

## Моделирование динамики добычи трудноизвлекаемой нефти в зависимости от производственных и ценовых параметров

*А. Е. Тархова<sup>1\*</sup>, В. Ю. Немов<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>2</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, г. Новосибирск,  
Российская Федерация

\*e-mail: a.tarkhova@g.nsu.ru

**Аннотация.** В статье исследована динамика добычи трудноизвлекаемой нефти. Построена математическая модель, описывающая динамику добычи нефти в США. За основу построения модели взято уравнение производственных мощностей и его модификация для нефтегазовой отрасли. Путем анализа периодов по 5 лет, начиная с 2008 года была установлена зависимость искомых величин от различных параметров. Основным параметром, входящим в конструируемую дифференциальную модель, стала цена нефти марки WTI. Для удобства анализа, опираясь на табличные данные EIA, мы приняли цену традиционной нефти в качестве постоянной. Также во внимание был принят временной лаг экономических показателей, оптимальное значение которого устанавливалось с помощью метода линейной регрессии. Таким образом, с учетом всех выявленных зависимостей и подбора эмпирических констант было получено дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом. В результате рассмотрения случаев было построено аналитическое решение, описывающее динамику добычи сланцевой нефти, что позволяет использовать его для прогнозирования параметров нефтяного рынка.

**Ключевые слова:** сланцевая нефть, математическое моделирование, дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом

## Modeling the dynamics of production of hard-to-recover oil depending on production and price parameters

*A. E. Tarkhova<sup>1\*</sup>, V. Y. Nemov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup> Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup> Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics of Siberian Branch Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation

\*e-mail: a.tarkhova@g.nsu.ru

**Abstract.** The article examines the dynamics of production of hard-to-recover oil. A mathematical model describing the dynamics of oil production in the United States is constructed. The model is based on the equation of production capacity and its modification for the oil and gas industry. By analyzing the periods of 5 years, starting from 2008, the dependence of the desired values on various parameters was established. The main parameter included in the constructed differential model was the price of WTI crude oil. For the convenience of analysis, based on the EIA tabular data, we have accepted the price of conventional oil as a constant. The time lag of economic indicators was also taken into account, the optimal value of which was established using the linear regression method. Thus, taking into account all the revealed dependencies and the selection of empirical constants, a differential equation with a lagging argument was obtained. As a result of the consideration of cases, an analytical solution was constructed describing the dynamics of shale oil production, which allows it to be used to predict the parameters of the oil market.

**Keywords:** shale oil, mathematical modeling, differential equation with a lagging argument

## Введение

Рост добычи сланцевой нефти в США оказался одним из определяющих факторов, который привел к падению нефтяных цен в мире в 2014–2016 гг. На сегодняшний день нефть, добываемая из сланцевых горных пород, стала новым регулятором рынка, потеснив с этой позиции ОПЕК. Добыча такой нефти характеризуется уникальной связью с ценой на нефть, поэтому представляет собой актуальную область для исследования.

Целью данной работы является построение математической модели, описывающей динамику добычи сланцевой нефти на территории США.

Для достижения поставленной цели в ходе исследования были решены следующие задачи:

1. Выявление зависимостей объемов добычи сланцевой нефти от ценовых и производственных параметров с учетом временного лага.
2. Составление дифференциального уравнения на основе статистических данных и анализ его решений в различных случаях.
3. Сравнение расчетных и фактических значений и разработка рекомендаций по прогнозированию объема добычи сланцевой нефти.

## Методы и материалы

Уровень добычи нефти зависит от совокупности определяющих факторов. К ним относятся геологические, технологические, экономические и политические параметры. Определяющую роль в долгосрочном прогнозе имеют именно геологические и технологические показатели [1]. Чем выше уровень технического прогресса, тем быстрее происходит открытие месторождений и введение их в эксплуатацию, за счет появления новых технологий существенно увеличиваются объемы добычи и снижаются риски внештатных ситуаций.

