

Применение генератора случайных чисел для отработки методики прогнозирования ухода квантовых часов

В. М. Тиссен^{1,2}, А. Ю. Балахненко², В. Д. Рачков²*

¹ Сибирский государственный университет геосистем и технологий, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Западно-сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ», г. Новосибирск, Российская Федерация
* e-mail: tissen.ksn@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены вопросы, связанные с разработкой моделей прогнозирования расхождения шкал пространственно-рассредоточенных квантовых часов. Приведены графики расхождений шкал бортовых часов навигационных спутников (НС) ГЛОНАСС и GPS относительно шкалы центрального синхронизатора (ЦС). Предложены математические модели прогноза ухода шкал бортовых часов от шкалы ЦС, состоящие из трех аналитических компонент и уравнения авторегрессии. Первые две компоненты в аналитическом виде задают линейный и параболический тренды в расхождении шкал. Третья компонента представлена тригонометрическим многочленом с некрратными гармониками. Параметры всех трех компонент оцениваются с помощью метода наименьших квадратов (МНК) по данным расхождений шкал часов НС индивидуально для каждого НС. Прогноз остаточных стохастических изменений производится с помощью уравнения авторегрессии. Для отработки моделей прогнозирования предложено использовать программный имитатор процесса нестабильности квантовых часов. Показана эффективность применения предлагаемого алгоритма к оцениванию параметров прогностических моделей ухода квантовых часов.

Ключевые слова: квантовые часы, моделирование, шкала, дисперсия Аллана, имитатор, случайный процесс, мощность шума, прогнозирование, генератор чисел, центральный синхронизатор, навигационный спутник

The use of a random number generator to develop a technique for predicting the departure of quantum clocks

V. M. Tissen^{1,2}, A. Yu. Balachnenko², V. D. Rachkov²*

¹ Siberian State University of Geosystems and Technologies, Novosibirsk, Russian Federation

² West-Siberian branch of FSUE "VNIIFTRI", Novosibirsk, Russian Federation

* e-mail: pochta@pochta.ru

Abstract. The issues related to the development of models for predicting the divergence of scales of spatially dispersed quantum clocks are considered. The graphs of discrepancies between the scales of the onboard clocks of navigation satellites (NS) GLONASS and GPS relative to the scale of the central synchronizer are given. Mathematical models are proposed for predicting the departure of the onboard clock scales from the CA scale, consisting of three analytical components and an autoregression equation. The first two components analytically define linear and parabolic trends in the divergence of the scales. The third component is represented by a trigonometric polynomial with non-multiple harmonics. The parameters of all three components are estimated using the least squares method (OLS) based on the data of discrepancies in the NS clock scales individually for each NS. The forecast of residual stochastic changes is made using the autoregression equation. To work out forecasting models, it is proposed to use a software simulator of the instability process of quantum clocks.

Keywords: quantum clock, simulation, scale, Alan variance, simulator, random process, noise power, prediction, number generator, central synchronizer, navigation satellite

Введение

В настоящее время во многих сферах нашей жизни все большее значение приобретают информационно-управляющие системы слежения за динамическими объектами. К таким системам, в частности, относятся глобальные навигационные спутниковые системы (ГНСС), одной из главных задач которых является высокоточное позиционирование наземных и воздушных объектов различного назначения. В условиях возросшей международной напряженности на фоне украинского кризиса еще больше возрастает роль высокоточного координатно-временного и навигационного определения (КВНО) различных образцов наземной и воздушной военной техники в режиме реального времени. Так, например, автоматическое управление полетами самолетов, беспилотных летательных аппаратов (БЛЛА), крылатых ракет, подводных лодок и других динамических объектов. Точность КВНО зависит от множества влияющих на результаты измерений природных и технических факторов, среди которых расхождение шкалы бортовых часов со шкалой центрального синхронизатора (ЦС) в наземных пунктах контроля и управления вносит значительный вклад в суммарную погрешность измерений. В целях компенсации ухода бортовых часов от часов потребителя в пунктах наземного комплекса управления системы ГНСС рассчитываются прогнозные значения расхождения бортовых шкал относительно шкалы ЦС, представляемые в виде частотно-временных поправок (ЧВП). Поправки закладываются на борт каждого НС орбитальной группировки и впоследствии передаются потребителю в составе навигационного сообщения.

