

Расчетная схема динамики взаимодействия клиновидного ударника и породного массива в трехмерной постановке

*Е. Н. Шер¹**

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт горного дела им. Н.А. Чинакала» СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация
*e-mail: ensher@gmail.com

Аннотация. Представлены варианты расчетных схем динамики внедрения клиновидного инструмента при ударе в горную породу. Расчеты производятся в квазистатическом приближении оценок сил, препятствующих внедрению, полученных ранее в двухмерной и трехмерной постановках. Рассмотрены случаи упругопластического деформирования среды и упругого с учетом равновесного развития магистральной трещины. Результаты расчетов сравниваются с данными модельного эксперимента по ударному внедрению клина в блок из оргстекла. Проведенное сравнение подтверждает работоспособность разработанных схем расчета.

Ключевые слова: удар, клин, горные породы, динамика внедрения клина, магистральная трещина

3D computational model of wedge penetrator–rock mass interaction dynamics

*E. N. Sher¹**

¹Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, Novosibirsk, Russian Federation
*e-mail: ensher@gmail.com

Abstract. The paper describes computational model variants of penetration dynamics of a wedge-shaped tool in rock mass. The computation uses the quasi-static approximation of penetration resistance forces obtained preliminarily in 2D and 3D formulations. The scope of the analysis embraces the elastoplastic and elastic deformation events in the medium with regard to the equilibrium propagation of a main crack. The calculation results are compared with the experimental modeling data on impact-driven wedge penetration in an organic glass block. The comparison proves efficiency of the described computational models.

Keywords: blow, wedge, rocks, wedge penetration dynamics, main crack

Введение

Ударное разрушение широко используется в существующих и перспективных технологиях горного производства: при отбойке полезных ископаемых (навесные молоты [1], экскаваторы с ковшами активного действия для открытых работ [2, 3] и динамические струги для подземных работ [4]), при ударно-вращательном способе бурения [5]. Актуальным для совершенствования таких технологий является разработка расчетных методов оценки разрушающего действия ударного органа механизмов на породный массив. К настоящему времени на основе анализа большого объема экспериментальных исследований [6] выявлена

качественная картина процесса разрушения при ударе жесткого индентора по свободной границе твердой среды. Отмечается, что в начале внедрения индентора возле точки контакта происходит образование зоны пластического течения. В случае с клиновидным индентором возникающее пластическое течение приводит к образованию медианной трещины, находящейся в плоскости симметрии. Дальнейшее увеличение нагрузки на индентор приводит к ее устойчивому росту [7-11]. Его разрушающее действие подробно исследовано в плоской постановке задачи о взаимодействии клина и хрупкой горной породы в [12,13]. В этих работах с использованием аппарата механики трещин разработаны расчетные модели определения параметров развивающейся магистральной трещины при внедрении падающего массивного клина и динамики его движения. В [14] рассмотрена в трехмерной постановке задача о внедрении клина с ограниченной шириной лезвия в упругое полупространство нормально к его поверхности. Рассчитана форма образующейся плоской трещины, имеющая вид полуовала, описанного вокруг кромки внедряющегося клина. Аналогичный результат получен при экспериментальном моделировании на образцах из оргстекла. Для расчета движения инструмента горных машин с клиновидным индентором и развития магистральной трещины, определяющей разрушение в хрупкой горной породе, важное значение имеет коэффициент жесткости породы при внедрении клина. Такое исследование было проведено в [15]. В настоящей статье с использованием полученных ранее результатов разработаны расчетные схемы динамики внедрения клиновидного индентора в упругую среду, позволяющие определять глубину внедрения индентора и размер образующейся трещины в зависимости от начальной скорости индентора, геометрических его параметров и механических свойств породы.

