

И. А. Кулишов^{1}, В. Ф. Канушин¹, Д. Н. Голдобин¹*

Разработка и исследование метода повышения точности глобальной модели гравитационного поля Земли

¹ Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация
* e-mail: ivan.kulishov@mail.ru

Аннотация. Для реализации практических и теоретических задач в различного рода сферах знаний, таких как науки о Земле, нужны глобальные модели геопотенциала Земли с высокой точностью и с высоким пространственным разрешением. В наши дни научная литература обладает большим количеством публикаций, посвященных современным глобальным моделям геопотенциала Земли, составленным по результатам мониторинга различных низкоорбитальных космических миссий. При этом главным математическим инструментом выступает разложение в ряд Фурье по системе сферических функций. Все же, при помощи данного инструмента, лишь путем увеличения максимальной степени N разложения ряда, не получается повысить точность и разрешающую способность модели геопотенциала Земли, до необходимой в данное время точности и пространственного разрешения. Поэтому целью данного исследования является создание уточненной глобальной модели гравитационного поля Земли, с применением наземных гравиметрических данных. В работе представлено поэтапное применение данного способа, а именно: на первом этапе по имеющимся неравномерно распределенным наземным гравиметрическим данным определяются средние значения аномалии силы тяжести для равновеликих трапеций; на втором, путем исключения из наземных аномалий силы тяжести аномалий, полученных по данным модели геопотенциала, определяются остаточные средние значения аномалии силы тяжести для равновеликих трапеций; на третьем этапе выполняется гармонический анализ остаточных средних значений аномалии силы тяжести, в результате которого получаются поправки к гармоническим коэффициентам глобальной модели геопотенциала. В результате применения предлагаемого метода уточнения глобальных моделей получено: точность глобальной модели квазигеоида XGM2019 улучшилась на 2,4 мм; точность глобальной модели квазигеоида GAO2012 улучшилась на 1мм.

Ключевые слова: аномалия силы тяжести, цифровая модель, глобальная модель гравитационного поля Земли

I. A. Kulishov^{1}, V. F. Kanushin¹, D. N. Goldobin¹*

Development and research of methods for increasing the accuracy of global models of the Earth's gravitational field

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation
* e-mail: ivan.kulishov@mail.ru

Abstract. To implement practical and theoretical problems in various fields of knowledge, such as Earth sciences, global models of the Earth's geopotential with high accuracy and high spatial resolution are needed. Nowadays, the scientific literature has a large number of publications devoted to modern global models of the Earth's geopotential, compiled based on the results of monitoring various low-orbit space missions. In this case, the main mathematical tool is the expansion in a Fourier series in terms of a system of spherical functions. Nevertheless, with the help of this tool, only

by increasing the maximum degree N of the expansion of the series, it is not possible to increase the accuracy and resolution of the Earth's geopotential model to the accuracy and spatial resolution required at a given time. Therefore, the purpose of this study is to create an updated global model of the Earth's gravitational field, using ground-based gravimetric data. The paper presents a step-by-step application of this method, namely: at the first stage, according to the available unevenly distributed ground gravimetric data, the average values of the gravity anomaly for equal-sized trapezoids are determined; at the second, by excluding from the ground gravity anomalies the anomalies obtained from the data of the geopotential model, the residual average values of the gravity anomaly for equal-sized trapezoids are determined; at the third stage, a harmonic analysis of the residual average values of the gravity anomaly is performed, as a result of which corrections to the harmonic coefficients of the global geopotential model are obtained. As a result of applying the proposed method for refining global models, the following results were obtained: the accuracy of the global model of the quasi-geoid XGM2019 improved by 2.4 mm; the accuracy of the GAO2012 global quasi-geoid model has improved by 1mm.

Keywords: gravity anomaly, digital model, global model of the Earth's gravitational field

Введение

Для реализации практических и теоретических задач в различного рода сферах знаний, таких как науки о Земле, космической отрасли и навигации необходимы глобальные модели геопотенциала Земли с высокой точностью и пространственным разрешением. В настоящее время увеличивается количество научных публикаций, посвященных исследованию современных моделей геопотенциала, созданных по результатам работы различных низкоорбитальных космических миссий, и их анализу с использованием наземных измерений [1, 2, 3, 4]. Основным математическим инструментом таких исследований является метод разложения коэффициентов геопотенциала в ряд Фурье по системе сферических функций [5]. При помощи данного инструмента путем увеличения максимальной степени N разложения ряда разработчикам моделей геопотенциала не удается повысить их точность и пространственное разрешение. Целью данной работы является разработка и исследование метода повышения точности глобальных моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ). Предлагаемый авторами метод основан на использовании неравномерно распределенных наземных гравиметрических данных для уточнения глобальной модели геопотенциала.

