В. Е. Миренков<sup>1</sup>\*

# Определение главных напряжений в массиве пород

<sup>1</sup> Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация \*e-mail: mirenkov@misd.ru

**Аннотация.** В работе рассматривается случай трехмерного деформирования массива пород, моделируемого изотропным шаром. Показано, что боковые отпоры в горизонтальной плоскости перпендикулярной направлению действия собственного веса пород должны быть одинаковыми и монотонно возрастающими с глубиной функциями, стремящимися в пределе к единице. Предложен метод лабораторного определения изменения бокового отпора с глубиной. Показана необходимость ведения экспериментальных исследований зависимости параметров, характеризующих массив пород и процесс расчета напряженно-деформированного состояния как функции глубины.

Ключевые слова: Порода, деформирование, трехмерность, упругость, боковой отпор

V. E. Mirenkov<sup>1</sup>\*

# Determination of the main stresses in the rock mass

<sup>1</sup> Institute of Mining named after N. A. Chinakala SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation \*e-mail: mirenkov@misd.ru

**Abstract.** The paper considers the case of three-dimensional deformation of an array of rocks modeled by an isotropic ball. It is shown that the lateral rebounds in the horizontal plane perpendicular to the direction of the action of the rocks' own weight should be the same and monotonically increasing with depth functions, tending to unity in the limit. A method of laboratory determination of the change in lateral rebound with depth is proposed. The necessity of conducting experimental studies of the dependence of the parameters characterizing the rock mass and the process of calculating the stressstrain states as functions of depth.

Keywords: rock, deformation, three-dimensionality, elasticity, lateral resistance

### Введение

Практическое использование достижений геомеханики, связанное с расчетом на прочность подземных сооружений рассматривается в работах [1-3]. Классический подход предполагает поле главных напряжений нетронутого выработками массива в виде

$$\sigma_z = \gamma(H-z), \ \sigma_x = \lambda_1 \gamma(H-z), \ \sigma_y = \lambda_2 \gamma(H-z), \tag{1}$$

где  $\gamma$ - удельный вес пород, H – глубина от дневной поверхности,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – боковые отпоры в горизонтальной плоскости, принимая ограничения  $0 \le \lambda_1 < 1$ ,  $0 \le \lambda_2 < 1$ . Задача определения (1) в точке массива натурными экспериментами проблема

сложная в теоретическом плане и практической реализации [4, 5], поэтому таких расчетов не только просто мало, но и точность реализации их не контролируется. В работах [1, 3] утверждается, что рассматриваются глубокие горизонты на разных месторождениях, но влияние глубины на расчет напряженно-деформированного состояния даже не обсуждается, хотя этот вопрос не тривиален.

#### Расчетная схема

Массив пород с выработками, как правило, моделируется полуплоскостью, полупространством или плоскостью, пространством (в случае заглубленных ослаблений) и рассматривается в работах [1-3], т.е. область счета напряженнодеформированного состояния таких проблем имеет бесконечно удаленную точку и относится к классу задач Коши [4]. Полезные ископаемые залегают в виде слоев или включений разной формы и направленности относительно дневной поверхности. При этом горный массив может моделироваться однородной изотропной, слоистой, кусочно-однородной или анизотропной средами.

Представим Землю однородным изотропным шаром. Условное разделение на кольцевые слои, ограниченные сферами, может быть связано с расстоянием от дневной поверхности. На рис. 1 выделены слои 1, 2, 3...*n* произвольной мощности. Линии действия напряжений в виде стрелок на рис. 1 проходят через центр Земли, обеспечивая симметрию. Для любого радиуса шара введем главные напряжения, аналогично (1) в виде

$$\sigma_z = \gamma z, \ \sigma_x = \lambda_1 \gamma z, \ \sigma_y = \lambda_2 \gamma z,$$
 (2)

где *z* – расстояние от дневной поверхности до рассматриваемой точки, для определенности положим  $\lambda_1 > \lambda_2$ . Система координат *x*, *y*, *z* связана с радиусом шара. Реальный массив пород разнородный и проведенное усреднение до изотропного достаточно условно. В механике широко используется прием усреднения материала со сложной структурой до изотропного и в большинстве расчетов влияние структуры на результат не значительно [5]. Согласно [6, 7] область, где устанавливаются датчики, требует соответствия выбранного для измерений участка массива данным допущениям о упругой изотропной среде, лежащей в основе теории метода параллельных скважин.

#### Определение бокового отпора

Основной причиной возникновения напряжений в горном массиве является собственный вес пород. Относительно вертикальной составляющей главных напряжений модель (1) распорядилась однозначно, а значения в горизонтальной плоскости определены с точностью до постоянных множителей  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  как части от вертикальной. Образование  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  модель (1) не уточняет, вводя ограничения  $0 \le \lambda_1 < 1, 0 \le \lambda_2 < 1$ . На практике известны случаи, когда в модели (1)  $\lambda_1 > 1$  и  $\lambda_2 > 1$  [1-3]. Для каждого месторождения боковой отпор принимается согласно экспериментам и является величиной постоянной, используемой в расчетах напряжений в окрестности выработок.