Построение прогнозных значений бортовых шкал времени относительно ЦС осуществляется на основе математических моделей, построенных на уравнениях, описывающих трендовые и другие регулярные виды расхождений шкал, также случайные шумовые процессы различной природы и мощности. При разработке таких моделей возникают затруднения с оценкой величин систематической и случайной составляющих расхождения шкал. По этой причине в большинстве случаев принимаются линейные модели, параметры которых переопределяются с периодичностью закладки новой эфемеридной информации в бортовой компьютер НС (2 часа). Однако, в ряде случаев возникает необходимость в более длительных периодах, что связано либо с невозможностью закладки по техническим причинам, либо со спецификой решаемой навигационной задачи. Поэтому, задача увеличения длины прогнозируемого интервала с требуемой для нужд ЭВО точностью является актуальной, особенно в рамках принимаемой новой программы развития системы ГЛОНАСС до 2030 г. [1].

В данной статье мы приводим результаты экспериментальных исследований по отработке моделей прогнозирования расхождения шкал бортовых часов относительно шкалы ЦС с применением генератора случайных чисел, имитирующего случайные процессы с заданными характеристиками. Предлагаемый под-

ход позволяет выполнять численную проверку различных статистических гипотез о характере расхождения шкал и за счет этого отбирать оптимальные математические модели прогнозирования шкальных расхождений.

Методы и материалы

Современные квантовые часы представляют собой сложную измерительную систему, включающую задающий генератор (ЗГ) и вспомогательные технические средства, обеспечивающие на основе сигналов ЗГ формирование упорядоченной последовательности импульсов в принятой шкале времени (ШВ). В высокостабильных часах применяются квантовые стандарты частоты, стабильность, которых задается характеристиками ЗГ. При синхронизации шкал времени разнесенных в пространстве часов необходима компенсация их взаимных расхождений. В зависимости от способа компенсации часы разделены на два класса.

1. Подстройка ведомых часов под системную шкалу времени или ведущие часы в масштабе, близком к реальному времени.

2. Введение поправок в показания часов по результатам прогноза расхождения ШВ на интервале экстраполирования.

Во втором случае отклонение прогнозного значения расхождения шкал времени синхронизируемых часов от номинала определяется как неточностью принятой моделью систематического ухода ШВ от номинала, так и случайными вариациями хода часов, вызываемые нестабильностью частоты задающего генератора (ЗГ), а также погрешностью используемых средств и методов сличения шкал.

Прогнозированию расхождения шкал времени в системах с распределенными в пространстве часами и анализу нестабильности частоты задающих генераторов посвящен широкий круг работ [2–4]. В данных работах основное внимание уделяется оценке вкладов систематической и случайной составляющей и на этой основе построению моделей расхождения шкал, включающих долговременную и кратковременную составляющие.

Модель процесса ухода квантовых часов, предложенная в работе [5], представлена системой разностных стохастических уравнений, описывающих нестабильности этого процесса во временной и частотной области.

$$\begin{aligned} S(k+1) &= S(k) + q(k)h + 0,5w(k)h^2 + V_s(k), \\ q(k+1) &= q(k) + w(k)h + V_q(k), \\ w(k+1) &= w(k) + V_w(k), \end{aligned} \tag{1}$$

где $S(k)$, $q(k)$, $W(k)$ – показания часов, частота и дрейф частоты; $V_s(k)$, $V_q(k)$, $V_w(k)$ – центрированные Гауссовы процессы типа белого шума с дисперсиями: $\sigma_s, \sigma_q, \sigma_w$; $h = t_{k+1} - t_k$ шаг дискретизации процессов.

Уравнения (1) нашли наибольшее применение в рекуррентных процедурах калмановского типа для оценивания величин $S(t)$, $q(t)$, $w(t)$ в задачах формирования шкал времени групповых хранителей и синхронизации шкал разнесенных часов.

В книге [6] рассмотрена, так называемая, шумовая модель нестабильности часов. В этой модели долговременные и кратковременные нестабильности часов поставлены в зависимость от спектральной плотности мощности шума на различных частотах:

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_{\alpha} f^{\alpha}, \quad (2)$$

где h_{α} – коэффициенты, определяющие плотность мощности отдельных составляющих шумов с частотами f^{α} .

В зависимости от значения числа α , изменяющегося с шагом 1 от -2 до $+2$ уравнение (2) описывает, соответственно: белый фазовый шум; фликерный фазовый шум; белый частотный шум и шум случайного блуждания частоты.

