

## Численный расчет деформирования пород при ведении горных работ

*В. Е. Миренков<sup>1\*</sup>*

<sup>1</sup> Институт горного дела им. Н.А. Чинакля СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация,  
\* E-mail: mirenkov@misd.ru

**Аннотация.** В работе анализируется классическое определение поля напряжений нетронутого массива пород и предлагается новое. Обобщено определение дневной поверхности на случай выработки, выходящей на границу. Описан процесс перехода к дополнительной задаче по расчету упругих напряжений и смещений около взаимовлияющих выработок, независимых от собственного веса удаленных пород. Рассматривается двумерный вариант массива пород. Наличие выемки, выработки предполагает удаление пород в соответствующем объеме, что только и вызывает смещения и напряжения. Модели от упругих до упруго-пластических не учитывают собственный вес пород и другие необратимые процессы, а рассматривают невесомые области счета. Если область счета деформирования пород около выработки содержит бесконечно удаленную точку то, согласно общей теории уравнений математической физики, найденные напряжения и смещения при удалении от полости стремятся к нулю, хорошо известный на практике факт. Полученные результаты существенны при переходе от открытой к подземной отработке полезных ископаемых, учитывают последовательность проведения выработок без чего не бывает горных работ. Доказано, что расчет деформирования в окрестности любого ослабления осуществляется только через дополнительную задачу, формулируя симметричные граничные условия на контуре за счет отказа от учета веса пород.

**Ключевые слова:** упругость, исходное состояние, главные напряжения

## Numerical calculation of rock deformation during mining operations

*V. E. Mirenkov<sup>1\*</sup>*

<sup>1</sup> Institute of Mining N.A. Chinakla SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation,  
\* E-mail: mirenkov@misd.ru

**Annotation.** The paper analyzes the classical definition of the stress field of an intact rock mass and proposes a new one. The definition of the daytime surface is generalized in the case of a work-out that goes to the border. The process of transition to the additional task of calculating elastic stresses and displacements near mutually influencing workings, independent of the own weight of the removed rocks, is described. A two-dimensional version of an array of rocks is considered. The presence of a recess, workings presupposes the removal of rocks in an appropriate volume, which only causes displacements and stresses. Models from elastic to elastic-plastic do not take into account the own weight of rocks and other irreversible processes, but consider weightless areas of counting. If the area of the rock deformation account near the mine contains an infinitely distant point, then, according to the general theory of equations of mathematical physics, the stresses and displacements found tend to zero when moving away from the cavity, a well-known fact in practice. The results obtained are significant when the transition from open to underground mining of minerals takes into account the sequence of workings, without which there is no mining. It is proved that the calculation of deformation in the vicinity of any weakening is carried out only through an additional task, formulating symmetric boundary conditions on the contour due to the refusal to take into account the weight of rocks.

**Keywords:** elasticity, initial state, main stresses

### ***Введение***

Создание новых технологий добычи полезных ископаемых невозможно без развития и совершенствования существующих методов расчета напряжений и смещений в окрестности выработок. В настоящее время появились программы, реализующие численный метод конечных элементов (МКЭ), например, в среде ANSYS Mechanical, сведя до минимума затраты исследователя на процесс получения результата. По существу все сводится к формулировке граничных условий, отвечающих моделируемому частному случаю, требующему ответа на возникающую проблему. В создавшихся условиях возникает потребность доказывать степень приближения численного счета к точному решению. Начиная с работ Михлина С.Г., Христиановича С.А. было введено понятие главных напряжений нетронутого массива пород в двумерном случае в виде

$$\sigma_y = -\gamma(H - z), \quad \sigma_x = -\lambda\gamma(H - z) \quad (1)$$

где  $H$  – расстояние от дневной поверхности до рассматриваемой точки,  $\gamma$  – удельный вес пород,  $\lambda$  – боковой отпор [1-3]. Конкретный вид (1) определяется экспериментально [4-5] и задает значения главных напряжений в точках  $z = 0$  в центре будущей выработки, другой информации нет. Процесс добычи сопровождается проведением большого количества выработок, растянутых во времени, т.е. создание и вступление их в эксплуатацию различно и не учитывает взаимовлияние. В [6-10] не рассматривалась последовательность ведения очистных работ. Проведение полости предполагает удаление части пород, сопровождаемое нарушением линейности (1) возрастания собственного веса на прямой от точки на дневной поверхности до центра Земли, проходящей через ранее отработанные участки, что сказывается на исходном поле напряжений.

