

А. И. Чанышев^{1}, И. М. Абдулин¹, О. А. Лукьяшко¹, Ю. Н. Владимиров², И. В. Гутарова²*

Об одном способе описания градиентного изменения гидростатического давления вблизи добывающей скважины

¹ Институт горного дела им. Н. А. Чинакала Сибирского отделения
Российской академии наук,
г. Новосибирск, Российская Федерация

² Новосибирский государственный университет экономики и управления,
г. Новосибирск, Российская Федерация
* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Аннотация. Под действием нагрузок среда разбивается на блоки. При скольжении блоков образуется эффект дилатансии. Увеличение объема происходит за счет раскрытия пор. Материал теряет жесткостные свойства как вдоль, так и поперек направлений скольжения. Потерю жесткостных свойств предлагается описывать с помощью убывающих функций. Для описания блочности применяются периодические тригонометрические функции. Для прослойки жесткость минимальна, для блока максимальна. При учете блочности и потере жесткостных свойств следует применять произведения убывающей функции на тригонометрическую. Для иллюстрации изменения жесткости решена задача о распределении напряжений, деформаций и смещений вокруг цилиндрического отверстия, имитирующего добычную скважину. Показано, что за счет изменения жестких свойств образуется градиент гидростатического давления, приводящего к направленному эффекту добычи полезного ископаемого.

Ключевые слова: напряжение, деформация, структура, горные породы, пористость, жесткость, учет, задача

A. I. Chanyshev^{1}, I. M. Abdulin¹, O. A. Lukyashko¹, Yu. N. Vladimirov², I. V. Gutarova²*

About one way to describe the gradient change of hydrostatic pressure near a production well

¹ Chinakal Institute of Mining SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

² Novosibirsk State University of Economics and Management, Novosibirsk, Russian Federation
* e-mail: a.i.chanyshev@gmail.com

Annotation. Under the action of loads, the medium is divided into blocks. When the blocks slide, a dilatancy effect is formed. The increase in volume occurs due to the opening of the pores. The material loses its stiffness properties both along and across the sliding directions. The loss of stiffness properties is proposed to be described using decreasing functions. Periodic trigonometric functions are used to describe blockiness. For the interlayer, the rigidity is minimal, for the block it is maximum. When taking into account blockiness and the loss of rigid properties, the products of a decreasing function by a trigonometric function should be used. To illustrate the change in stiffness, the problem of the distribution of stresses, deformations and displacements around a cylindrical hole simulating a production well is solved. It is shown that due to the change in rigid properties, a hydrostatic pressure gradient is formed, leading to a directed effect of mining.

Keywords: stress, deformation, structure, rocks, porosity, stiffness, accounting, task

Введение

Вопросам извлечения из недр Земли таких полезных ископаемых как нефть и газ посвящено множество работ [1-6]. Математическая модель, описывающая процесс извлечения нефти и газа, состоит из уравнений теории упругости (Ламе для перемещения среды) и уравнения фильтрации для давления в жидкости или газе [7-10].

Предполагается, что уравнение упругости отражает деформацию скелета, а уравнение фильтрации – движение жидкости [10]. В него входят многочисленные параметры такие как коэффициент Био, тензор абсолютной проницаемости, коэффициент динамической вязкости жидкости, описывающие интенсивность заданных источников жидкости функции. При этом коэффициент и модуль Био зависят от модулей объемного сжатия пористой среды, скелета, жидкости, а также от коэффициента пористости, характеризующего относительное количество пор и твердой фазы. При рассмотрении этих уравнений возникает множество вопросов таких как, например, учет пор. Понятно, что сами поры даже с находящимися в них жидкостями или газом не являются проводниками, не служат фильтрационными каналами. Чтобы они были, необходимо создать определенные условия для слияния пор. Второй момент касается причины движения жидкости или газа по каналу. Применение для анализа напряженно- деформированного состояния массива пород вокруг цилиндрической выработки с давлением в бесконечно удаленных точках приводит в случае применения теории упругости к тому, что гидростатическое давление по всей длине от контура выработки до удаленных точек остается постоянным (нет причины для движения жидкости или газа). Следующий момент – это то, что вокруг выработок образуются блочные структуры, массив пород в результате деформации становится блочным [11-13]. В предложенных схемах расчетов [7-10] этот факт никак не учитывается. Между тем пространства между блоками являются каналами, по которым могут двигаться и нефть, и газ.