Формула, полученная в [6] для вычисления дисперсии Аллана на интервале времени τ при выполнении условия: $2\pi f_h \tau \gg 1$ имеет вид:

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{3h_2 f_h}{4\pi^2 \tau^2} + \frac{h_1}{4\pi^2 \tau^2} [1,04 + 3 \ln(2\pi f_h \tau)] + \frac{h_0}{2\tau} + 2h_{-1} \ln 2 + \frac{2}{3} \pi^2 h_{-2} \tau. \quad (3)$$

Входящие в (3) коэффициенты h_{α} определяются по заданным значениям вариаций Аллана $\sigma_y^2(\tau_i)$, стоящих в левой части уравнения. Для однозначного определения всех пяти коэффициентов h_{α} , стоящих в правой части уравнения (3), необходимо составить систему из пяти уравнений. Пять значений вариаций Аллана можно получить путем статистической обработки результатов измерений хода атомных часов на пяти интервалах h_{α} различной длительности. Стандартно выбирают интервалы продолжительностью в 1, 10, 100 сек, 1 час и 1 сутки. В результате решения определенной таким образом системы уравнений можно найти пять значений коэффициентов h_{α} . Подставляя найденные значения h_{α} в уравнение (3), получим модель нестабильности исследуемых часов.

Описанная классическая модель имеет узкие границы применимости, для моделей нестабильностей часов, в которых преобладающим является белый частотный шум. В случае, например, рубидиевых стандартов частоты решение системы уравнений, составленных из (3) приводит к отрицательным значениям отдельных коэффициентов h_{α} , что теоретически невозможно.

Причинами, ограничивающими применение классической шумовой модели к описанию случайных вариаций хода квантовых часов, являются не учет взаимосвязей друг на друга от влияния вкладов отдельных составляющих шумов на

их суммарную дисперсию, а также зависимость оценок дисперсий Аллана для интервалов различной длительности от величины трендов и других систематических расхождений шкал.

В работах [7, 8] приведено описание алгоритма имитации нестабильности квантовых часов по заданным дисперсиям Аллана, основанного на применении программного генератора случайных чисел, который позволяет расширить границы применимости и имитировать на ЭВМ процесс ухода шкалы часов от номинала с заданными дисперсиями Аллана на интервалах различной длины в диапазоне, не приводящем к отрицательным значениям коэффициентов в системе уравнений. В результате появляется возможность выполнить проверку на адекватность применения той или иной физической модели КСЧ для описания ухода исследуемой шкалы. Алгоритм предложенной модели основан на рекуррентном соотношении вида:

$$x_i = x_{i-1} + f_0\tau + \delta x_i \quad (4)$$

где x_i – вариация хода часов в момент времени t_i ; f_0 – номинальная частота генератора; τ – интервал дискретизации; δx_i – случайная величина, определяющая СКО ухода часов.

Величина δx_i на каждом шаге рассчитывается по формуле:

$$\delta x_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} Y_i dt, \quad (5)$$

где $Y_i(t) = \sum_{j=1}^N y_j(t)$ – относительная вариация частоты генератора, состоящая из N

составляющих вариаций частоты $y_j = \frac{f_0 - f_j(t)}{f_0}$; $f_0, f_j(t)$ – начальное и текущее значение частоты генератора; i – номер интервала времени; j – номер составляющей вариации частоты.

Результаты

Практическая реализация приведенного алгоритма выполнена с помощью программного генератора случайных чисел (ГСЧ), синтезирующего 6 массивов случайных чисел r_1, r_2, \dots, r_6 с заданными дисперсиями Аллана на 6 временных интервалах: 1, 10, ..., 10⁵ сек. В результате суперпозиции этих массивов происходит формирование временного ряда с характеристиками нестабильности близкими к заданным поинтервальным дисперсиям Аллана.

На рис. 1 приведена программная реализация случайного процесса хода квантовых часов по 32000 секундным точкам, что приблизительно соответствует

девятнадцатичасовому интервалу для заданных входных параметров моделирования. Входными данными (модель нестабильности) моделирования выбраны относительные вариации Аллана: $3 \cdot 10^{-12}$; $1 \cdot 10^{-12}$; $3 \cdot 10^{-13}$; $1 \cdot 10^{-13}$; $3 \cdot 10^{-14}$; $1 \cdot 10^{-14}$, соответствующие интервалам: 1; 10; 100; 1000; 10 000 и 100 000 с.

