

*В. И. Машуков<sup>1\*</sup>, В. Д. Барышников<sup>1</sup>, Д. В. Барышников<sup>1</sup>*

## **Вычисление упругих констант горной породы по данным натуральных экспериментов, выполненных методом параллельных скважин**

<sup>1</sup>Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация  
\* e-mail: mvimash@gmail.com

**Аннотация.** Метод параллельных скважин относится к классу прецизионных методов измерения деформационных свойств горных пород и напряжений непосредственно в горном массиве. Основным конкурентным преимуществом метода параллельных скважин по сравнению, например, с методами полной или частичной разгрузки является возмущающее воздействие на измерительные датчики из скважины, соседней к той, где расположены эти датчики. Но это порождает и сложности в традиционном проведении экспериментальных измерений: необходимо обеспечить или параллельность измерительной и возмущающей скважин, или с помощью специального оборудования контролировать непараллельность скважин. Как то, так и другое, значительно усложняют проведение экспериментальных измерений. В данной статье изложены результаты разработки новых вычислительных алгоритмов для обработки данных измерения упругих констант горной породы методом параллельных скважин, которые, по сравнению с применяемыми алгоритмами, позволяют: а) обрабатывать данные экспериментальных измерений с толщиной перемычки между скважинами меньше радиуса измерительной скважины, что повышает уровень измеряемых смещений и уменьшает количество отбраковываемых скважин; б) математически определять отклонение скважин от параллельности и учитывать это при обработке данных измерений, что уменьшает количество отбраковываемых скважин и повышает производительность труда экспериментаторов.

**Ключевые слова:** метод параллельных скважин, определение упругих констант, горный массив, математическое обеспечение эксперимента

*V. I. Mashukov<sup>1\*</sup>, V. D. Baryshnikov<sup>1</sup>, D. V. Baryshnikov<sup>1</sup>*

## **Calculation of elastic constants according to field experiments, performed by the method of parallel wells**

<sup>1</sup>Chinakal Institute of Mining Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation  
\* e-mail: vmimash@gmail.com

**Abstract.** The parallel wells method belongs to the class of precision methods for measuring the deformation properties of rocks and stresses directly in the rock mass. The main competitive advantage of the parallel wells method in comparison, for example, with methods of full or partial unloading, is the disturbing effect on the measuring sensors from the well adjacent to the one where these sensors are located. But this also creates difficulties in the traditional conduct of experimental measurements: it is necessary to ensure either the parallelism of the measuring and disturbing wells, or with the help of special equipment to control the non-parallelism of the wells. Both of these significantly complicate the experimental measurements. This article presents the results of the development of new computational algorithms for processing the data of measuring the elastic constants of rock by the method of parallel wells, which, in comparison with the algorithms used, allow: a) process data of experimental measurements with the thickness of the partition between the wells is less than the radius of the measuring well, which increases the level of measured displacements and reduces the number of rejected wells; b) mathematically determine

the deviation of wells from parallelism and take this into account when processing measurement data, which reduces the number of rejected wells and increases the productivity of experimenters.

**Keywords:** method of parallel wells, determination of elastic constants, rock massif, mathematical support of the experiment

### *Введение*

В монографии [1, 1983 г.] изложены теоретические основы метода параллельных скважин и методики применения этого метода на практике. За прошедшие годы определились основные проблемы, которые необходимо решить для развития метода.

Это, прежде всего, отклонение от параллельности измерительной и нагрузочной скважин. Результатом этого отклонения является отбраковка пробуренных скважин, что снижает производительность труда экспериментаторов и удорожает проведение экспериментов.

Разработанное в 1983 г. программное обеспечение для обработки результатов экспериментов не позволяло проводить вычисления для близко расположенных скважин, когда ширина перемычки между скважинами оказывалась меньше диаметра измерительной скважины. По этой причине также отбраковывались пробуренные пары скважин.

Методика обработки результатов измерений не позволяла вычислить модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Вычислялся только специальный модуль  $J_k$ , что затрудняло использовать результаты измерений в расчётах.

В статье изложены результаты теоретических исследований и разработок вычислительных алгоритмов и программного обеспечения, которые позволили решить перечисленные выше проблемы.

Работа выполнена в рамках проекта «Исследование и моделирование поведения породного массива при физических воздействиях, модернизация и создание способов и средств мониторинга состояния породного массива при добыче полезных ископаемых в сложных горно – геологических условиях», номер №121052500138-4.

### *Схема эксперимента*

Из выработки в горный массив забуриваются две скважины: измерительная и нагрузочная.