Хорошо известен из практики способ защиты будущей выработки предварительной надработкой. Теоретического обоснования данного метода, как следует из результатов [6-10], где расчет ведется сразу для всей технологии, нет. Частный случай аналогичной ситуации имеет место, когда выемка начинается с дневной поверхности (или выходит на нее) и необходимость удаления вынутых пород в объеме полости приводит к нулевому приросту давления на дно ослабления глубиной  $2h$ . Другими словами, как следует из (1)

$$\sigma_y(2h) \equiv 0 \quad \text{при } z = H = 2h.$$

Расчеты напряжений и смещений в механике горных пород, как правило, проводятся в рамках упругой модели и, поэтому, необходимо знать взаимовлияние выработок проводимых: одновременно, сдвинутых во времени, а также последовательность их возведения, что существенно сказывается на прочность, устойчивость и безопасность отдельных участков и технологии в целом.

### Новое исходное состояние пород. Собственный вес

Исходное поле напряжений можно разделить на два независимых состояния: собственный вес (гравитация) основное главное напряжение, характеризуемое вектором, направленным к центру Земли; боковой распор, второй главный вектор, определяющий чисто напряженное состояние в точке перпендикулярное к первому. Перед проведением выработки определяются главные векторы напряжений экспериментально в точке (например, в ее центре)  $\sigma_y = -\gamma H$ ,  $\sigma_x = -\lambda\gamma H$  (рис. 1). Для простоты будущая выработка на рис. 1 квадратного сечения  $ABCD$  со стороной  $2h$ . Все сжатые «волокна» между  $AD$  и  $BC$  (рис. 1) можно убрать не изменяя нетронутого состояния массива, заменив их реакциями  $\sigma_x = -\lambda\gamma H$ .

В пределах будущего ослабления остались только значения собственного веса в каждой точке, направленные к центру Земли. Если не вынимать породы в объеме  $ABCD$ , то в результате на линии  $AB$  действуют сжимающие напряжения

$$\sigma_y = -\gamma(H - h), \quad (2)$$

а на  $CD$   $\sigma_y = -\gamma(H + h)$ . Чтобы сделать полость в массиве пород необходимо удалить часть  $ABCD$ . Последнее уменьшает давление на  $CD$  на  $2\gamma h$ ,

$$\sigma_y = -\gamma(H + h) + 2\gamma h = -\gamma(H - h), \quad (3)$$

т.е. сжимающие напряжения на контуре  $ABCD$  симметричны. Это новое исходное состояние поля напряжений нетронутого массива после проведения выработки  $ABCD$  для новых горных работ.

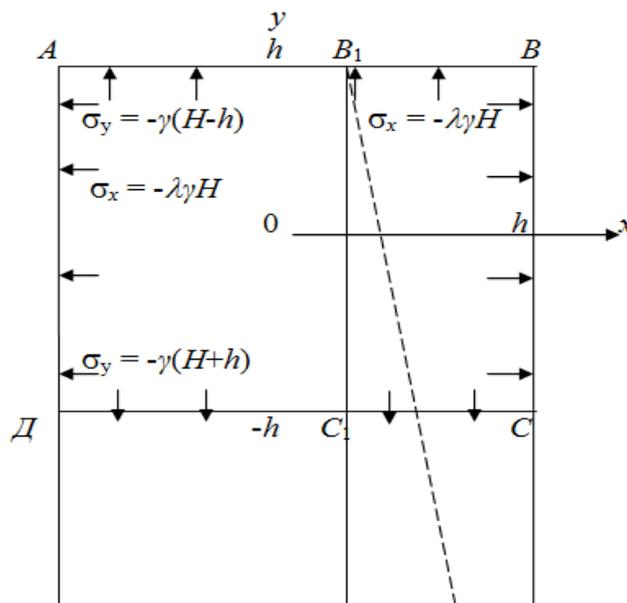


Рис. 1. Будущая заглубленная выработка  $ABCD$

--- вес  $B_1C_1$  ( $-2\gamma h$ )