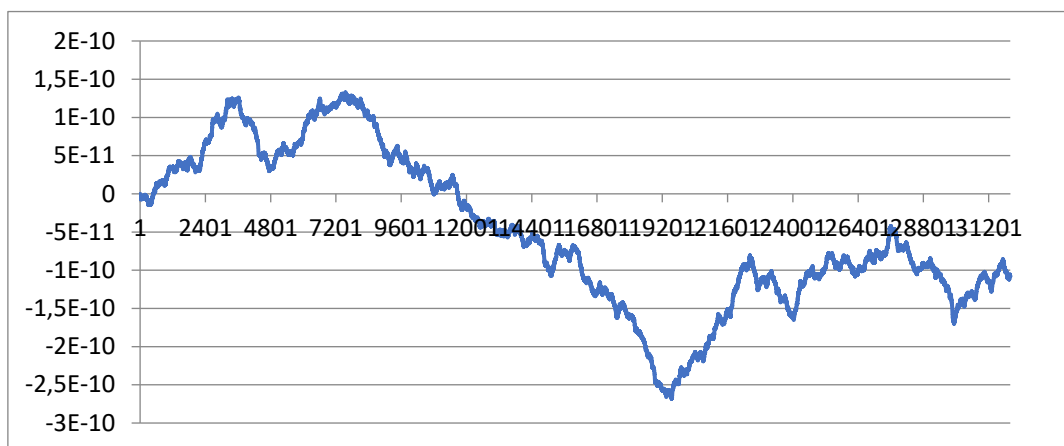


Рис. 1. Программная реализация процесса нестабильности квантовых часов

Из поведения графика рис. 1 заметно отличие представленного процесса от флуктуаций идеального белого шума. Так, например, в интервале от 7 000 до 19 000 с наблюдается дрейф, который ошибочно можно принять за регулярный, что приведет к ошибкам в оценках величин случайной и регулярной составляющих.

Результаты обработки методом Аллана временных рядов, синтезированных программным имитатором, показывают хорошую сходимость вычисленных дисперсий Аллана к заданным в принятой модели нестабильности.

Описанная схема может быть использована для имитации как наземных часов ЦС, так и бортовых.

На рис. 2 приведен график расхождения бортовых часов для НС ГЛОНАСС (R01) относительно шкалы ЦС на суточном интервале.

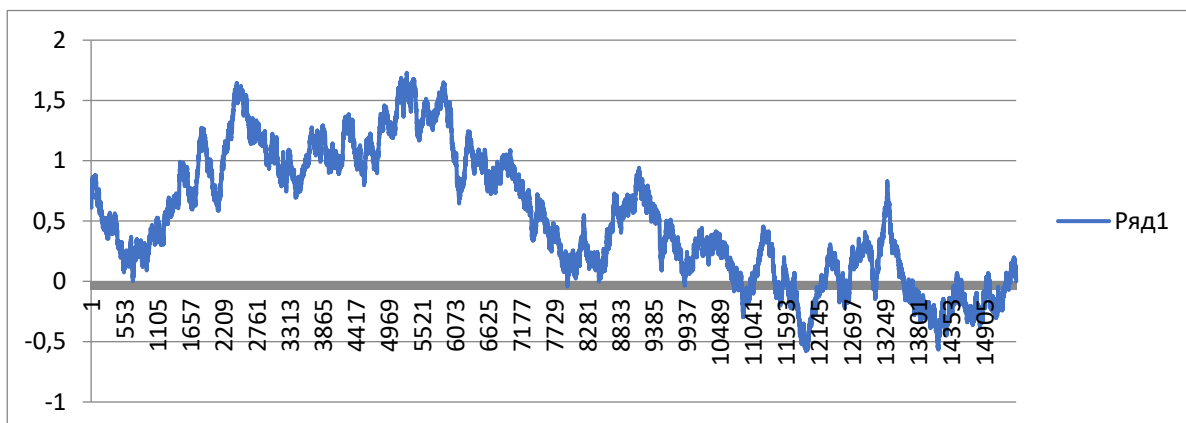


Рис. 2. Расхождение бортовой шкалы НС ГЛОНАСС (R01) относительно шкалы ЦС на суточном интервале

Данные для построения графика взяты с сервера сети станций CDDIS <ftp://cddis.gsfc.nasa.gov/glonass/products>. При этом, предварительно было выполнено ранжирование данных по номерам НС, их объединение в суточные и более длительные файлы, оценка параметров линейного тренда и исключение его влияния из шкал анализируемых часов.