Методы и материалы

Основываясь на цели и задачах была составлена блок-схема выполнения алгоритма уточнения глобальной модели гравитационного поля Земли (рис. 1).

Исходной информацией в данной работе являются гравиметрические карточки с измеренным значением силы тяжести на территорию Земли (рис. 2). Измерения, записанные на карточках, проводились от начала до середины XX века, маятниковыми гравиметрами, соответственно точность предоставляемой информации будет в пределах 1 мГал.

Начальным этапом подготовки исходных данных служит процесс оцифровки гравиметрических карточек. В этом процессе выполняется выборочная запись информации, а именно записывается в табличный вид по пунктам: широта,

долгота, высота, год и измеренное значение силы тяжести (рис. 3). По итогу записи данных было набрано 10 455 точек.



Рис. 1. Блок схема алгоритма уточнения глобальной модели гравитационного поля Земли

Страна: *И. Земля* Исходный пункт: *Кембридж (милл)* g *981,2603*

№ п.п.	Название пункта	φ широта	λ долгота	H высота в метр.	ρ плотность земной коры	Наблюдатели	Год	Наблюденная величина g	g_0	$g' - g$	g''
350	<i>Отантун</i> <i>Отугау</i>	<i>46°01'8"</i>	<i>167°59'8"</i>	<i>50</i>	<i>2,67</i>		<i>1947</i> <i>55</i>	<i>980,7675</i>	<i>980,7829</i>		<i>980,7773</i>

Рис. 2. Пример гравиметрической карточки

Широта, φ °'		Долгота, λ °'		Высота, h	g, наблюден.	Год
48	20,3	-100	-26	451	980819	1915
48	58,1	-97	-14,9	243	980922	1910
49	14,3	-98	-32,3	490	980899	1930-1932
49	16,3	-100	-59,2	443	980886	1930-1932
49	50,9	-99	-56,8	371	980958	1930,19
49	50,9	-99	-56,7	366	98096	1915

Рис. 3. Часть Excel таблицы записанных данных

В подготовке исходных данных был произведен пересчет широт и долгот в десятичные градусы, также в процессе работы были выявлены морские измерения, поэтому потребовалось выделить их в отдельную таблицу. Данный процесс происходил следующим образом: в программном продукте ArcMap была создана карта Земли и наложены на нее все записанные точки, после с помощью функции выборки были выбраны точки, что находятся вне границ материков, и результат данной выборки являлся морскими измерениями. После была убрана грубая информация, найдены и удалены дублированные значения. Из 10 455 точек осталось 9 550 точек. Следом из оставшихся точек было проведено сравнение измеренного значения силы тяжести с модельным, спутниковым. Оценка проводилась с учетом следующих критериев: чем меньше разница наземных и модельных параметров тем, соответственно точнее предоставляемая информация; высотные значения на карточках записаны от разных систем высот; данные на гравиметрических карточках фиксировались в разное время и от разных исходных гравиметрических пунктах. Исходя из выше перечисленных факторов оптимальный диапазон измерений будет в пределах ± 10 мГал. Тем самым количество точек после сравнения составило 6 331 шт (рис. 4).

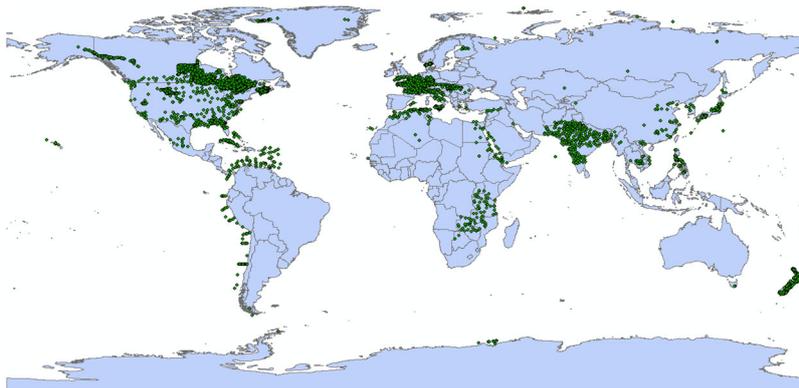


Рис. 4. Полученное распределение 6 331 точки, на территорию Земли

Далее были определены остаточные аномалии силы тяжести δg как разности между наземными аномалиями силы тяжести и аномалиями силы тяжести, полученными по данным исходной модели геопотенциала:

$$\delta g = \Delta g - \gamma(\varphi) \sum_{n=2}^N (n-1) \left(\frac{a_e}{r}\right)^n * \sum_{m=0}^n (\Delta \bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \cdot \bar{P}_{nm}(\sin \varphi) \quad (1)$$

где φ, λ, r – сферические координаты пункта; $\bar{P}_{nm}(\sin \varphi)$ – полностью нормированные присоединенные функции Лежандра; $\Delta \bar{C}_{nm}, \Delta \bar{S}_{nm}$ – разности коэффициентов нормированных сферических функций реального и нормального полей; $\gamma(\varphi)$ – значение нормальной силы тяжести; a_e – большая полуось эллипсоида; гармонические коэффициенты \bar{C}_{nm} и \bar{S}_{nm} современных высокостепенных глобальных моделей геопотенциала.

Следующим этапом блок схемы создается равновеликая сетка трапеций размером 15×15 минут, данный процесс выполнялся в программе Grid Creator (рис. 5).

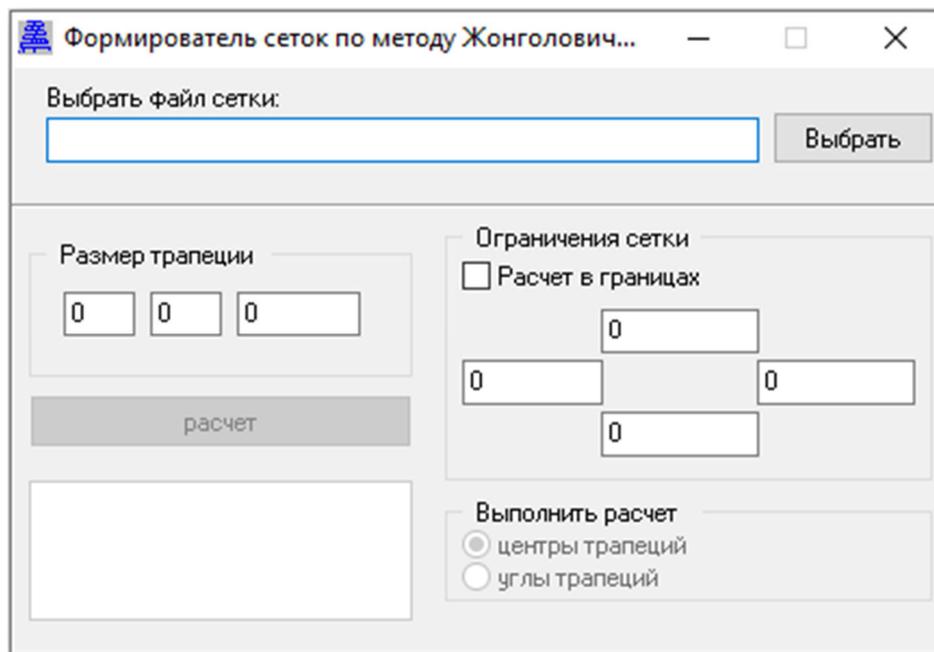


Рис. 5. Окно программы Grid Creator

Для выполнения работы было создано 2 файла сеток, а именно сетки центров и углов трапеций с размером $15'$. Далее полученные файлы были приведены в формат excel таблиц, и добавлены в виде табличного слоя в программный продукт ArcMap. Следующим шагом стало создание точек по загруженным таблицам с помощью функции отображения данных [6]. Для выполнения поставленной цели требуется создать полигоны по угловым точкам равновеликой сетки, для этого использовался модуль построения линии видимости [7], в инструментах 3D Analyst, создаются линии, соединяющие углы равновеликой сетки.

Затем, выполнялось объединение созданных линий в полигоны, при помощи модуля «Объект в полигон» из раздела управления данными [8]. Итогом выполнения этого процесса стал слой полигонов равновеликой сетки трапеций (рис. 6).

