# А. В. Панов<sup>1\*</sup>, Н. А. Мирошниченко<sup>1</sup>

# Оценка механических свойств закладочного массива на основе решения обратных задач по данным подземной геодезии

<sup>1</sup>Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация \*e-mail: anton-700@yandex.ru

Аннотация. Разработан метод определения деформационных (модуль Юнга, коэффициент Пуассона) и прочностных (угол внутреннего трения, коэффициент сцепления) свойств закладочного массива при отработке пластовых месторождений с применением технологии закладки твердеющими смесями. В качестве входных данных используются относительные смещения контрольных точек, расположенных в кровле и почве выработанного пространства очистной камеры, и на свободной от напряжений боковой поверхности закладки. Метод разработан для двумерной упругопластической модели деформирования среды. Сформулирована и решена обратная коэффициентная задача, проанализированы введенные целевые функции для синтезированных данных. Найдены предельные размеры выработанного пространства, позволяющие с приемлемой точностью находить искомые параметры задачи. Численные расчеты показали, что для определения упругих характеристик массива необходима информация о смещениях точек контура очистной камеры в вертикальном и горизонтальном направлениях, а для прочностных – только в вертикальном.

Ключевые слова: горная порода, закладочный массив, обратная задача, упругопластическая деформация

# A. V. Panov<sup>1\*</sup>, N. A. Miroshnichenko<sup>1</sup>

# Estimation of Mechanical Properties of Filling Mass Based on Reverse Problem Solution Using Data of Underground Geodesy

<sup>1</sup>Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russia \*e-mail: anton-700@yandex.ru

**Abstract.** The method for determination of strain (Young's module and Poisson ratio) and strength (angle of internal friction and cohesion coefficient) properties of filling mass has been developed for mining of seamed deposits with an application of filling mass with hardening mixtures. The relative movements of reference points located on the roof and floor of the stope goaf and on stress-free side surface of the backfill are used as the input data. The method has been developed for the two-dimensional elastic-plastic model of the media strain. The reverse coefficient problem has been formulated and solved; the introduced goal functions for the generated data have been analyzed. Extreme dimensions of the goaf, which allow to find required parameters of the problem with an acceptable accuracy, are found. Numerical calculations showed that the information on movement of stope circuit points in vertical and horizontal directions is necessary for determination of elastic characteristics of the mass. In order to obtain the strength characteristics, only the information in vertical direction is required.

Keywords: rock, backfill mass, reverse problem, elastic-plastic deformation

#### Введение

В настоящее время около трети всех рудных месторождений в мире разрабатывается с применением технологии с закладкой выработанного пространства [1]. Это обусловлено значительным усложнением горно-геологических условий добычи и переходом на большие глубины, необходимостью более полного извлечения полезного ископаемого, требованиями эффективного контроля за напряженным состоянием породного массива и снижения негативного воздействия горного производства на окружающую среду [2,3].

Закладочный массив, как правило, стремятся сформировать с заранее прогнозируемым свойствами, что является достаточно трудоемким и сложным процессом. Специально добываемый для закладки заполнитель (песок, щебень, дробленные породы, оставшиеся от проходки и т.п.) зачастую имеет неоднородный вещественный состав и размер компонентов, влажность [4-7]. По мере удаления выемочных камер от места производства закладочной смеси возрастают требования к ее транспортабельности и регулированию сроков твердения. Добиваются этого, в частности, изменением количества воды в смеси, что может привести к снижению прочности закладки.

В момент укладки смеси может происходить неравномерное распределение материала в объеме камеры и его расслоение. Кроме того, в период затвердевания свойства закладки зависят от температурного режима, и может наблюдаться ее усадка; со временем же прочность будет увеличиваться.

Такое многообразие факторов, влияющих на свойства закладки, приводит к сложностям в их определении методами физического моделирования или расчетными методами [8]. В момент формирования закладочной смеси из нее изготавливают образцы для определения деформационно-прочностных характеристик. Однако лабораторные испытания, как правило, приводят к завышенным показателям упругих модулей и сцепления [9] вследствие неоднородности закладки в объеме камеры. В расчетах напряженно-деформированного состояния массива при задании свойств закладки используют корректировочные коэффициенты структурного ослабления [10].

Все вышесказанное приводит к необходимости разработки методов определения свойств закладочного массива непосредственно in situ.

# Постановка задачи. Метод решения

На рис. 1 представлена типичная конфигурация подземного пространства, возникающая при выемке пластовых полезных ископаемых с закладкой. Размер исследуемой области  $200 \times 80$  м; на глубине H = 500 м располагается отрабатываемый пласт мощностью h = 4 м. По мере увеличения протяженности отработанной области W будет наблюдаться увеличение напряжений и, как следствие, относительных деформаций кровли и почвы пласта, а также боковой стенки закладочного массива. Предполагается, что на этих поверхностях расположены контрольные точки, расстояния между которыми в процессе отработки пласта будут фиксировать измерительные устройства.