Следует отметить, что служба CDDIS предоставляет передаваемые в составе навигационных сообщений с бортов НС частотно-временные поправки к шкале бортовых часов относительно шкалы ЦС с периодичностью 5 секунд. Поэтому, за сутки их число составило 17200, как это отмечено на рис. 2. Из сравнения вида графиков на рис. 1 и 2 видно, что амплитуда кратковременных вариаций бортовой шкалы заметно больше, чем на программном графике. Это указывает на относительно больший вклад высокочастотных шумов в нестабильности бортовых часов, в сравнении с взятыми для моделирования на программном имитаторе поинтервальными вариациями Аллана.

На рис. 3 приведен график, аналогичный рис. 2, но для бортовых часов, установленных на НС системы GPS.

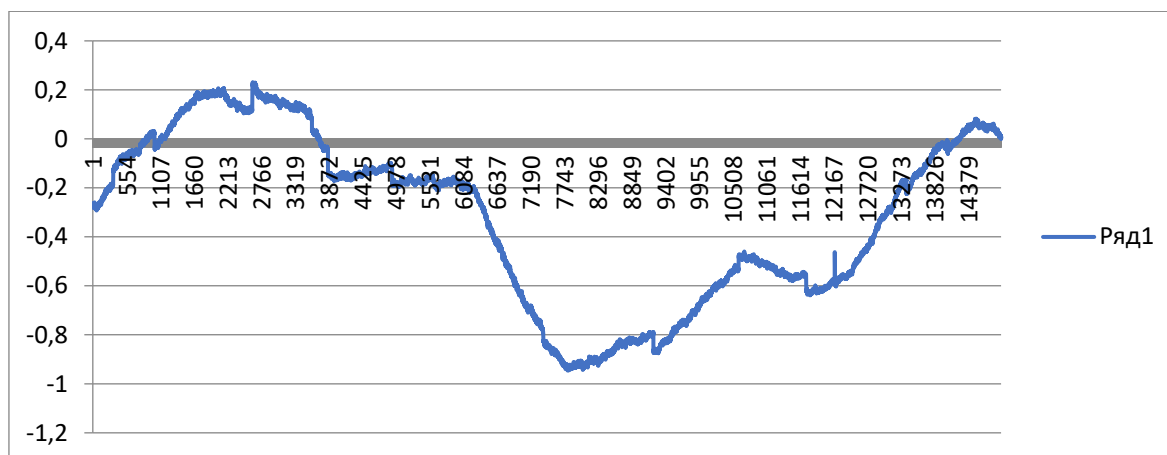


Рис. 3. Расхождение бортовой шкалы НС GPS (g 01) относительно шкалы ЦС

Из сравнения графиков на рис. 2 и 3 видно, что бортовые часы GPS имеют заметно меньшую кратковременную нестабильность в сравнении с часами на НС ГЛОНАСС, что связано с использованием рубидиевых генераторов в GPS, имеющих более низкий уровень шума ЗГ на высоких частотах. Из характера поведения графиков на рис. 2 и 3 видно, что для построения модели прогноза суточного интервала данных явно недостаточно для выявления регулярных изменений. Поэтому рассмотрим поведение шкал анализируемых часов на месячном и полугодовом интервале времени.

На рис. 4, 5 приведены графики расхождения бортовых часов для НС ГЛОНАСС (R01) и GPS (G01) соответственно относительно шкалы ЦС на месячном интервале.