Задача определения силовых параметров действующих на внедряющийся клин на этапе пластического течения была рассмотрена с учетом трения в жестко-пластической постановке в работе [16]. При внедрении клина среда выдавливается по обе его стороны, при этом картина деформации будет иметь вид, схематически изображенный на рис. 1. Среда в области $ABDEC$ находится в пластическом состоянии. Граничная линия AC аппроксимируется прямой. Условие текучести имеет вид

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4\tau_s^2,$$

где τ_s — предел текучести,

Области ABD и AEC двигаются как целое, в них постоянное напряженное состояние, в треугольнике ADE центрированное. Параметрами, определяющими задачу, являются: глубина внедрения клина h , полуугол его заострения γ , коэффициент трения клина о породу μ , предел текучести среды $k = \tau_s$.

С учетом условий непрерывности напряжений при переходе через границы выделенных областей и сохранения объема удастся построить решение при постоянном распределении нормального напряжения p вдоль клина на интервале

AB и определить углы ω , φ и длины l, l_1, L . При этом сила, внедряющая клин определяется по формуле:

$$F = 2bp(l/h) \cos \gamma (\operatorname{tg} \gamma + \mu) h = C_0 h, \quad (1)$$

где b ширина клина.

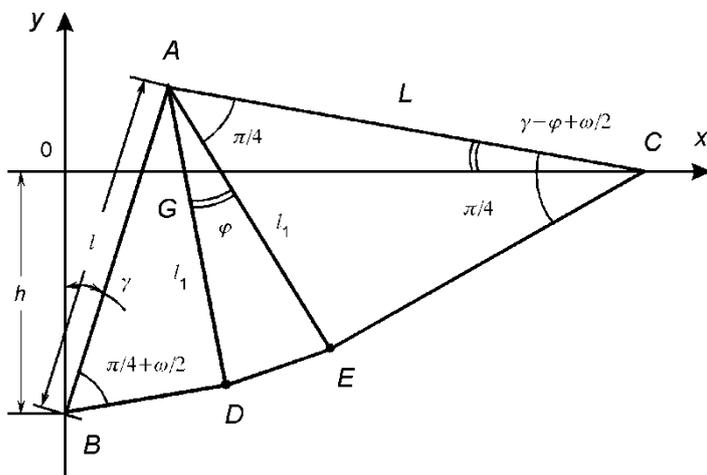


Рис. 1 Схема внедрения клина в упругопластическую среду

Результаты расчетов силы пластического внедрения клина в зависимости от полуугла его приострения и коэффициента трения приведены на рис.2

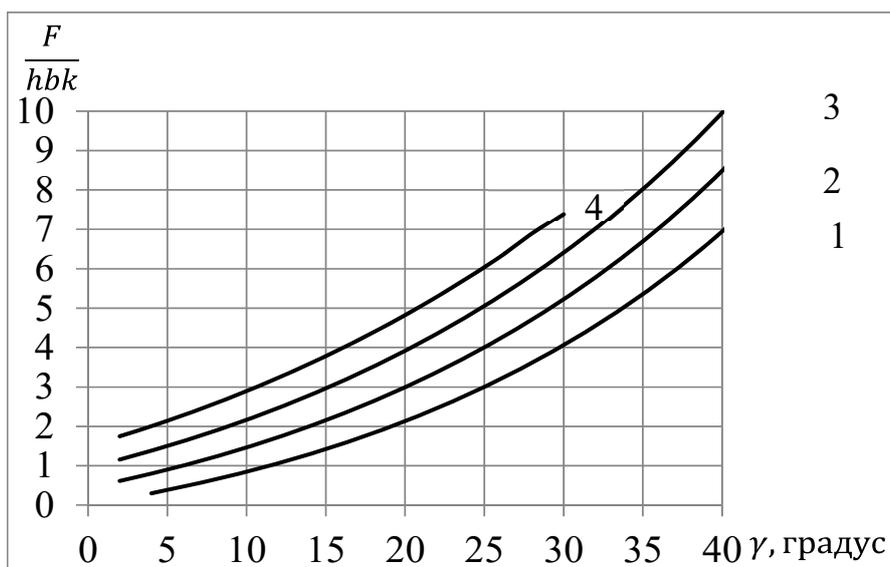


Рис. 2 Зависимость силы пластического внедрения клина в зависимости от угла приострения 2γ и коэффициента трения μ – кривые 1-4 соответствуют значениям коэффициента трения: 0, 0.1, 0.2, 0.3