Ниже рассматривается возможность получения градиента давления в задаче о выработке.

Исходные положения

Пусть имеется цилиндрическая выработка с поперечным сечением в виде круга с уравнением $r = a$, где r, θ – полярные координаты. Пусть вокруг выработки создается осесимметричное плоскодеформированное состояние и в бесконечно удаленных точках действует равномерно сжимающее давление p . Относительно модуля Юнга E материала будем предполагать, что этот модуль неоднороден, изменяется по отношению к r как

$$E(r) = Ar^\alpha, \tag{1}$$

где A и α – постоянные. График изменения E от r представлен на рис. 1. При $\alpha = 0$ получаем традиционный закон Гука.

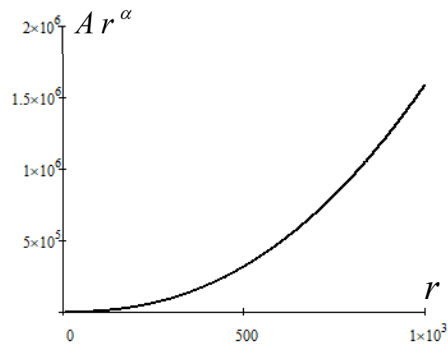


Рис. 1. График изменения модуля Юнга от r . При $r = a$, т.е. на контуре выработки его значение равняется A , с ростом r уменьшается

Попытаемся решить эту задачу при условии (1). Имеем основные уравнения задачи:
уравнение равновесия

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0; \quad (2)$$

закон Гука

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [(1-\nu)\varepsilon_r + \nu\varepsilon_\theta], \\ \sigma_\theta = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu\varepsilon_r + (1-\nu)\varepsilon_\theta]; \end{cases} \quad (3)$$

соотношения Коши

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), (3) в (2), получаем следующее дифференциальное уравнение для радиального смещения u :

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} (1 + \alpha) - \left(1 - \frac{\alpha\nu}{1-\nu}\right) \frac{u}{r^2} = 0. \quad (5)$$

Решение задачи

Частные решения (5) отыскиваем в виде

$$u=r^k. \quad (6)$$

Подстановка (6) в (5) дает уравнение для нахождения k

$$k^2 + k\alpha - \left(1 - \frac{\alpha\nu}{1-\nu}\right) = 0. \quad (7)$$

Решая (7), получаем значения корней

$$k_{1,2} = -\frac{\alpha}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\alpha^2 + 4 - \frac{4\alpha\nu}{1-\nu}}. \quad (8)$$

Для $\alpha = 0$, $k_1 = 1$, $k_2 = -1$.

Покажем, что подкоренное выражение в (8) неотрицательно. Перепишем его в виде

$$\left(\alpha - \frac{2\nu}{1-\nu}\right)^2 + 4 - \frac{4\nu^2}{(1-\nu)^2} = \left(\alpha - \frac{2\nu}{1-\nu}\right)^2 + \frac{4(1-2\nu)}{(1-\nu)^2}. \quad (9)$$

Из (9) следует, что поскольку $1 - 2\nu \geq 0$, то действительно подкоренное выражение в (8) положительно.

Зная корни k_1, k_2 из (8), находим значения радиального смещения как

$$u = C_1 r^{\frac{t-\alpha}{2}} + C_2 r^{-\frac{t+\alpha}{2}}, \text{ где } t = \sqrt{\alpha^2 + 4 - \frac{4\alpha\nu}{1-\nu}}. \quad (10)$$

Подставляя это выражение в определение напряжения σ_r , согласно (3), получаем

$$\sigma_r = \frac{A}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[C_1 r^{\frac{\alpha+t}{2}-1} \left(\nu + \frac{(1-\nu)}{2}(t-\alpha) \right) + C_2 r^{\frac{\alpha-t}{2}-1} \left(\nu - \frac{(1-\nu)}{2}(t+\alpha) \right) \right]. \quad (11)$$

Произведем оценки слагаемых в (11). Покажем, что степень r во втором слагаемом отрицательна. Имеем неравенство

$$\frac{\alpha}{2} - 1 < \frac{t}{2}. \quad (12)$$

Если $\frac{\alpha}{2} - 1 < 0$ или $\alpha < 2$, то оно выполняется для всех $\alpha < 2$ потому, что выражение слева отрицательно, справа положительно. При $\alpha > 2$ и при возведении в квадрат находим, что должно быть

$$\alpha > \frac{\alpha\nu}{1-\nu},$$

которое выполняется всегда, если $1 - 2\nu > 0$. Отсюда следует, что второе слагаемое в (11) исчезает с неограниченным ростом r .