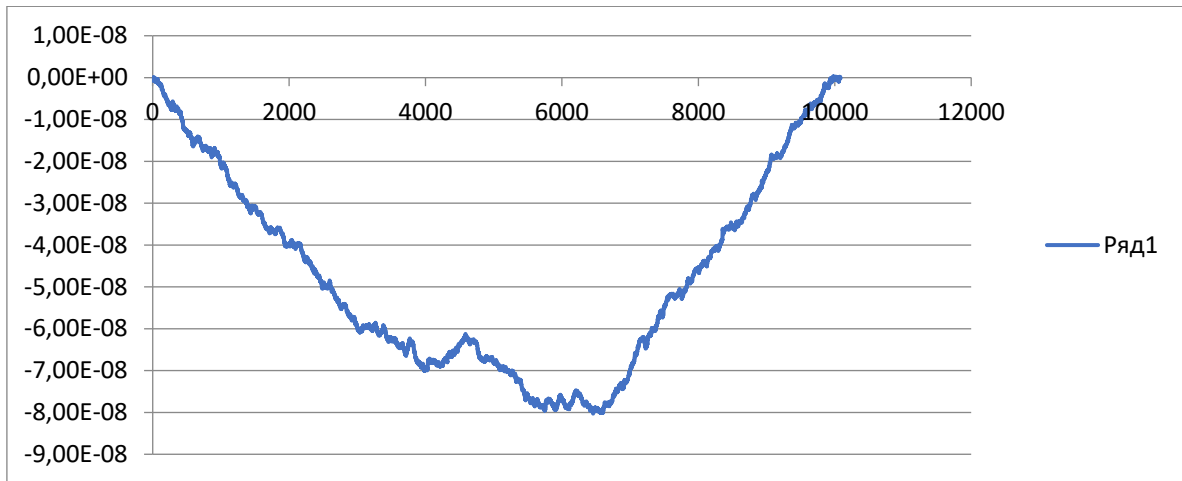


Рис. 4. Расхождение бортовых часов НС ГЛОНАСС (R01) относительно ЦС за 30 суток

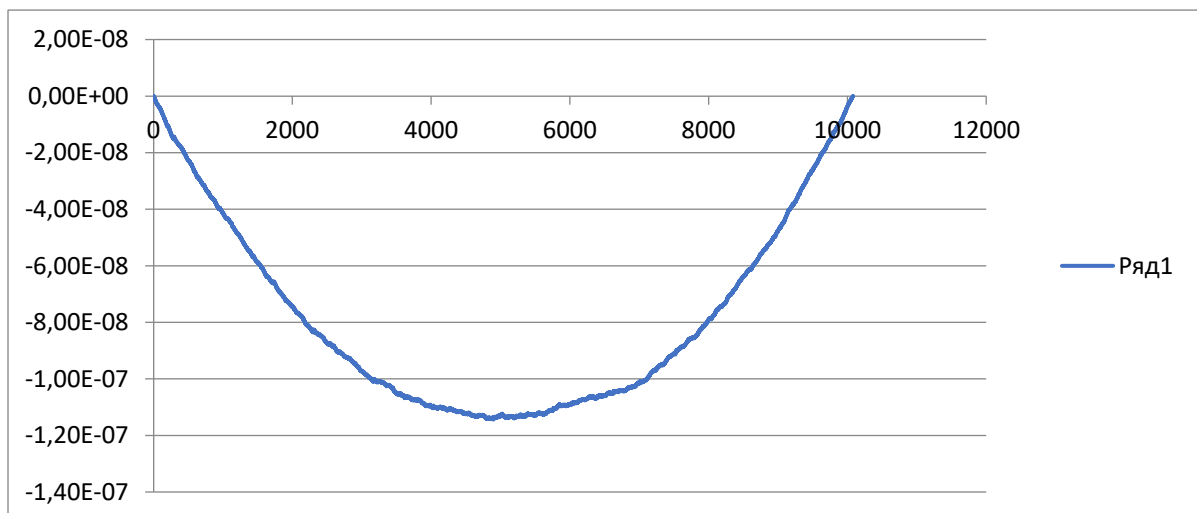


Рис. 5. Расхождение бортовых часов НС GPS (G01) относительно ЦС за 30 суток

Из анализа графиков на рис. 4 и 5 обращает на себя внимание параболический вид бортовых шкал как для НС ГЛОНАСС, так и для GPS, который получен после исключения линейного тренда. Такой вид графика указывает на дрейф частоты ЗГ бортовых часов в сторону повышения относительно частоты ЦС. В целях выделения регулярной составляющей в изменениях показаний часов для аппроксимации графических данных нами было выбрано уравнение параболы вида:

$$x(t) = At^2 + Bt + C, \quad (6)$$

где $x(t)$ – показания бортовых часов относительно шкалы ЦС.