Найденная величина $F(h)$ позволяет определить динамику внедрения клина массы m с начальной скоростью v_0 в квазистатическом приближении:

$$m\ddot{h} = -C_0 h.$$

Решение этого уравнения с учетом начальных условий:

$$h(t) = \left(\frac{v_0}{\omega}\right) \sin(\omega t), \quad \omega^2 = \frac{C_0}{m}. \quad (2)$$

Расчеты динамики торможения клина на этапе развития магистральной трещины

В работе [15] были разработаны в трехмерной постановке две модели расчета силы сопротивления внедрения клина. В модели 1 считалось, что свободные от напряжений берега трещины отходят от вершины клина, в модели 2 от уровня начального заглубления клина на этапе пластического внедрения h_{cr} .

Согласно модели 1 сила сопротивления внедрению клина с хорошей точностью определяется формулами:

$$F = C_1 h^{3/2}, \quad C_1 = 2\pi^{3/2} \operatorname{tg}(\gamma) k(\gamma, \mu) \sqrt{b} / A, \quad k(\gamma, \mu) = \frac{\operatorname{tg}(\gamma) + \mu}{1 - \mu \operatorname{tg}(\gamma)}. \quad (3)$$

Здесь $A = 32(1 - \nu^2) / (3E)$, где ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга горной породы.

Движение клина массы m , имеющего предударную скорость v_0 описывается уравнением Ньютона

$$m\ddot{h} = -C_1 h^{3/2}. \quad (4)$$

Отсюда следует следующая зависимость скорости движения клина от глубины внедрения

$$v(h) = \sqrt{v_0^2 - \frac{4 C_1}{5 m} h^{5/2}}.$$

Подставляя сюда нулевое значение скорости в момент остановки клина, получаем максимальную величину внедрения клина.

$$h_{max} = \left(\frac{5m}{4C_1}\right)^{2/5} v_0^{4/5}. \quad (5)$$

Время до остановки клина определяется выражением

$$t_{max} = \frac{h_{max}}{v_0} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^{5/2}}} \approx 1.47 \frac{h_{max}}{v_0}. \quad (6)$$

По модели 2 в [15] на первом этапе внедрения клин преодолевает сопротивление пластически деформирующейся среды, двигаясь в соответствии с (2) до критической глубины внедрения h_{cr} при достижении которой начинается развитие магистральной трещины. Из закона движения (2) следует, что это происходит в момент времени $t_{cr} = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{h_{cr}\omega}{v_0}$ при котором скорость клина составляет $v_1 = v_0 \cos(\omega t_{cr})$. Начиная с этого момента сила сопротивления внедрению клина определяется выражениями

$$F = C_1 \sqrt{h_{cr}} (2h - h_{cr}), \quad C_1 = 2\pi^{3/2} \text{tg}(\gamma) k(\gamma, \mu) \sqrt{b} / A. \quad (7)$$

С учетом этого закон движения клина в соответствии с законом Ньютона определяется уравнением: $\frac{d^2x}{dt^2} = -C_2x$, где $x = h - h_{cr} / 2$, $C_2 = \frac{2C_1}{m} \sqrt{h_{cr}}$, с начальными условиями при $t=0$: $x = h_{cr} / 2$, $dx / dt = v_1$.