Рассмотрим первое слагаемое. Для положительности степени необходимо, чтобы

$$\frac{t}{2} > 1 - \frac{\alpha}{2}. \quad (13)$$

Для первого случая $1 - \frac{\alpha}{2} < 0$, $\alpha > 2$ неравенство выполняется всегда. Для второго случая $1 - \frac{\alpha}{2} > 0$ ($\alpha < 2$) возводим (13) в квадрат. Получаем неравенство

$$\frac{\alpha(1-2\nu)}{1-\nu} > 0,$$

которое также выполняется для всех $\alpha < 2$, $\alpha \neq 0$. Это означает, что первое слагаемое в (11) растет по абсолютной величине с ростом r .

Определим константы C_1 и C_2 , входящие в (10), (11), поставив условия

$$\sigma_r|_{r=a} = 0, \quad u_r|_{r=a} = -u_0,$$

где u_0 – заданная величина. Тогда для нахождения C_1 и C_2 получаем систему уравнений

$$\begin{cases} C_1 a^{\frac{t-\alpha}{2}-1} + C_2 a^{\frac{t+\alpha}{2}-1} = -\frac{u_0}{a}, \\ C_1 a^{\frac{t+\alpha}{2}-1} \left(\nu + \frac{1-\nu}{2}(t-\alpha) \right) + C_2 a^{\frac{t-\alpha}{2}-1} \left(\nu - \frac{1-\nu}{2}(t+\alpha) \right) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

Определитель системы уравнений (14) не обращается в ноль, сами решения имеют вид

$$\left\{ \begin{aligned} u &= \frac{u_0}{\Delta} \left\{ \left[\nu - (1-\nu) \left(\frac{t+\alpha}{2} \right) \right] \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{t-\alpha}{2}} - \left[\nu + (1-\nu) \left(\frac{t-\alpha}{2} \right) \right] \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{t+\alpha}{2}} \right\}, \\ \sigma_r &= \frac{Ar^\alpha}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu) \frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} \right], \end{aligned} \right. \quad (15)$$

где

$$\Delta = t(1-\nu). \quad (16)$$

Графики зависимостей u_{Δ} / u_0 от отношения r / a для разных значений α представлены на рис. 2. Вычисляем гидростатическое напряжение

$$\sigma_r + \sigma_\theta = \frac{Au_0 a^{\alpha-1}}{(1+\nu)(1-2\nu)\Delta} \left[\left[\nu - (1-\nu) \left(\frac{t+\alpha}{2} \right) \right] \left(\frac{t-\alpha}{2} + 1 \right) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{t+\alpha}{2}-1} + \right. \\ \left. + \left[\nu + (1-\nu) \left(\frac{t-\alpha}{2} \right) \right] \left(\frac{t+\alpha}{2} - 1 \right) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{\alpha-t}{2}-1} \right].$$

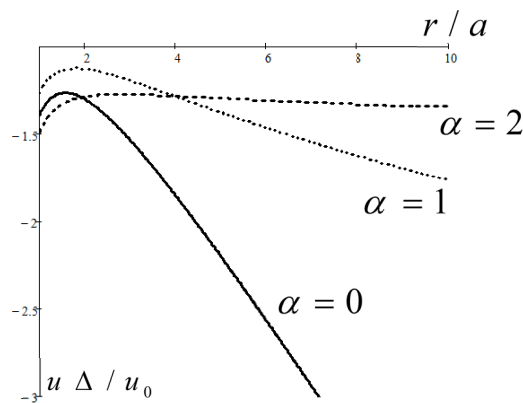


Рис. 2. График зависимости u_{Δ} / u_0 от отношения r / a для разных значений α

Далее находим производную $\sigma_r + \sigma_\theta$ по r :

$$(\sigma_r + \sigma_\theta)'_r = \frac{\alpha Au_0 a^{\alpha-2}}{(1-\nu^2)\Delta} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{\alpha}{2}-2} \left[\left[\nu - (1-\nu) \left(\frac{t+\alpha}{2} \right) \right] \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{2}t} - \right. \\ \left. - \left[\nu + (1-\nu) \left(\frac{t-\alpha}{2} \right) \right] \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{1}{2}t} \right]. \quad (17)$$

При $r = a$ находим

$$(\sigma_r + \sigma_\theta)'_r|_{r=a} = -\frac{\alpha A u_0 a^{\alpha-2}}{(1-\nu^2)} < 0.$$

Обозначим выражение в квадратных скобках (17) как f .