Другими словами, начальное исходное состояние, определяемое главными значениями напряжений в точке, распространяется на пространство с полостью по контуру, которой действуют симметричные главные напряжения как результат извлечения пород. Равновесие не нарушается согласно определению (1) при движении от контура и обратно.

### *Некорректные задачи, учитывающие собственный вес пород*

Вес пород не относится к фундаментальным воздействиям. В основе фундаментальных моделей лежат потенциальные взаимодействия, определяющие сохранность полной энергии. Модели от упругих до упруго-пластических не учитывают собственный вес пород и другие необратимые процессы, а рассматривают невесомые области. Вес, как и все необратимые явления, связан со статистическими рассмотрениями.

При расчете напряжений и смещений в окрестности выработки во всем мире, используя МКЭ публикуются работы, в которых граничные условия формулируются в виде, представленном на рис. 2. Главным является факт натурного замера главных напряжений в центре будущей выработки, т.е. из (1)  $\sigma_y = -\gamma H$ ,  $\sigma_x = -\lambda\gamma H$  и необходимости сформулировать граничные условия для определения упругих напряжений и смещений, возникающих после проведения полости. Граничные условия на  $BC$  (рис. 2б) заменены на нормальные смещения  $v = 0$  и касательные напряжения  $\tau = 0$ , а на  $CD$  аналогично  $v = 0$  и  $\tau = 0$  по сравнению с рис. 2а. В общих случаях, представленных на рис. 2, разные граничные условия, отвечающие первой основной и смешанной задаче теории упругости, следовательно, и решения одной и той же проблемы различны. Если для первой основной задачи можно подобрать контур выработки в виде окружности, решение которой получено аналитически и смещения на бесконечности неограниченно возрастают [11], то для смешанной такого аналитического решения нет.

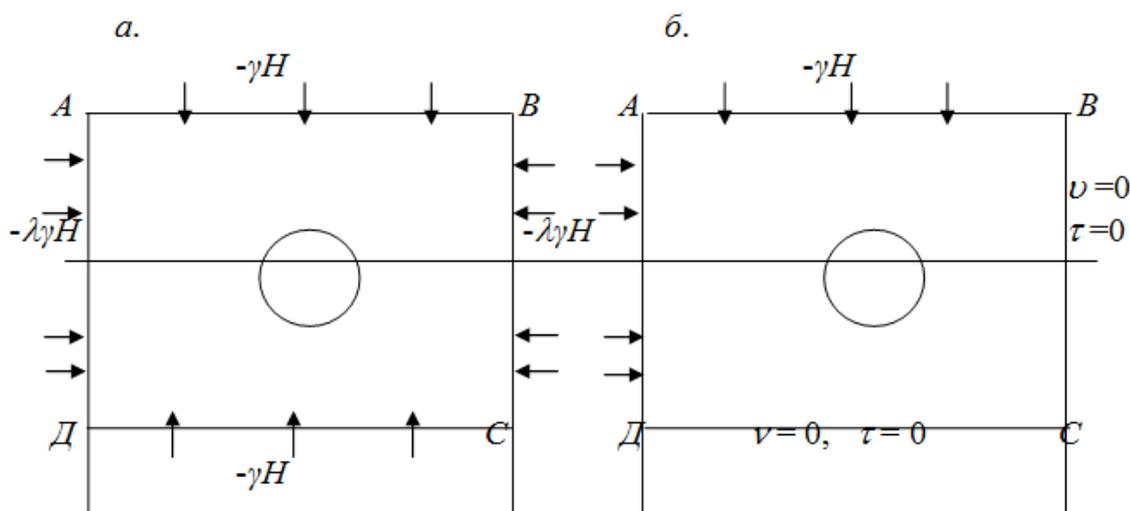


Рис. 2. Граничные условия, согласно экспериментальным данным в точке и нулевые на контуре выработки:

*a* – первая основная задача; *б* – смешанная задача теории упругости

На контуре выработки рис. 2 нулевые напряжения. Решается задача для конечной области ABCD с отверстием. Возникает вопрос, какую реальную ситуацию в массиве пород моделируют предлагаемые на рис. 2 расчетные схемы. Ни первая основная, ни смешанная задачи не моделируют реальные ситуации, возникающие при проведении выработки, когда приращения смещений и напряжений стремятся к нулю при удалении в массив. Если экспериментальные значения в точке  $\sigma_y = -\gamma H$  и  $\sigma_x = -\lambda\gamma H$  перенести на контур выработки (рис. 1), что предлагалось в работах [1-3], то придем к ситуации, следующей из (2), (3).

### ***Взаимовлияющие выработки***

Если выработка есть, то дополнительная задача расчета упругого деформирования решает проблему напряжений и смещений через которые можно установить вид деформирования, прочность, устойчивость данной технологии. Вторая выработка требует определения исходного поля напряжений массива с первой и последующей формулировкой дополнительной задачи. Чтобы рассмотреть процесс взаимовлияния этих объектов необходимо вычислить главные напряжения в центре второго ослабления в виде  $\sigma_{y2}$  и  $\sigma_{x2}$ . Исходное напряженное состояние массива пород с выработкой определяется расстоянием от дневной поверхности и любое бывшее не учитывается. Считается, что на контуре первой полные напряжения  $\sigma_y$  и  $\sigma_x$  равны нулю и учет их взаимовлияния примем в виде:

на контуре первой выработки полные напряжения

$$\sigma_y = 0, \sigma_x = 0;$$

на второй растягивающие напряжения

$$\sigma_{y2}, \sigma_{x2},$$

определяются из главных напряжений в центре выработки. Таким образом, проблема расчета напряженно-деформированного состояния взаимовлияющих выработок сводится к построению новых исходных состояний пород, предполагающих цепочку нескольких ослаблений, т.е. последовательное удаление веса в пределах выработок, что обеспечивает на каждом шаге непрерывность напряжений в новом исходном состоянии при движении от контура в массив и обратно, а зависимость от глубины как и в (1). Удаление пород позволяет сделать выработку в нетронутым массиве. Отсутствие пород создает нечувствительность (постоянность) напряжений при движении от кровли к почве на прямой от точки земной поверхности до центра Земли, проходящей через ослабление. Составляющая  $\sigma_x$  (боковой отпор) совпадает с представлением (1), а  $\sigma_y$  симметрично относительно пород кровли и почвы (рис. 1). В качестве примера рассмотрим случай будущей выработки с центром отстоящем от почвы ABCD на  $2h$  на любой линии параллельной оси  $y$  (рис. 1). Согласно предлагаемой теории, главные напряжения в центре второй будут (добавка веса идет от почвы CD)

$$\sigma_y = -\gamma(H - h) - 2\gamma h = -\gamma(H + h), \sigma_x = -\lambda\gamma(H + h) \quad (4)$$

Если проводить расчет второй выработки классическим методом, типа [6-9], то

$$\sigma_y = -\gamma(H + 3h), \quad \sigma_x = -\lambda\gamma(H + 3h) \quad (5)$$

Хорошо известна роль надработки широко используемая на практике [3], что легко видеть из сравнения (4) и (5). Впервые доказана ее роль как способ уменьшения и количественной оценки напряжений в надработанной выработке. Концепция нетронутого массива (1) не имеет памяти и снова породы нагружаются от нуля. Используемое определение исходного состояния массива пород представляет первое приближение никак не связывающее напряжения и деформации. Поэтому они никак не учитываются моделью, а все определяется состоянием на данный момент. При этом при переходе к дополнительной задаче необходимо удалить породы из будущей выработки, что нарушает модель (1). Без знания натуральных закономерностей деформирования можно говорить только о приближенном расчете.