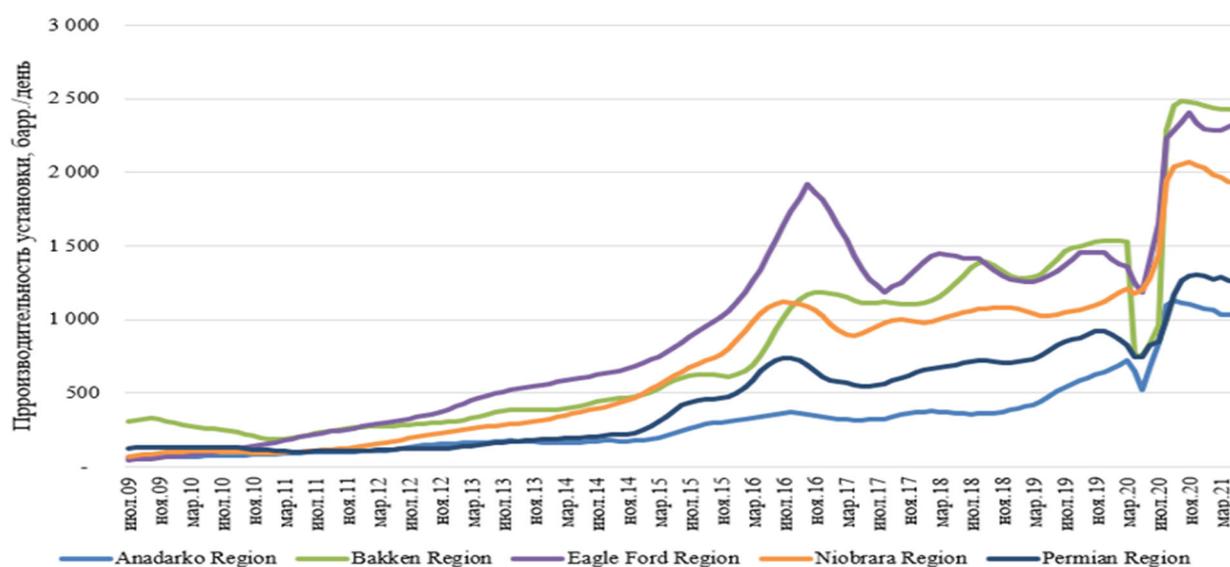


Рис. 1. Производительность средней буровой установки

Производительность буровых установок напрямую влияет на добычу нефти, извлекаемой из сланцевых горных пород на территории США. При увеличении

этого показателя и при прежнем количестве буровых увеличивается суточный объем извлекаемой нефти.

Начиная с 2009 года производительность средней буровой установки в Баккенской формации (крупнейшее месторождение сланцевой нефти в США) выросла почти в 9 раз, достигнув к 2020 году 2500 барр./сут. (рис. 1). В период сланцевой революции в условиях высоких цен рост производительности был объяснен научно – технологическими открытиями.

При изучении данных по изменению количества буровых можно отметить, что в период падения цен в 2014 году наблюдается резкое сокращение числа буровых установок с 1600 до 670 (рис. 2).



Рис. 2. Число буровых установок и цена WTI

Такое снижение привело к увеличению среднего показателя производительности и использованию в добыче только самых эффективных буровых. В последующем периоде роста цен буровая активность также увеличивается, что свидетельствует о возможной корреляции между данными параметрами (рис. 3).



Рис. 3. Добыча нефти США, цены WTI и Brent

Основным параметром, влияющим на динамику добычи нефти в США, является цена WTI. Высокие цены на нефть в сочетании с ограниченным количеством незавершенных скважин, обуславливают увеличение добычи.

Следует учитывать, что на данный момент не обеспечена предсказуемость нефтяного рынка за счет выработки ценовых рамок. В период сланцевой революции в 2014 году снижение себестоимости нефти напрямую повлияло на количество ее добычи. Объемы добычи в виду экономической невыгодности были снижены с 9,47 млн барр./сут. до 8,75 млн барр./сут. (рис.3). Но уже к 2016 году наблюдался рост мировых цен на нефть, увеличивалось количество буровых установок и объемы добычи сланцевой нефти вновь начали расти. Таким образом, объемы добычи нефти из сланцевых горных пород за крайне минимальный цикл достигли своего максимума, что позволяет говорить о том, что фактор цены нефти в США на сегодняшний день является важным в формировании и прогнозировании добычи [2].

