками (теория и эксперимент) // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2015. – Т. 56. – №4. –С. 170-181.

© А. И. Чаньшев, О. Е. Белоусова, М. Ю. Загорских,
Л. Л. Ефименко, И. В. Фролова, Л. И. Торгашова, 2023