Добыча полезных ископаемых процесс непрерывный и расчет устойчивости, например, дополнительной выработки без учета последовательности отработки и соответствующую последовательность расчета упругих решений проблема некорректная физически и математически. Обычно расчет, например, [6-10] проводят на конечное положение выработанного пространства, когда упругое решение определялось исходным состоянием нетронутого массива.

### **Результаты**

1. Впервые доказана роль надработки и управления ей как способ уменьшения напряжений в надработанной выработке

2. Доказана необходимость образования будущей полости в нетронутом состоянии пород, убрав собственный вес вынутых пород, что обеспечивает формулировку дополнительной задачи.

3. Для учета взаимовлияния выработок сформулировано новое определение исходного состояния нетронутого массива с ранее проведенным ослаблением. Доказана непрерывность напряжений при переходе через ослабление естественное или искусственное.

4. Доказана необходимость при последовательном образовании двух полостей в нетронутом состоянии, убирать породы из первой, и определять нетронутое состояние, по которому определяется на контуре второй (после выемки пород) новое состояние нетронутого массива.

5. Каждая новая выработка в массиве пород дает старт новому исходному состоянию, учитывающему все ранее проведенные.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Михлин С.Г. О напряжениях в породе над угольным пластом // Изв.АН СССР. ОТН. – 1942. - № 7-8. – С. 13-28.
2. Баренблатт Г.И., Христианович С.А. Об обрушении кровли при горных выработках // Изв.АН СССР. ОТН. – 1955. - № 11. – С. 73-86.

3. Грицко Г.И., Власенко Б.В., Посохов Г.Е. Прогнозирование и расчет проявлений горного давления. – Новосибирск: Наука. – 1980. – 159 с.
4. Alireza Maghsoudi, Behzad Kalantari. Monitoring Instrumentation in underground structuring // J. of Civil Engineering. 2014. No 4. – P. 135-146.
5. Курленя М.В., Барышников В.Д., Барышников Д.В., Гахова Л.Н., Качальский В.Г., Хмелинин А.П. Разработка и совершенствование скважинных методов оценки и контроля напряженно-деформированного состояния инженерных горных сооружений // ФТПРПИ. – 2019. - № 4. – С. 182-195.
6. Неверов А.А., Неверов С.А., Тапсиев А.П., Щукин С.А., Васичев С.Ю. Обоснование геотехнологий выемки рудных месторождений на основе развития модельных представлений об изменении параметров природного поля напряжений // ФТПРПИ. – 2019. - № 4. – С. 74-89.
7. Reiter K., Heidbach O. 3-D geomechanical-numerical model of the contemporary crustal stress state in the Alberta Basin (Canada) // Solid Earth. – 2014. - № 5. – P. 1123-1149.
8. Lotidis M.A., Nomikos P.P., Sofianos A.I. Laboratory study of the fracturing process in marble and plaster hollow plates subjected to uniaxial compression by combined acoustic emission and digital image correlation techniques // Rock Mech. and Rock Eng. – 2020, - Vol. 53. – № 4. - P. 1953-1971.
9. Шапошник Ю.Н., Конурин А.И., Неверов А.А., Неверов С.А., Усольцева О.М., Шапошник С.Н. Обоснование крепления горных выработок фрикционными анкерами в закладочном массиве // ФТПРПИ. – 2021. - № 5. – С. 71-85.
10. Fan C., Luo M., Yang Z., Lan T. Numerical Simulation of hydraulic fracturing in coal seam for enhancing underground gas drainage // Energy Exploration and Exploitation – Vol. 37. - № 1. – 2019. – P. 166-193.
11. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука. – 1966. – 708 с.
12. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. – М.: - Наука. – 1966. – 444 с.

© В. Е. Миренков, 2022