В вопросе прогнозирования добычи нефти существуют несколько основных подходов, основанных на использовании цены нефти и буровых установок в качестве входных параметров. В нашей работе мы подойдем к вопросу изучения добычи сланцевой нефти с предположением и непрерывности функции добычи и будем опираться на метод использования теории дифференциальных уравнений.

В качестве основы для дальнейшего исследования будем рассматривать дифференциальное уравнение добычи нефти, предложенное А.Г. Маланичевым:

$$\frac{dQ}{dt} = e \cdot N - b \cdot Q, \quad (1)$$

где  $Q$  – объем добычи нефти, млн барр./сут.;

$e \cdot N$  – добыча нефти из новых скважин, млн барр./сут.; Будем называть скважину новой по прошествии одного месяца после ее заканчивания и ввода в эксплуатацию;

$e$  – производительность буровой установки, барр./сут. Рассчитывается как количество баррелей нефти, которые были извлечены в течение месяца из скважин, пробуренных за это время одной установкой;

$N$  – число активных установок, участвующих в бурении новых скважин в данном месяце;

$b \cdot Q$  – естественное сокращение объема добычи;

$b$  – эмпирический коэффициент скорости снижения добычи [3].

В качестве начальных данных добычи будем использовать формулу, предложенную И.В. Филимоновой:

$$Q_0 = \frac{kh}{\mu\beta} \cdot \frac{2\pi\Delta p}{\ln \frac{r_c}{r_e}},$$

где  $k$  – проницаемость горной породы, м<sup>2</sup>;

$\mu$  – абсолютная динамическая вязкость, Па · с;

$\beta$  – коэффициент объемного расширения (для пересчета объема жидкости из поверхностных в пластовые условия);

$p$  – давление, Па;

$r_c$  – радиус дренажа, м;

$r_\varepsilon$  – радиус нефтескважины, м [4].

### Результаты и обсуждение

Путем анализа временных промежутков по 5 лет была установлена зависимость количества буровых установок от цены на нефть WTI с учетом временного лага. С помощью методов линейной регрессии установлен оптимальный коэффициент линейной зависимости, необходимый для практических расчетов.

С учетом связи цены на нефть WTI и объемов добычи сланцевой нефти, получено линейное неоднородное дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом.

$$\frac{dQ}{dt} + C_1 \cdot Q(t - \tau) + C_2 \cdot Q(t) = C_3 \quad (3)$$

Где константы  $C_1, C_2, C_3$  зависят от производительности буровых установок, эмпирического коэффициента снижения добычи, эластичности добычи нефти по цене.

В данном случае, опираясь на статистические показатели (рис.4), мы сделали допущение, что добычу традиционной нефти на фоне динамики добычи сланцевой можно считать постоянной.