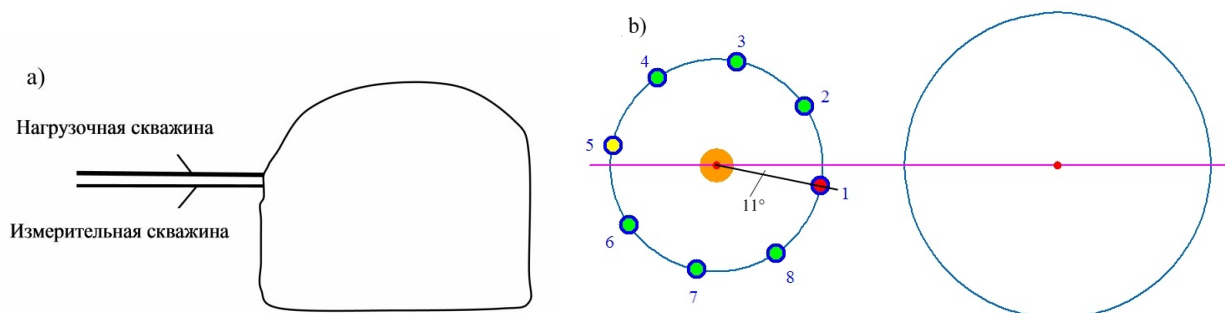


Рис. 1. а) Выработка, измерительная и нагрузочная скважины. б) Устья скважин

Устья скважин располагаются так, чтобы расстояние между ними было меньше наибольшего из диаметров скважин. Минимальное расстояние между скважинами ограничивается прочностью перемычки между скважинами. Угол между прямой, соединяющей центры скважин и линией горизонта может быть любым. Скважины бурятся так, чтобы быть как можно параллельней друг другу. Добиться полной параллельности, безусловно, не удаётся. Но в методике обработки результатов эксперимента предусмотрен учёт отклонений от параллельности, позволяющий снизить процент бракуемых экспериментов.

В измерительную скважину помещается измерительный прибор – деформометр. Деформометр измеряет смещения стенок измерительной скважины с помощью четырёх пар датчиков, оппозитно расположенных друг к другу по контуру скважины с одинаковыми углами между парами [2].

На рис. 1 показан деформометр, установленный в измерительную скважину с углом  $-11^\circ$  между первой парой тензодатчиков и осью, соединяющей центры скважин.

В нагрузочную скважину помещается нагрузочное устройство так, чтобы центры деформометра и нагрузочного устройства расположились напротив друг друга по длине скважин. Нагрузочное устройство создаёт равномерное давление на стенку скважины [2].

В цикле измерений с помощью нагрузочного устройства создаются несколько уровней давления на стенку скважины, и при этих уровнях давления измеряются смещения стенок измерительной скважины по данным четырёх пар датчиков.

### *Данные измерений*

Типичные данные экспериментальных измерений представляются в виде таблицы 1.

*Таблица 1.*

Цикл нагрузки – разгрузки нагрузочной скважины

Давление, МПа	1	2	3	4
4	-0.221E-2	-0,37E-3	0.16E-2	0.23E-3
6,4	-0.482E-2	-0.92E-3	0.325E-2	0.31E-3
8,8	-0.736E-2	-0.124E-2	0.498E-2	0.62E-3
11,2	-0.976E-2	-0.151E-2	0.684E-2	0.89E-3
8,8	0.799E-2	-0.126E-2	0.566E-2	0.82E-3
6,4	-0.571E-2	-0.85E-3	0.404E-2	0.6E-3
4	-0.361E-2	-0.53E-3	0.223E-2	0.26E-3

В таблице 1 представлены смещения стенок измерительной скважины, измеренные четырьмя парами датчиков в цикле нагрузка – разгрузка. Нагрузка и разгрузка производились с шагом 2.4 МПа.

## Ожидаемые результаты

При вычислении упругих констант горной породы предполагалось, что в сечении, ортогональном оси измерительной скважины, напряжённое состояние соответствует плоской деформации. В этом случае напряжения в плоскости не зависят от упругих констант, если главный вектор усилий, приложенных к границе области деформирования, равен нулю. В рассматриваемом случае это условие выполнено, что упрощает обработку экспериментальных данных. Смещения в задаче плоской деформации зависят от упругих констант.

В результате решения упругой задачи (плоская деформация упругой плоскости с двумя круговыми вырезами) [3] вычисляется функция  $u(\alpha)$ , представляющая собой сумму проекций смещений на радиус измерительной скважины в двух точках поверхности измерительной скважины, отстоящих друг от друга на угол  $\pi$ .