График зависимости f от отношения r/a для разных значений α представлен на рис. 3.

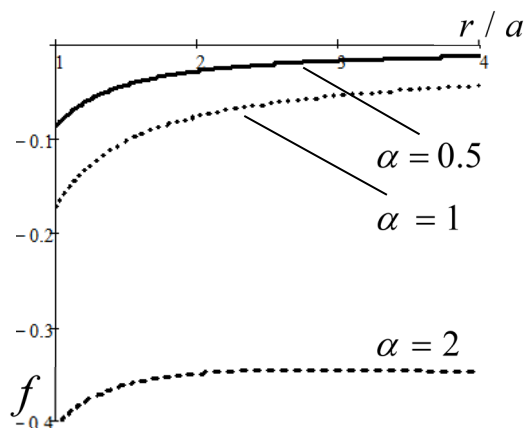


Рис. 3. График зависимости f от отношения r/a для разных значений α

В работе исследуется также вопрос об учете пористости горных пород на основе законов дилатансии, предложенных в [14, 15]. Утверждается, что фильтрационными каналами являются полосы локализации деформаций.

Заключение

Показано, что если учитывать пластические деформации, разрушение, при которых происходит уменьшение модуля жесткости материала от упругого значения до заданного, то тогда вокруг скважин будет происходить уменьшение гидростатического давления в сторону скважины, т.е. будет образовываться градиент давления, приводящий к потоку флюидов в скважину.

Благодарности

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № 121062200075-4).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Wang H. F. Theory of Linear Poroelasticity with Applications to Geomechanics and Hydrogeology. Princeton University Press, 2000. 47.
2. Allen D. R. Environmental Aspects of Oil Producing Operations – Long Beach, California // J. Pet. Technol. 1972. Vol. 24, N. 2. P. 125–131.
3. Detournay E. Cheng A. D. Poroelastic response of a borehole in a nonhydrostatic stress field // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. 1988. Vol. 25. N. 3. P. 171–182.

4. Settari A. Geomechanics in Integrated Reservoir Modeling // Offshore Technol. Conf. 2008. P. 5–8.
5. Biot M. A. General theory of three dimensional consolidation // J. Appl. Phys. 1941. Vol. 12, N. 2. P. 155–164.
6. Haga J. B., Osnes H., Langtangen H. P. On the causes of pressure oscillations in low-permeable and low-compressible porous media // Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech. 2012. Vol. 36, N. 12. P. 1507–1522.
7. Ватульян А. О., Нестеров С. А. Об особенностях идентификации неоднородных пороупругих характеристик полого цилиндра // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78. – №. 1. – С. 22–29.
8. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Higher frequency range // The Journal of the acoustical Society of America. – 1956. – Т. 28. – №. 2. – P. 179–191.
9. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. – М.: Недра, 1970. – 339 с.
10. Колесов А. Е. Численное решение задач пороупругости при разработке нефтяных месторождений // Вестник Северо-Восточного федерального университета им. М. К. Аммосова. – 2015. – №. 3 (47). – С. 63–74.
11. Опарин В. Н., Тапсиев А. П., Розенбаум М. А., Рева В. Н., Бадтиев Б. П., Чанышев А. И. (2008). Зональная дезинтеграция горных пород и устойчивость подземных выработок. Зональная дезинтеграция горных пород и устойчивость подземных выработок // Новосибирск: Изд-во СО РАН. – 2008. – Т. 38. – С. 39-40.
12. Макаров П. В. Эволюционная природа деструкции твердых тел и сред // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10. – №. 3. – С. 23-38.
13. Садовский М. А. О блоковой структуре литосферы Земли // УФН, 147:2 (1985), 421–422.
14. Новожилов В. В. О пластическом разрыхлении // ПММ. 1965. Т. 29, Вып. 4. С. 681-689.
15. Николаевский В. Н. Определяющие законы механики грунтов. М.: Мир, 1975. – 231 с.

© А. И. Чанышев, И. М. Абдулин, О. А. Лукьяшко,
Ю. Н. Владимиров, И. В. Гутарова, 2023