Таким условиям удовлетворяет соотношение:

$$h(t) = h_{cr} / 2 + \frac{v_1}{\omega} \sin(\omega t) + \frac{h_{cr}}{2} \cos(\omega t). \quad (8)$$

Отсюда максимальное заглубление клина

$$h_{max} = h_{cr} / 2 + \sqrt{\left(\frac{v_1}{\omega}\right)^2 + \left(\frac{h_{cr}}{2}\right)^2}. \quad (9)$$

Расчет по этой формуле для клина массой 2.3кг и скоростью 2,2 м/с при внедрении клина в блок оргстекла дает $h_{max} = 0,193$ см, общее время внедрения составляет 1.5 мс

В работе [12] разработана в плоской упругопластической постановке модель расчета динамики внедрения клина с учетом изменения размера контактной площадки соприкосновения граней клина с породой в условиях развитой магистральной трещины. Известно решение о деформировании твердой среды, ограниченной гранями прямого угла в области контакта воздействием на нее плоским, расположенным перпендикулярно биссектрисе угла штампом. В задаче о

внедрении клина такое нагружение осуществляется при угле заострения клина 90° . Сила действия клина на угол вдоль его биссектрисы пропорциональна размеру площадки смятия $2a$ при пластическом течении: $f = (4 + \pi)abk$. Для угла заострения клина 2γ , отличного от 90° предложено в этом соотношении в качестве f использовать проекцию контактных сил, действующих со стороны клина, на биссектрису прямого угла:

$$f = RF, \quad R = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left(1 + \frac{1}{k(\gamma, \mu)} \right),$$

где F – сила внедрения клина. При этом размер проекции площадки смятия на ось клина

$$h_0 = C_3 F / (bk), \quad \text{где } C_3 = \frac{(1 + k(\gamma, \mu)) \cos(\gamma)}{(4 + \pi) \sqrt{2} k(\gamma, \mu)}. \quad (10)$$

Аналогично (7) имеем: $F = C_1 \sqrt{h_0} (2h - h_0)$, исключая отсюда F с учетом (10), получаем квадратное уравнение для определения h_0 :

$$h_0 b^2 k^2 / C_3^2 = C_1^2 (4h^2 - 4hh_0 + h_0^2),$$

решением которого является выражение:

$$h_0 = h_p + 2h - \sqrt{h_p^2 + 4h_p h}, \quad \text{где } h_p = \left(\frac{bk}{C_1 C_3} \right)^2.$$

Отсюда и из (4) следует уравнение движения клина массой m :

$$\frac{d^2 h}{dt^2} = -\frac{bk}{mC_3} \left(h_p + 2h - \sqrt{h_p^2 + 4h_p h} \right).$$

Интегрируя это уравнение, получаем зависимость скорости движения v клина от глубины внедрения h

$$v(h) = \sqrt{v_0^2 - \frac{2bk}{mC_3} \left(h_p h + h^2 - \frac{h_p^2}{6} \left(\left(1 + \frac{4h}{h_p} \right)^{3/2} - 1 \right) \right)}. \quad (11)$$

Для подтверждения работоспособности представленных моделей расчета динамики внедрения клина в горную породу необходимо сравнить их результаты с экспериментальными. Некоторые результаты таких модельных экспериментов представлены в работе [14], в которой исследовалось внедрение падающего клина в образец из оргстекла. Использование прозрачного оргстекла позволяло фиксировать глубину внедрения клина, размер и форму образующейся трещины. Результаты внедрения падающего клина массой 2.3кг, шириной лезвия 28мм и углом приострения 30° в образец из оргстекла определялись на копровой установке. Регистрация сигнала акселерометра, установленного на клине, позволяла определить силу его торможения во времени. Так при предупредительной скорости 220 см /с внедрение клина составило 0,2 см, максимальная сила торможения - 6310 Н, длительность сигнала акселерометра - 2мс. Также в экспериментах было обнаружено, что при скорости клина, меньшей чем 100см/с магистральная трещина не возникает. Для проведения сравнительных с этим экспериментом расчетов принимались следующие значения параметров клина и среды: $m=2.3$ кг, $b = 2.8$ см, $\gamma = 15^\circ$, $\mu = 0.2$, $\tau_s = k = 35$ МПа, $\nu = 0.3$, $E = 3 \cdot 10^9$ Па, $K_{IC} = 1$ МПа \cdot м^{0.5}. Рассчитаем по этим данным параметры внедрения клина с использованием предложенных в настоящей работе моделей.