Рис. 1. Схема расчетной области и граничные условия

Предположим, что выполнены условия плоского деформированного состояния, тогда система уравнений, описывающая упругое деформирование вмещающих пород и пласта, включает уравнения равновесия (1), уравнение состояния в виде закона Гука (2) и соотношения Коши для малых деформаций (3):

$$\sigma_{ij,j} + \rho g \delta_{iz} = 0, \tag{1}$$

$$\sigma_{ii} = \lambda \varepsilon \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \qquad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}), \qquad (3)$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций, i, j = x, z, x, z -декартовы координаты,  $u_i$  – смещения,  $\rho$  – плотность пород, g – ускорение свободного падения,  $\lambda$  и  $\mu$  – параметры Ламе,  $\delta_{ij}$  – дельта Кронекера.

Будем считать, что материал закладки деформируется упруго-пластически. В этом случае в области пластичности система уравнений (1)–(3) дополняется уравнениями:

$$\sigma = K\varepsilon, \tag{4}$$

(*K*=λ+2μ/3 – модуль объемного сжатия, ε– объемная деформация) и критерием Кулона-Мора:

$$\tau \ge \tau_*,$$

$$\tau_* = \sigma_n t g \varphi + C,$$
(5)

где C – сцепление,  $\varphi$  – угол внутреннего трения,  $\iota$  – максимальное касательное напряжение,  $\sigma_n$  – нормальное напряжение на площадке действия  $\iota$ .

На рис. 2 приведена диаграмма упругопластического деформирования материала закладочного массива,  $\gamma = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$  – главный сдвиг.

Граничные условия представлены на рис. 1,  $\sigma_{V}(z) = \rho g z$  – литостатическое





Система уравнений (1)–(5) решалась МКЭ с использованием метода переменного секущего модуля [11] для расчета зон пластической деформации и оригинального кода [12]. Исследуемая область разбивалась на  $2.56 \cdot 10^5$  узлов с шагом дискретизации  $\Delta x = 25$  см. Очистные работы моделировались постепенным увеличением протяженности камеры  $W_n = \Delta x \cdot n$ , n – номер шага. Механические свойства горных пород и закладочного массива приведены в табл. 1.

напряжение, *q* – коэффициент бокового отпора.

Таблица 1

	$ ho$ , кг/м $^3$	E, ГПа	V	arphi , град	C, MПа
вмещающие породы	2400	35	0.25	30	20
пласт	3000	60	0.27	35	23
закладочный массив	1800	6	0.25	12	5

Механические свойства пород и закладки

Е – модуль Юнга, и коэффициент Пуассона

На рис. 3 синим цветом показаны области, которые переходят в пластическое состояние по мере увеличения выработанного пространства, – эти зоны захватывают все большую область, продвигаясь внутрь закладочного массива, при этом наблюдается чередование упругих и пластических участков [13].



Рис. 3. Развитие зон пластической деформации в закладочном массиве с увеличением протяженности очистной камеры *W*<sub>n</sub>

#### Определение свойств закладки по данным измерения смещений

По мере продвижения забоя будут наблюдаться смещения точек контура выработанного пространства. Изменение расстояний между ними запишем в виде:

$$\Delta R_{j} = \left| \vec{r}(x_{r}, H, W_{n}) - \vec{r}(x_{0}, z_{j}, W_{n}) \right|, \qquad \Delta U_{i} = \left| u_{z}(x_{i}, H + h, W_{n}) - u_{z}(x_{i}, H, W_{n}) \right|,$$

где  $\vec{r} = (u_x, u_z)$ ,  $x_r, x_i, z_j$  – координаты контрольных точек на контуре камеры,

i, j – количество измерительных устройств, регистрирующих расстояния между контрольными точками на каждом шаге (в приведенных ниже расчетах i=j=2).

Для определения модуля Юнга и коэффициента Пуассона введем целевые функции (6) и (7), минимум которых дает решение обратной задачи:

$$T_{ver}(E,v) = \sum_{n} \sum_{i} \left( \Delta U_{i}(E,v,W_{n}) - \Delta U_{i}^{0}(W_{n}) \right)^{2},$$
(6)

$$T_{hor}(E,\nu) = \sum_{n} \sum_{j} \left( \Delta R_j(E,\nu,W_n) - \Delta R_j^0(W_n) \right)^2, \tag{7}$$

 $\Delta U_i, \Delta R_j$  – расчетные вертикальные и горизонтальные смещения, соответственно, а  $\Delta U_i^0, \Delta R_j^0$  – «измеренные» смещения. В качестве последних использовались результаты расчетов с наложенными на них случайными ошибками заданной амплитуды:

$$\Delta U_{i}^{0}(W_{n}) = (1+\eta)\Delta U_{i}(E^{*}, v^{*}, W_{n}),$$

где  $r_{-}$  равномерно распределенная на отрезке [-A,A] случайная величина, A – амплитуда случайной ошибки (в расчетах  $A \le 0.2$ ),  $E^*, v^*$  – искомые значения модуля Юнга и коэффициента Пуассона.