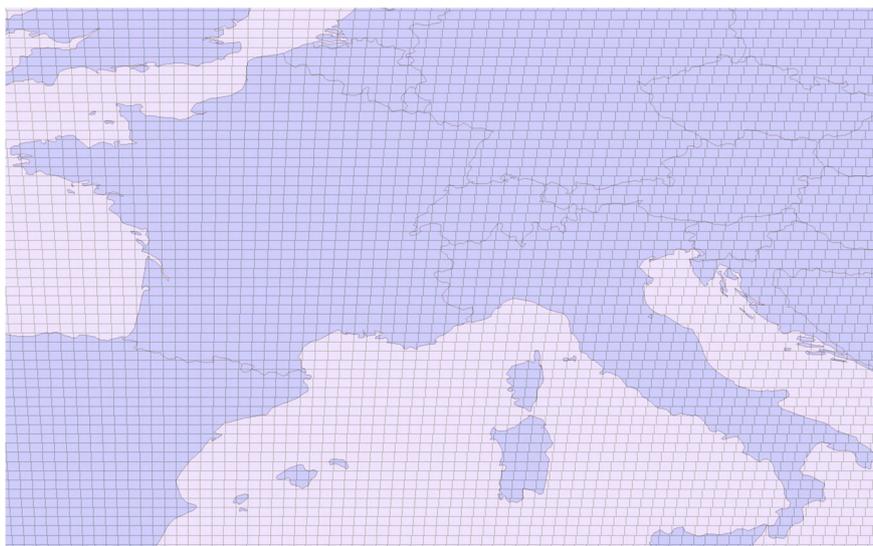


Рис. 6. Созданные полигоны на территории центральной Европы

Следующим шагом создается сетка средних значений остаточных аномалий силы тяжести по равновеликим трапециям. Для этого первым шагом нужно создать пространственное соединение точечного слоя с полигональным [9], уникальный id полигона присваивается точкам, входящим в этот полигон, далее с помощью пространственной статистики, усредненный центр [10], вычисляется среднее значение остаточных аномалий силы тяжести в полигоне (рис. 7). На представленном изображении показан результат проведенных действий на территории центральной Европы, синими точками отмечены усредненные значения по полигонам.

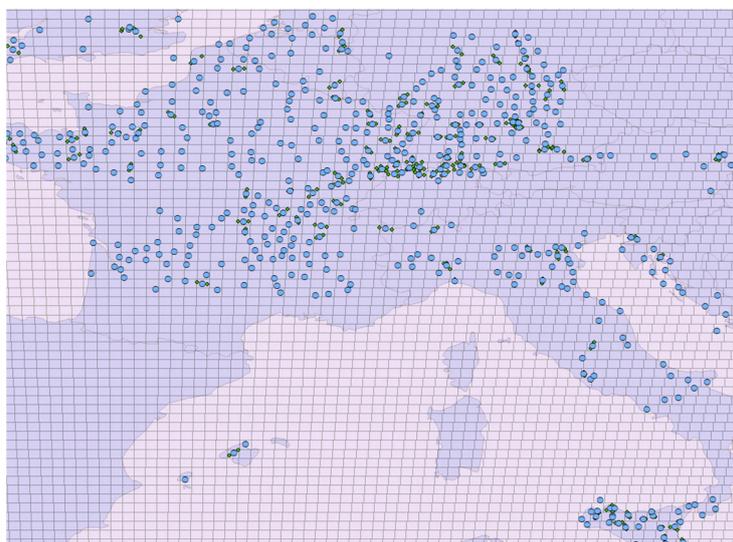


Рис. 7. Расчет среднего значения остаточных аномалий силы тяжести для полигонов на центральную Европу

Далее добавляется точечный слой центров полигонов, ранее созданный с помощью программы Grid Creator, создаются соединения между полигонами и

центрами по уникальному id, и также по уникальному id выполняется связь рассчитанных средних значений остаточных аномалий силы тяжести Δg с центрами полигонов. Результатом данного соединения будет итоговая таблица данных.