По модели упругопластического внедрения движение клина определяется соотношением (2). Принимая коэффициент трения $\mu=0.2$ и предел текучести оргстекла $k = 35$ МПа по графику рис.2 получаем $C_0 = 3.1 \cdot 10^6$ Н / м. Отсюда $\omega = 11571 / с$ и максимальное заглубление клина $h_{max} = 1.9$ мм. При этом, $F = 5850$ Н, полупериод колебаний 2.7 мс. Эти данные достаточно близки к экспериментальным. Отметим здесь, что при предельной скорости 100 см/с расчетное заглубление клина в упругопластическом режиме составляет 0.86 мм, которое в расчетах по модели 2 было принято за критическую глубину, начиная с которой происходит развитие магистральной трещины.

По модели 1 интегрирование уравнения Ньютона (4) позволяет определить по формулам (5) и (6) максимальное заглубление клина $h_{max} = 2$ мм и время его достижения $t_{max} = 1.34$ мс. Из соотношения (3): $F = 6860$ Н,

По модели 2 согласно (8) и (9) $h_{max} = 0,193$, общее время внедрения составляет 1.5 мс.

По модели 3 расчетами по (11) была построена зависимость скорости клина от глубины внедрения, приведенная на рис.3. Из графика этого рисунка видно, что клин останавливается при $h_{max} = 0.2$ см. Соответствующая этому значению внедрения сила равна $F = 6760$ Н

Из приведенных для разных моделей результатов видно, что они достаточно близки к экспериментальным данным.

Для выбора лучшей модели требуется более тщательная экспериментальная проверка для разных горных пород и параметров ударного нагружения.

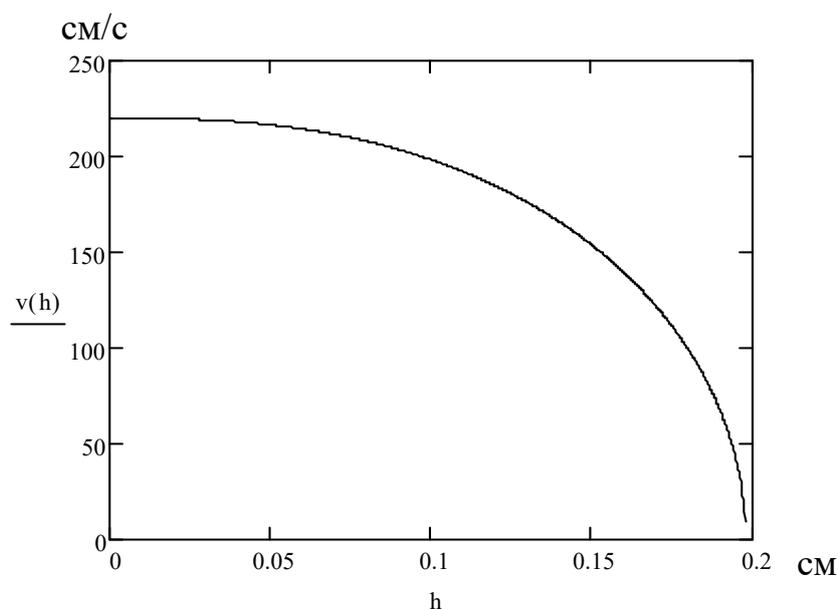


Рис.3 Зависимость скорости внедрения клина от глубины внедрения, рассчитанная по модели 3 (формула 11)