Типичный график функции  $u(\alpha)$  представлен на рис. 2 (сплошная линия). Точками на рис. 2 показаны типичные данные экспериментальных измерений:

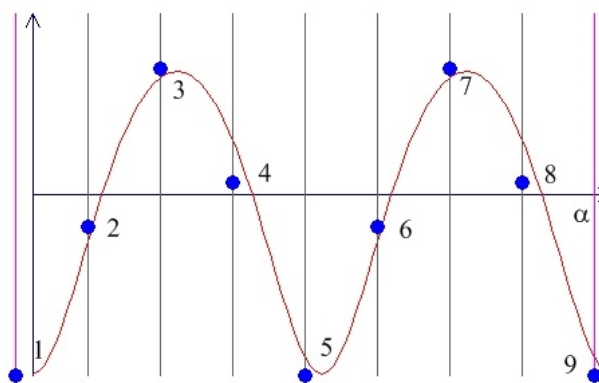


Рис. 2. Теоретический график функции  $u(\alpha)$  (сплошная линия) и изменения диаметра измерительной скважины, измеренные экспериментально (точки)

Теоретические смещения на первом шаге обработки экспериментальных данных вычисляются исходя из прогнозных значений упругих констант модуля Юнга  $E$  и коэффициента Пуассона  $\nu$ . Это является некоторым произволом, но позволяет уточнить угол между первой парой датчиков деформометра и линией, соединяющей центры скважин, что важно для дальнейшей обработки экспериментальных данных. Уточнения вносятся двух типов:

- уточнения об отклонении деформометра от стандартного положения при установке, представленные экспериментаторами;
- уточнения, выявленные при сравнении теоретической кривой с данными эксперимента.

Один из подходов к оперативному учёту отклонения деформометра от запланированного положения относительно возмущающей скважины предложен в [4].

На рис. 3 представлены графики теоретической и экспериментальной кривых после коррекции:

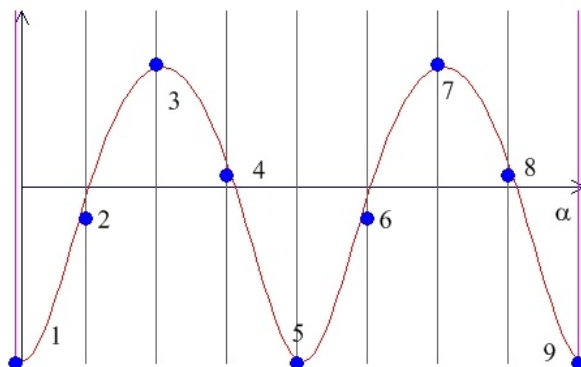


Рис. 4. Теоретическая и экспериментальная кривые до и после коррекции

Сплошная линия в результате коррекции сдвинута по горизонтали на  $\approx 11^\circ$  влево.

В процессе бурения нагрузочная скважина может отклониться от параллельности по отношению к измерительной скважине. На рис. 3 – 4 это выразится в сдвиге теоретической кривой по горизонтали относительно точек, т.к. линия, соединяющая центры скважин, повернётся относительно деформометра, и, кроме того, теоретическая кривая сдвинется вверх или вниз относительно точек, если изменится расстояние между скважинами.

На следующем этапе определяются упругие константы. Константы определяются путём минимизации функционала:

$$F(\lambda, \mu) = \sum_{i=1}^{i=4} (u(\alpha_i) - u_e(\alpha_i))^2. \quad (1)$$

$u(\alpha_i)$  – теоретические значения смещений стенок измерительной скважины,  $u_e(\alpha_i)$  – смещения, измеренные в эксперименте.

$\lambda, \mu$  – константы Ламэ:

$$\lambda = \frac{\nu \cdot U}{(1+\nu) \cdot (1-2 \cdot \nu)}, \mu = \frac{U}{2 \cdot (1+\nu)}. \quad (2)$$

Функционал (1) нелинейный, и для его минимизации применяется метод наискорейшего спуска. Для вычисления очередной итерации необходимо вычислить первые и вторые производные по упругим константам. Для этого решаются пять граничных задач теории упругости для плоскости с двумя круговыми отверстиями, и для них вычисляются значения функционала (1). Задачи решаются программой, разработанной на основе алгоритма линейных комбинаций [2]. Эти граничные задачи отличаются значениями упругих констант:

1. текущие значения констант  $(\lambda_0, \mu_0) \rightarrow F(\lambda_0, \mu_0)$ ;

2. увеличенная  $\lambda_+ = (1 + 10^{-3}) \cdot \lambda_0 \rightarrow F(\lambda_+, \mu_0)$ ;
3. уменьшенная  $\lambda_- = (1 - 10^{-3}) \cdot \lambda_0 \rightarrow F(\lambda_0-, \mu_0)$ ;
4. увеличенная  $\mu_+ = (1 + 10^{-3}) \cdot \mu_0 \rightarrow F(\lambda_0, \mu_+)$ ;
5. уменьшенная  $\mu_- = (1 - 10^{-3}) \cdot \mu_0 \rightarrow F(\lambda_0, \mu_-)$ .