Рис. 1. Элемент схемы Земли из слоев 1, 2,...*n*, ограниченных сферами (*R* – радиус)

Для изотропного массива пород горизонтальные направления x и y тождественны и возможно только состояние  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$  в любом слое. Действительно, любой слой (рис. 1) ограничен сферами, на которые действуют сжимающие напряжения  $\gamma z$  (если не учитывать собственный вес пород) и в силу симметрии геометрии и нагрузок давление в направлении осей x и y будет одинаковым.

Таким образом, для расчетов напряженно-деформированного состояния в массиве пород с выработкой можно принять с наименьшей ошибкой

$$\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2},\tag{3}$$

осредняя замеренные в натурных условиях значения главных напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  (если они отличаются незначительно), т.е.  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

Выделим в слоях один и два (рис. 1) элементарные полоски мощностью h, отличающиеся только сжимающими напряжениями  $\sigma_z = \gamma z_1$ , и  $\sigma_z = \gamma z_2$  соответственно и пренебрегая различиями их площадей, зависящих от z (рис. 2). В силу симметрии моделируемой ситуации, смещения периметра полоски в направлении осей x и y определяют боковой отпор, который во втором слое больше, чем в первом. В общем случае, деформации зависят от глубины H, бокового распора  $\lambda$ , коэффициента Пуассона v, модуля Юнга E, удельного веса пород, которые меняются по своим законам, подлежащим определению. Если принять, что с увеличением H достигаются значения  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \rightarrow 1$ ,  $v \rightarrow 0.5$ , то это связано с изменением свойств пород и поэтому уравнения теории упругости не могут объяснить физические процессы в горном массиве. Существенно, что все расчеты о деформировании пород используют МКЭ и не дают ответа на сам процесс.

Можно считать качественно доказанным, что с ростом глубины боковой распор и коэффициент Пуассона сохраняют тенденцию к монотонному возрастанию. Для точного определения достаточно иметь натурные эксперименты на разных глубинах. Возможно придется учитывать зависимость  $\gamma$  и *E* от *H*. Все известные расчеты напряженно-деформированного состояния в окрестности выработок [1-3] не учитывают этот факт, хотя массив тоже изотропный.

Следовательно, боковой отпор  $\lambda$  монотонно возрастает вместе с глубиной, стремясь в пределе к единице. Конечно, скорость возрастания  $\lambda$  на разных глубинах разная и зависимость эту можно определять экспериментально в натурных и лабораторных условиях. Отпор как функцию  $\lambda(z)$  в лабораторных условиях можно определять, помещая плиты из разных пород, но одинаковой толщины под сжимающие напряжения  $\gamma z$ , обеспечивая нулевые смещения u(x) и u(y) по ее периметру (рис. 2). Элемент, изображенный на рис. 2 в изотропном шаре испытывает такое же давление со стороны осей *x* и *y* от соседних идентичных участков и поэтому u(x) = 0, u(y) = 0 по периметру блока. Другими словами, упругую плиту из модельного материала можно нагружать последовательно разным давлением и получать точки, характеризующие зависимость  $\lambda(z)$ . Существенно, что лабораторный эксперимент зависит от шероховатости плит пресса, что искажает результат. Главное в качественном (логическом) доказательстве монотонного возрастания  $\lambda$  (безразмерного).

При бурении глубоких скважин основной результат – в увеличении сопротивления бурению с ростом глубины. Бурение – процесс разрушения пород, залегающих на разной глубине. Породы сопротивляются разрушению, находясь в сжатом состоянии, которое зависит от степени нагружения. Когда достигается гидростатическое поле напряжений в горном массиве породы не разрушены. Полученные на большой глубине керны не дают информации о состоянии пород.



Рис. 2. Схема деформирования слоя с элементарной полоской мощностью *h* 

Можно считать, что с увеличением глубины породы уже не деформируются, т.е. становятся несжимаемыми. С другой стороны, на забое скважины напряжения в породе падают и разрушение возможно. Фиксирование глубины, где происходят изменения сопротивления в процессе бурения, позволит качественно оценить состояние массива на данном участке по длине скважины. По существу, в работе рассматриваются верхние слои Земли, где боковой отпор монотонно возрастает с ростом *z*.

#### Кусочно-однородный массив

Рассмотрение изотропного шара (рис. 1) показывает, что если удельный вес пород не зависит от глубины, то в окрестности дневной поверхности происходит линейное изменение давления  $\gamma z$ . Если один из слоев, ограниченных сферами, кусочно-однородный сжимаемый давлениями  $\gamma H_1$  и  $\gamma H_2$ , то он имеет возможность деформироваться в пределах слоя, заполняя наиболее слабо сопротивляющиеся части пород. На рис. 3 для простоты перешли к двумерному случаю полуплоскости имея ввиду возможность деформации в направлении оси y.