Следующим шагом является разложение полученного поля остаточных аномалий силы тяжести по системе сферических функций в ряд Фурье:

$$\delta g(\varphi, \lambda) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n [a_{nm} \Psi_{nm}(\varphi, \lambda) + b_{nm} \Omega_{nm}(\varphi, \lambda)], \quad (2)$$

где Ψ_{nm}, Ω_{nm} – сферические функции степени n и порядка m , имеют вид:

$$\left. \begin{matrix} \Psi_{nm}(\varphi, \lambda) \\ \Omega_{nm}(\varphi, \lambda) \end{matrix} \right\} = P_{nm}(\sin \varphi) \begin{cases} \cos m\lambda \\ \sin m\lambda \end{cases} \quad (3)$$

где $P_{nm}(\sin \varphi)$ – присоединенные функции Лежандра.

Так как система сферических функций ортогональна на сфере, то гармонические коэффициенты a_{nm} и b_{nm} в разложении определяются методом Фурье по следующим формулам:

$$\begin{aligned} a_{nm} &= \frac{(\delta g, \Psi_{nm})}{\|\Psi_{nm}\|^2}, & n &= 0, 1, 2, \dots, N \\ & & m &= 0, 1, 2, \dots, n \\ b_{nm} &= \frac{(\delta g, \Omega_{nm})}{\|\Omega_{nm}\|^2}, & n &= 0, 1, 2, \dots, N \\ & & m &= 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

Вычисление гармонических коэффициентов выполнено с помощью программного продукта KPP1v2.4.1.1 [11]. Загружен полученный файл с средним значением остаточных аномалий сил тяжести в центрах трапеций, после заданы параметры обработки: степень разложения N ; размер сферической трапеции, согласно теореме Котельникова соответствующий этой степени разложения $180^\circ/N$; задан формат коэффициентов gfc.

Далее после получения файла коэффициентов разложения остаточных аномалий, выполняется перерасчет полученных данных в модельные параметры, для этого необходимо воспользоваться формулой перехода коэффициентов разложения по сферическим функциям аномалий сил тяжести [12],

$$\begin{aligned} \Delta C_{nm} &= \frac{1}{\gamma^{(n-1)}} A_{nm} \\ S_{nm} &= \frac{1}{\gamma^{(n-1)}} B_{nm} \end{aligned} \quad (5)$$

где γ – среднее значение нормальной силы тяжести; n – номер степени; A_{nm} и B_{nm} – полученные коэффициенты разложения.

После перерасчета коэффициентов необходимо прибавить их к модельным параметрам, тем самым внести поправку за измеренное значение силы тяжести, итогом будет уточненная модель. Данный процесс уточнения был применен к моделям XGM2019 –720 степени и GAO2012 –360 степени. Сделано это было для того, чтобы при оценке точности можно было сравнить применение данного метода на примере двух разностепенных моделей.

Оценка точности полученных моделей производилась в виде независимого контроля, то есть на той территории, где наземные измерения не участвовали в процессе уточнения. Для этого был взят участок Западной Сибири, и был произведен статистический анализ исходной и исправленной модели.

Результаты

Результат в виде статистических данных исходной и уточненной глобальной модели гравитационного поля Земли XGM2019 представлено в табл. 1, а также статистические данные по исходной и уточненной модели GAO2012 представлены в табл. 2.

Таблица 1

Сравнение статистического анализа исходной и уточненной модели XGM2019

	Исходная модель XGM2019	Уточненная модель XGM2019
Количество значений	190	190
Минимум	-0,202	-0,550
Максимум	0,232	-0,148
Диапазон	0,434	0,402
Среднее	0,034	-0,328
Стандартное отклонение	0,079	0,077

Таблица 2

Сравнение статистического анализа исходной и уточненной модели GAO2012

	Исходная модель GAO2012	Уточненная модель GAO2012
Количество значений	190	190
Минимум	-0,446	-0,550
Максимум	0,628	0,524
Диапазон	1,074	1,074
Среднее	0,112	0,015
Стандартное отклонение	0,186	0,185

Обсуждение

Исходя из итоговой таблицы 1, можно заметить, что показатель стандартного отклонения исходной модели равен 7,9 см, а у уточненной модели составляет 7,7 см, соответственно, полученная модель стала точнее на 2 мм. При этом если посмотреть на показатель среднего значения, то видно, что произошло смещение диапазона значений относительно 0. Показатель среднего значения у исходной модели 0,034, а у уточненной -0,328, разница при этом равна 0,362. Такое сильное смещение может говорить о том, что внося информацию в исходную модель мы также вносим и ошибку. Связано это с тем, что исходная модель XGM2019 является комбинированной моделью, и в ней уже учтены наземные измерения. Поэтому происходит сильная деформация диапазона значений, и средний показатель удаляется на большую величину, хотя среднее значение в диапазоне должно быть ближе к нулю.