Оценка коэффициентов A, B, C уравнения (6) производится с помощью МНК индивидуально для каждого НС. В частности, для часов НС ГЛОНАСС (R01), получены следующие значения коэффициентов: $A = 0,54E-020 \text{ с}^{-1}$, $B = 0,55E-012$, $C = 0,80E-004 \text{ с}$. Значения приведенных коэффициентов показывают, что основной составляющей в уходе данной шкалы является линейный тренд, определяемый коэффициентом B , влияние которого на 3 порядка превышает влияние за кривизну параболы на одних сутках. Для НС GPS (G01) были получены следующие значения коэффициентов: $A=0,18E-019 \text{ с}^{-1}$, $B=0,12E-010$, $C=0,67E-003 \text{ с}$. Из сравнения полученных коэффициентов для НС ГЛОНАСС (R01) и GPS (G01) следует, что трендовые вариации, возникающие из-за сдвига частоты и ее дрейфа, в данном случае, у часов НС GPS (G01) заметно больше чем у часов НС ГЛОНАСС (R01).

Уравнение (6) аппроксимирует регулярную часть вариаций хода часов. Поэтому оценка коэффициентов этого уравнения эмпирическим путем на интервале времени, наиболее оптимальная длина которого может быть оценена путем многократных реализаций для различных НС, даст нам возможность использовать его в качестве модели прогноза.

На рис. 6 показаны остаточные вариации шкалы бортовых часов НС GPS (G01) относительно шкалы ЦС, после исключения из нее линейного и параболического тренда на 30 суточном интервале.

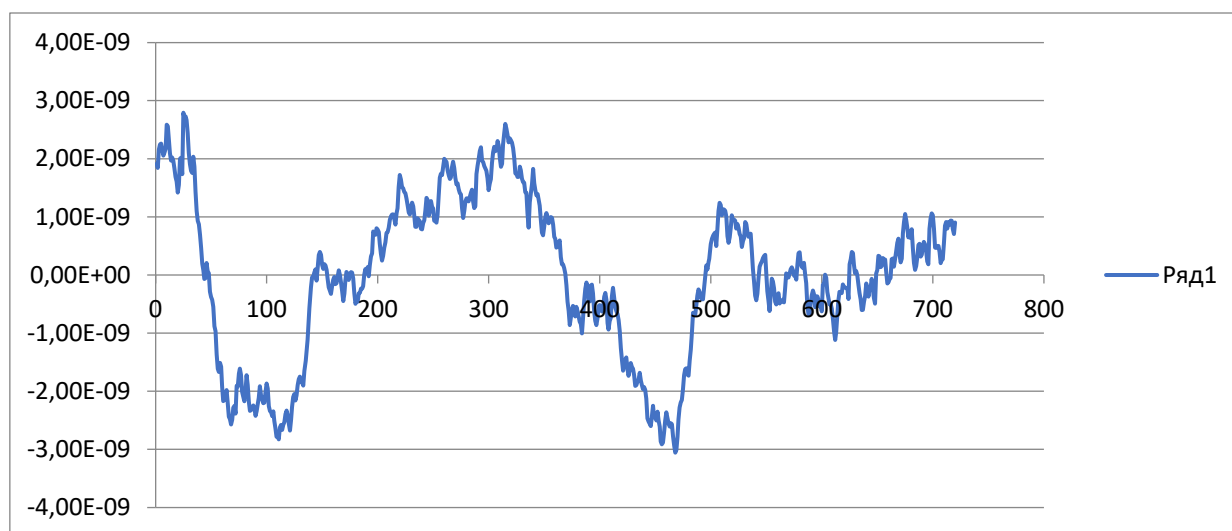


Рис. 6. Стохастическое расхождение бортовых часов НС GPS (G01) относительно ЦС за 30 суток

Из анализа графика на рис. 6, видно, что остаточные вариации после снятия регулярных изменений приобретают характер случайного процесса. Для окончательного ответа на вопрос, содержат ли эти вариации периодические компоненты, необходимо провести многочисленные статистические эксперименты с

полигармоническими моделями по методике, приведенной в работе [9]. В случае получения положительных результатов модель прогноза будет иметь вид:

$$x(t) = At^2 + Bt + C + \sum_{i=k}^N a \sin(2\pi t / T + \varphi), \quad (7)$$

где параметры a , T , φ оцениваются с помощью МНК при заданной сетке значений периодов с шагом: $\Delta T = T_{k+1} - T_k$.