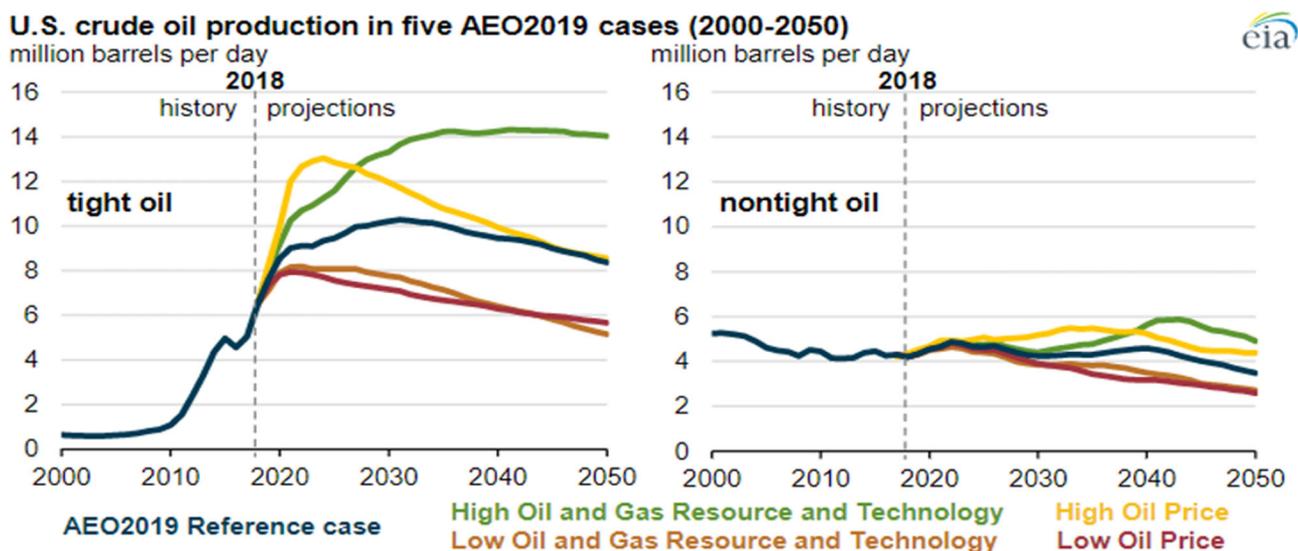


Рис. 4. Сравнение параметров добычи традиционной нефти и сланцевой нефти

Учитывая начальные данные, получаем задачу Коши с линейным неоднородным дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом. Общее

решение этого уравнения складывается из решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Для решения однородного уравнения получено характеристическое уравнение. В зависимости от типа его корней построено аналитическое решение, описывающее динамику добычи сланцевой нефти, что позволяет использовать его для прогнозирования параметров нефтяного рынка.

### *Заключение*

В ходе работы исследованы теоретические и методические подходы к изучению поведения основных показателей нефтяного рынка, выявлены экономические факторы, оказывающие наибольшее влияние на изменение структурных параметров. Использование статистических данных ЕІА позволило получить следующие результаты в построении математической модели:

- Выявлена взаимосвязь количества буровых установок от ценовых параметров с временным лагом 4 месяца.
- Получена зависимость цены на нефть от добычи сланцевой нефти с учетом предположения о постоянстве параметров традиционной нефти.
- На основе выявленных зависимостей составлено дифференциальное уравнение с запаздывающим аргументом.
- Предложено решение в случае вещественных корней характеристического уравнения, а также в случае двух комплексно-сопряженных корней характеристического уравнения.
- Описан метод получения параметров решения в случае комплексного типа корней.

Результаты моделирования позволяют осуществлять прогноз добычи сланцевой нефти в зависимости от различных сценариев по факторам – цены нефти, производительность буровых установок.

### *Благодарности*

Исследование выполнено в рамках гранта Президента РФ по поддержке ведущих научных школ НШ-1280.2022.2 и базового проекта НИР лаборатории 349 ИНГГ СО РАН № FWZZ-2022-0013.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Гаранина О. Л. Перспективы добычи сланцевой нефти в США и последствия для мирового рынка нефти // Проблемы национальной стратегии. – 2014. – №. 4. – 185 с.
2. Брагинский О.Б. Цены на нефть: история, прогноз, влияние на экономику // Российский химический журнал. – 2008. – №6. – С. 25-36.
3. Маланичев А.Г. Моделирование экономических колебаний добычи сланцевой нефти // Журнал Новой экономической ассоциации. – 2018. – №2(38). – С. 54-74.
4. Филимонова И. В. Экономическая оценка разномасштабных нефтегазовых объектов // Минеральные ресурсы России. Экономика и управление. – 2013. – №. 6. – С. 12-17.
5. Маланичев А.Г. Пределы технологической эффективности добычи сланцевой нефти в США // Форсайт. – 2018. – Т. 12. – №. 4. – С. 78-89.

6. Маланичев А. Г. Сланцевая нефть: потенциал добычи как функция ее цены // Экономический журнал Высшей школы экономики. – 2018. – Т. 22. – №. 2. – С. 275-293.
7. Золина С. А. Прогнозирование добычи трудноизвлекаемой нефти в США. – М.: ИМЭМО РАН – 2014. – 130 с.
8. Kilian L. Not all oil price shocks are alike: Disentangling demand and supply shocks in the crude oil market // American Economic Review – 2009. – Vol.99. – №3. – P. 1053-1069.

© А. Е. Тархова, В. Ю. Немов, 2022