Если один из блоков слоя (рис. 3*a*) имеет большее значение модуля Юнга *E*, то под действием сжимающих напряжений он деформируется меньше всех. Это связано с увеличением давления на этот блок, что приводит к переходу его в состояние нелинейного деформирования (возможно к разрушению). Как следствие, другие блоки слоя начинают дополнительно сопротивляться сжатию и наступает момент, когда давление на блоки выравнивается и все механические величины, характеризующие слой сегодня можно считать приведенными, отличными от вмещающих пород. Здесь  $\gamma_{np}$  – приведенное значение удельного веса пород в слое в процессе релаксации. Линия 1-1 на рис. 3*б* отвечает случаю  $\gamma_1$  для изотропного массива. Для слоя  $\gamma_{np}$  которого больше  $\gamma_1$  вмещающих пород, то напряженное состояние определяется линией 1-2, если наоборот  $\gamma_1 > \gamma_{np}$ , то линия 1-3 определяет закон изменения напряжений при переходе через слой с ростом *z*, где линии 2 и 3 параллельны (рис. 3*б*) и эту закономерность можно использовать когда слоев несколько.



Рис.3. Схема сжатия слоя изотропными породами: *а* – слой, состоящий из различных пород 1, 2, 3,...; *б* – схема изменения давления при переходе через слой (линии 1-1, 1-2, 1-3)

Если собрать на одном рисунке все зависимости удельного веса пород от свойств слоев и их расположение в шаре с глубиной, то получим набор кривых располагающихся вокруг прямой изображающей однородный шар, для которого необходимо получить упр. Последняя является осредняющей на все случаи, для которых проводились эксперименты. Здесь не учитывается изменение  $\gamma$  от сжатия. На рис. 4 приведены схемы обсуждаемых закономерностей изменения уг и у , связанные с возможным чередованием слоев. На рис. 4а представлены различные слои пород, отличающихся удельным весом и расположенные случайным образом. При увеличении глубины разрывы удельных весов слоев отклоняются в ту или иную сторону от среднего значения  $\gamma_0$  представляя кусочно постоянную линию скачков (рис. 4*a*) однозначно определяют изменения  $\gamma z$  (рис. 4*б*). На рис. 46 изображено изменение функции  $\gamma z$  в пределах участка  $H_1H_4$ , представляющую непрерывную кусочно-линейную изменяющуюся от слоя к слою кривую. Прямая на рис. 4б отвечает случаю кусочно-однородного шара, которому соответствует рассматриваемая средняя закономерность изменения  $\gamma = \gamma_0 = \gamma_{np} = const.$  Функция давления  $\gamma z$  представляет непрерывную кусочно-линейную линию на рис. 46, от слоя к слою повторяющая график  $\gamma$  (рис. 4*a*).



Рис. 4. Схема изменения удельного веса пород и давления с глубиной: a -эпюра  $\gamma$  пород по слоям;  $\delta -$ график изменения давления с ростом z.

## Заключение

1. Моделирование массива пород изотропным шаром позволило установить равенство боковых отпоров в горизонтальной плоскости и монотонность их возрастания с ростом глубины.

2. Рассмотрены ситуации, когда в изотропном шаре: один из слоев кусочнооднородный; все слои отличаются только упругими характеристиками. Условия тысячелетней релаксации напряжений определяют качественное поведение бокового отпора, как и в изотропном случае.

3. Предложен экспериментальный метод определения характера поведения бокового отпора, нагружая последовательно возрастающими напряжениями один и тот же слой.

4. Для данной глубины определяется приведенное значение удельного веса пород, которое позволяет установить среднюю зависимость роста напряжений с глубиной.

5. Показана необходимость ведения экспериментальных исследований зависимости параметров, характеризующих массив пород и процесс расчета напряженно-деформированного состояния около выработок как функции глубины.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зубков А.В. Закономерности формирования напряженно-деформированного состояния земной коры Урала во времени // Литосфера. – 2010. - № 1. – С. 84-93

2. Reiter K., Heidbach O. 3-D geomechanical-numerical model of the contemporary crustal stress state in the Alberta Basin (Canada) // Solid Earth. – 2014. - № 5. – P. 1123-1149.

3. Snelling P.E., Godin L., Mc Kinnon S.D. The role of geologic structure and stress in triggering remote seismicity in Creighton Mine, Sudbury, Canada // J. of Rock Mech. and Min. Sci. – 2013, - Vol. 58. – P. 166-179.

4. Соболев С.Л. Уравнения математической физики

5. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука. – 1988. – 712 с.

6. Alireza Maghsoudi, Behzad Kalantari. Monitoring Instrumentation in underground structuring // J. of Civil Engineering. 2014. No 4. – P. 135-146.

7. Курленя М.В., Барышников В.Д., Барышников Д.В., Гахова Л.Н., Качальский В.Г., Хмелинин А.П. Разработка и совершенствование скважинных методов оценки и контроля напряженно-деформированного состояния инженерных горных сооружений // ФТПРПИ. – 2019. - № 4. – С. 182-195.

© В. Е. Миренков, 2023