На рис.4*a* и 4*б* приведены изолинии целевых функций (6) и (7), соответственно, для ширины камеры 1.5 м. Как видим, наблюдается несколько локальных минимумов. При наложении изолиний – объединении результатов – получаем единственное решение (рис. 4*в*), которое и дает искомые значения упругих модулей  $E^*, v^*$ .

Для определения прочностных свойств ( $\varphi$ , C) закладочного массива на начальном этапе формирования зон пластических деформаций воспользуемся целевой функцией (8) и проанализируем структуру ее изолиний (рис. 5):

$$\Psi(\varphi, C) = \sum_{j} \sum_{n=n_{\rm l}+1}^{n_{\rm 2}} \left[ \Delta R_j(\varphi, C) - \Delta R_j^* \right]^2 \tag{8}$$

 $n_1$  – шаг, при котором возникают зоны пластических необратимых деформаций ( $n_1 = 10$ ),  $n_2$  – номер последнего расчетного шага.



Рис. 4. Изолинии целевых функций  $T_{ver}(E, v)$  и  $T_{hor}(E, v)$ 

При увеличении ширины выработанного пространства происходит развитие зон с пластическими деформациями все дальше вглубь массива закладки, одновременно с этим растет погрешность в определении прочностных свойств. Отметим, что даже если использовать комбинацию целевых функций аналогично (6) и (7), то это не ведет к уменьшению количества локальных минимумов.



Рис. 5. Изолинии целевой функции  $\Psi(\varphi, C)$  при различной ширине камеры: a)  $W=1.5 \text{ м} (n_2 = 6), 6) W=6 \text{ м} (n_2 = 24), B) W=10 \text{ м} (n_2 = 40)$ 

## Заключение

Представлен подход, позволяющий определить упругие и прочностные свойства закладочного массива по данным об изменениях положения точек контура выработанного пространства, регистрируемых по мере продвижения очистных работ. Данный подход основан на решении обратных коэффициентных задач для двумерной упругопластической модели геосреды. Численные расчеты показали, что для определения упругих параметров массива необходима информация о смещениях точек контура очистной камеры в вертикальном и горизонтальном направлениях, а для определения прочностных характеристик – только в вертикальном.

Необходимо отметить, что отдельные области закладочного массива начинают переходить из упругого состояния в пластическое при сравнительно небольшой ширине камеры. При этом установка измерительных устройств и регистрация их показаний должны осуществляться в непосредственной близости от места ведения очистных работ, что на практике может быть трудно осуществимо.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Хайрутдинов М. М., Шаймярдянов И. К. Подземная геотехнология с закладкой выработанного пространства: недостатки, возможности совершенствования // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2009. – №. 1. – С. 240-250.

2. Zeqiri K. Investigation of the mining accidents at «Stan Terg» mine // Mining Science. – 2020. – Vol. 27. – P. 39-46. DOI: 10.37190/msc202703

3. Голик В.И., Разоренов Ю.И., Дмитрак Ю.В., Габараев О.З. Повышение безопасности подземной добычи руд учетом геодинамики массива // Безопасность труда в промышленности. 2019. – №8. – С. 36-42. DOI: 10.24000/0409-2961-2019-8-36-42

4. Хайрутдинов М. М., Вотяков М. В. Выбор химических добавок для твердеющей закладки на калийных рудниках // Горный информационно-аналитический бюллетень (научнотехнический журнал). – 2007. – №. 6. – С. 218-220.

5. Монтянова А. Н. Обоснование составов твердеющей закладки для алмазодобывающих предприятий Якутии // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2003. – №. 5. – С. 41-44.

6. Борзаковский Б. А., Русаков М., Генкин М. В. Технология добычи руды с закладкой на вяжущем из хлористого кальция // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2014. – №. 4. – С. 284-292.

7. Калмыков В. Н., Белобородов И. С., Григорьев В. В., Сараскин А. В. Изыскание состава и технологии приготовления бесцементных закладочных смесей на основе известковошлакового вяжущего // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2005. – №. 7. – С. 242-245.

8. Белоус Н. Х., Родцевич С. П., Опанасенко О. Н., Крутько Н. П., Шевчук В. В., Дударев Д. Е. Математическое моделирование влияния состава закладочных материалов на их технологические свойства // Химическая промышленность. – 2018. – Т. 95. – №. 6. – С. 307-314.

9. Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. – Л.: Недра, 1989. – 488 с.

10. Адигамов А. Э., Хайрутдинов М. М. Математическое моделирование при определении нагрузок на закладку // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2008. – №. 11. – С. 186-190.

11. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975.

12. Назарова Л.А., Назаров Л.А., Козлова М.П. Роль дилатансии в формировании и эволюции зон дезинтеграции в окрестности неоднородностей в породном массиве // ФТПРПИ. – 2009. – № 5. – С. 3-12.

13. Шемякин Е.И., Курленя М.В., Опарин В.Н. и др. Открытие № 400 СССР. Явление зональной дезинтеграции горных пород вокруг подземных выработок // Бюл. изобрет. – 1992. – № 1.

© А. В. Панов, Н. А. Мирошниченко, 2023