Из таблицы 2 также можно заметить, что стандартное отклонение уточненной модели лучше, чем у исходной, на 1 мм, а также среднее значение в диапазоне стало значительно ближе к нулю, изменилось с 0,112 на 0,015. Соответственно модель GAO2012 была уточнена, и показатель среднего значения значительно улучшился. Также стоит отметить, что используемое облако точек расположено в значительном удалении от участка территории, на котором проводилась оценка точности. Следовательно, улучшение модели будет иметь малое влияние на те области Земли, где отсутствовали наземные данные, используемые для уточнения.

Заключение

В заключении можно сказать, что идея повышения точности высокостепенных глобальных моделей гравитационного поля Земли, в которых уже учтены гравиметрические данные, на основе использования наземных измерений, позволяет незначительно уточнить модель, но при этом выполненное уточнение нельзя считать корректным, так как происходит смещение диапазона значений. Использование данного метода для уточнения низкостепенных моделей также позволит повысить точность на малую величину, и при этом показатель среднего значения приблизится к нулю. Поэтому, рассматривая дальнейшее развитие данной темы, можно прогнозировать, что увеличив область покрытия наземными измерениями, можно повысить точность получаемой модели.

Благодарности

Исследование выполнено в рамках СЧ НИР «ГЕОТЕХ-Квант» с целью создания высокоточных моделей геопотенциального поля Земли и его характеристик на территории РФ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Вершков А. Н. Новые методы построения моделей геопотенциала на основе спутниковых и наземных данных. М. : ГАИ МГУ, 2002. 93 с.
2. Фиткулина Р. Р. Исследование методов повышения точности глобальной модели гравитационного поля Земли на территории Западной Сибири. Новосибирск : СГУГиТ, 2020. 74 с.

3. Голдобин Д. Н. Разработка методики комплексного определения характеристик гравитационного поля по данным глобальных моделей геопотенциала. Новосибирск : СГУГиТ, 2019. 201с.
4. Канушин В. Ф., Ганагина И. Г., Голдобин Д. Н. и др. К вопросу влияния методов регуляризации на точность современных глобальных моделей геопотенциала // Гироскопия и навигация. 2016. – Т. 24, № 2. – С. 77–86.
5. Канушин В. Ф., Карпик А. П., Ганагина И. Г., и др. Исследование современных глобальных моделей гравитационного поля Земли. Новосибирск : СГУГиТ, 2015. 270 с.
6. Добавление данных координат X,Y в качестве слоя : [сайт]. URL: <https://pro.arcgis.com/ru/pro-app/2.9/help/mapping/layer-properties/add-x-y-coordinate-data-as-a-layer.htm> (дата обращения 20.04.2023)
7. Линия видимости (3D Analyst) : [сайт]. URL: <https://pro.arcgis.com/ru/pro-app/latest/tool-reference/3d-analyst/line-of-sight.htm> (дата обращения 20.04.2023)
8. Объект в полигон : [сайт]. URL: <https://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/latest/tools/data-management-toolbox/feature-to-polygon.htm> (дата обращения 20.04.2023)
9. О соединении и связи таблиц : [сайт]. URL: <https://desktop.arcgis.com/ru/arcmap/latest/manage-data/tables/about-joining-and-relating-tables.htm> (дата обращения 20.04.2023)
10. Усредненный центр (Пространственная статистика) : [сайт]. URL: <https://pro.arcgis.com/ru/pro-app/latest/tool-reference/spatial-statistics/mean-center.htm> (дата обращения 20.04.2023)
11. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023613979 GEO for pars / Голдобин Д. Н., Канушин В. Ф., заявка № 2023613071. Дата государственной регистрации в Реестре программ для ЭВМ 21.02.2023.
12. Ганагина И. Г., Канушин В. Ф., Голдобин Д. Н. Современные проблемы физической геодезии : учебно-методич. пособие по выполнению курсовой работы. Новосибирск : СГГА, 2012. 76 с.

© И. А. Кулишов, В. Ф. Канушин, Д. Н. Голдобин, 2023