Первые и вторые частные производные функционала  $F(\lambda_0, \mu_0)$  вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_0, \mu_0} &= \frac{F(\lambda_+, \mu_0) - F(\lambda_0-, \mu_0)}{2 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda_0}, \quad \left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \mu} \right|_{\lambda_0, \mu_0} = \frac{F(\lambda_0, \mu_+) - F(\lambda_0, \mu_-)}{2 \cdot 10^{-3} \cdot \mu_0}, \\ \left. \frac{\partial^2 F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda_0, \mu_0} &= \frac{F(\lambda_+, \mu_0) + F(\lambda_0-, \mu_0) - 2 \cdot F(\lambda_0-, \mu_0)}{10^{-6} \cdot \lambda_0^2}, \\ \left. \frac{\partial^2 F(\lambda, \mu)}{\partial \mu^2} \right|_{\lambda_0, \mu_0} &= \frac{F(\lambda_0, \mu_+) + F(\lambda_0, \mu_-) - 2 \cdot F(\lambda_0, \mu_0)}{2 \cdot 10^{-6} \cdot \mu_0^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Итерационный процесс для вычисления упругих констант начинается с некоторых правдоподобных констант для горной породы, в которой проводились экспериментальные измерения  $\lambda_e, \mu_e$ . Стартовые константы могут быть взяты, например, из справочника.

Если:

$$\left| \left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_j, \mu_j} \right| < 0.1 \cdot |\lambda_j| \cdot \left| \left. \frac{\partial^2 F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda_j, \mu_j} \right|,$$

тогда:

$$\lambda_{j+1} = \lambda_j - 0.5 \cdot \frac{\left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_j, \mu_j}}{\left. \frac{\partial^2 F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda_j, \mu_j}}.$$

Если:

$$\left| \left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_j, \mu_j} \right| \geq 0.1 \cdot |\lambda_j| \cdot \left| \left. \frac{\partial^2 F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda_j, \mu_j} \right|,$$

тогда:

$$\lambda_{j+1} = \lambda_j - 0.1 \cdot \frac{\lambda_j \cdot \left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_j, \mu_j}}{\left| \left. \frac{\partial F(\lambda, \mu)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_j, \mu_j} \right|}.$$

Аналогично вычисляется  $\mu_{j+1}$ .

Итерации заканчиваются, если:

$$|F(\lambda_{j+1}, \mu_{j+1}) - F(\lambda_j, \mu_j)| < 0.0001 \cdot \sum_{i=1}^4 u_e(\alpha_i)^2.$$

Результаты расчётов для данных из таблицы 1:

Таблица 2

	Нагрузка	Разгрузка
$U$	0.7474E+5	0.8634E+5
$\nu$	0.22	0.294

### Заключение

Приведённые в статье результаты показывают, что данные экспериментальных измерений методом параллельных скважин содержат в себе не только сведения о смещениях стенок измерительной скважины, но и сведения об отклонении скважин от параллельности. Последнее очень важно с точки зрения повышения точности обработки результатов измерений и с точки зрения снижения затрат на выполнение измерений. Затраты снижаются по следующим причинам:

- нет необходимости привлекать для проведения экспериментальных измерений дополнительное оборудование, позволяющего измерить параметры отклонения скважин от параллельности;
- уменьшается число пробуренных скважин отбраковываемых из-за непараллельности;
- уменьшаются затраты рабочего времени научных сотрудников и рабочих на проведение натурных экспериментальных измерений.

В настоящее время в ИГД СО РАН разрабатывается деформометр с восемью парами тензодатчиков, что увеличит эффективность использования изложенных в статье алгоритмов.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Курленя М.В., Попов С.Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. // Новосибирск: Наука, Сиб. отд. РАН, 1983, -99 с.
2. Пат. 26992995 РФ. Способ определения напряжённо – деформированного состояния массива горных пород методом параллельных скважин / В.Д. Бырышников, ДВ. Бырышников, А.П. Хмелинин // Оpubл. В БИ.- 2019. - № 25.
3. Машуков В.И. Метод внешнего слоя для решения краевых задач теории упругости // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. - Новосибирск, 2017. - Т. 20. № 3. - С. 289-296.
4. В.Д. Бырышников, ДВ. Бырышников, Д.А. Утев. Контроль отклонения соосности скважин при определении напряжений в массиве методом параллельных скважин // ФТПРПИ. – 2021. –Т. 8. -№ 2. –С. 20 – 24.

© В. И. Машуков, В. Д. Барышников, Д. В. Барышников, 2023