Заключение

Разработаны расчетные схемы для определения параметров ударного внедрения клиновидного инструмента в горную породу для четырех моделей деформирования среды. Среди них рассмотрено внедрение клина в модели упругопластического деформирования среды, упругого и упругоупластического деформирования в условиях роста магистральной трещины. По полученным решениям рассчитаны характерные параметры движения клина применительно к проведенному ранее эксперименту по внедрения стального клиновидного ударника в блок из оргстекла. По всем рассмотренным моделям получено удовлетворительное согласие расчетных данных, что свидетельствует о работоспособности рассматриваемых моделей. Для более детальной оценки моделей требуется экспериментальная их проверка для разных горных пород и параметров ударного нагружения.

Благодарности

Работа выполнена в рамках проекта НИР (гос. регистр. № 121062200075-4).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ушаков Л. С, Котылев Ю. Е., Кравченко В. А. Гидравлические машины ударного действия. — М.: Машиностроение, 2000. — 415 с.
2. Безвзрывные технологии открытой добычи твердых полезных ископаемых / Маттис А. Р., Ческидов В. И., Лабутин В. Н. и др. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2007. — 335 с.
3. Городилов Л. В., Лабутин В. Н. Перспективы создания ковшей активного действия к гидравлическим строительным экскаваторам // Материалы V Междунар. науч. симп. “Ударно-вибрационные системы, машины и технологии”, 23 – 25 апреля 2013 г. — Орел: Орел-ГТУ, 2013. — С. 112 – 119.

4. Горбунов В. Ф., Лазуткин А. Г., Ушаков Л. С. Импульсный гидропривод горных машин. — Новосибирск: Наука, 1986. — 195 с.
5. Крюков Г. М. Физика разрушения горных пород при бурении и взрывании. — Т. 1. — М.: Горная книга, 2006. — 330 с.
6. Колесников Ю. В., Морозов Е. М. Механика контактного разрушения. — М.: ЛКИ, 2010. — 224 с.
7. Lawn B. R., Evans A. G., and Marshall D. B. Elastic / plastic in indentation damage in ceramics: the median/radial crack system, *J. Amer. Ceram. Soc.*, 1980, Vol. 63, No. 9–10. — P. 574–581.
8. Lawn B. R. and Wilshav T. R. Indentation fracture: principles and application, *J. Mater. Sci.*, 1975, Vol. 10, No. 6. — P. 1049–1081.
9. Lawn B. R. and Swain M. V. Microfracture beneath point indentation in brittle solids, *J. Mater. Sci.*, 1975, Vol. 10, No. 1. — P. 113–122.
10. Maurer W. C. and Rinehart J. S. Impact crater formation in rock, *J. Appl. Phys.*, 1960, Vol. 31, No. 7. — P. 1247.
11. Paul B. and Sikarskie D. A preliminary theory on static penetration by a ridge wedge into brittle rock material, *Transaction of SME-AIME*, Dec. 1965. — P. 372–383.
12. Башеев Г. В., Ефимов В. В., Мартынюк П. А. Расчетная модель разрушения горных пород клиновидным ударным инструментом // *ФТПРПИ*. — 1999. — № 5. — С. 53–61.
13. Башеев Г. В. Расчетная модель откола куска горной породы при ударе клином под уступ // *ФТПРПИ*. — 2004. — № 5. — С. 77–89.
14. Шер Е. Н., Ефимов В. П. Трехмерное моделирование развития трещины в твердом теле при внедрении жесткого клина // *ФТПРПИ*. — 2015. — № 6. — С. 43–48.
15. Шер Е.Н. Численная оценка сопротивления внедрению клиновидного инструмента в хрупкий породный массив с учетом равновесного развития магистральной трещины // *ФТПРПИ*. — 2021. — №6
16. Башеев Г.В., Ефимов В.П., Мартынюк П.А. Образование зародышевой трещины при ударном разрушении хрупкого тела клином// *ФТПРПИ*. — 1999. — №1. — С 52-59

© Е. Н. Шер, 2022