Обсуждение

Приведенные в статье исследования регулярных и случайных вариаций хода бортовых часов с применением генератора случайных чисел ставят своей целью оценить предельно возможную точность прогнозирования расхождения их шкал относительно ЦС. Поскольку на процесс ухода квантовых часов влияние оказывают как систематические составляющие, связанные с несоответствием частоты ЗГ номиналу и ее дрейф, так и квантовые случайные процессы, то важнейшей задачей для разработки оптимальной модели прогноза является разделение систематической предсказуемой части от случайной непредсказуемой составляющей этого процесса.

Общепринято представлять комплексную модель нестабильности часов в виде суммы кратковременной и долговременной составляющих. Считается, что кратковременная составляющая накладывает ограничения на предельную точность моделирования ухода шкал часов в силу своей случайной природы. Поэтому в бортовые шкалы часов НС принято вводить частотно-временные поправки (ЧВП), с помощью которых данные часы синхронизируются с часами ЦС.

Важнейшей задачей ГНСС является повышение точности КВНО. Поэтому знание частотно-временных поправок в реальном времени требует прогнозных значений ЧВП. Поэтому важно выяснить максимально возможную точность данных прогнозов на суточном интервале, что важно для решения задач Российской спутниковой системы ГЛОНАСС. Единственной возможностью для оценки величины стохастической составляющей является многократное моделирование на компьютере случайных процессов с заданными характеристиками нестабильности в виде поинтервальных дисперсий Аллана. Поэтому применение модели программного имитатора для оценки случайной составляющей процесса нестабильности квантовых часов важно для отработки оптимальных моделей прогнозирования расхождений шкал времени квантовых часов.

Заключение

На основании полученных при написании настоящей статьи результатов можно сделать следующие выводы.

1. Классическая шумовая модель нестабильности квантовых часов имеет ограниченную область применения к описанию процесса нестабильности реаль-

ных квантовых часов, так как не учитывает взаимовлияние отдельных видов шумов на оценки поинтервальных дисперсий Аллана.

2. Рассмотренная в статье модель нестабильности часов, основанная на генераторе случайных чисел, применима для моделирования хода часов с параметрами нестабильности, описывающих случайные процессы различной мощности. С этой точки зрения, рассмотренный программный имитатор можно предлагать в качестве средства для проверки на адекватность применяемых физико-математических моделей ухода шкал квантовых часов и на этой основе разрабатывать адекватные прогностические модели этого ухода, что имеет большое значение для повышения точности навигационных измерений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Федеральная целевая программа «Поддержание, развитие и использование системы ГЛОНАСС на 2021–2030 годы» в рамках государственной программы Российской Федерации «Космическая деятельность России».

2. Goldenberg H.M., Klepner D., Ramsey N.F. The atomic hydrogen maser // *Phys. Rev. Lett.* – 1960; v. 8, p: 361.

3. Wynands R., Griebisch Dr, Schroder R., Weyers S. Current status of PTB's new cesium fountain clock CSF2 // *Proc. of the 20 European Frequency and Time Forum. Germany.* – 2006, pp. 200-202.

4. Водородные стандарты частоты и времени: современное состояние и тенденции развития. / Н. Демидов, В. Васильев // *Электроника: наука, технология, бизнес.* – 2008. – №4. – С. 92–96.

5. Tryon, P. (1983). Estimation of Parameters in Models Cesium Beam Atomic Clocs. “*J. Res. Nat. Bur. Stand.*” 88, № 1, p. 3–16.

6. Одуан, К., Гино, Б. Измерение времени. Основы GPS / перевод с английского Домнина, Ю.С. / под редакцией Татаренкова, В. М. – М.: Техносфера, 2002. – 400 с.

7. Тиссен В.М. Имитационная модель нестабильности атомных часов / *Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий).* – 2011. – № 3 (16). – С.107–112.

8. Применение метода Монте-Карло для анализа кратковременной и долговременной составляющих нестабильностей квантовых часов Тиссен В.М., Балахненко А.Ю. В сборнике: *Актуальные проблемы электронного приборостроения – АПЭП – 2016. Труды XIII международной научно-практической конференции: в 12 томах. Сер. «Метрология и метрологическое обеспечение».* – 2016. – С. 70–73.

9. Тиссен В. М. Методика высокоточного прогнозирования неравномерностей вращения Земли // *Известия высших учебных заведений. Геодезия и аэрофотосъемка.* – 2014. – № 2. – С. 44–50.

© В. М. Тиссен, А. Ю. Балахненко, В. Д. Рачков, 2022