

## Применение волн с круговой поляризацией при решении обратных задач магнитотеллурического зондирования

*В. В. Плоткин<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. Трофимука А.А. СО РАН,  
г. Новосибирск, Российская Федерация  
e-mail: plotkinvv@ipgg.sbras.ru

**Аннотация.** С помощью численных экспериментов рассматриваются результаты применения волн с круговой поляризацией при решении обратных задач магнитотеллурического зондирования.

**Ключевые слова:** магнитотеллурическое зондирование, круговая поляризация

## Application of Waves with Circular Polarization in Solving Inverse Problems of Magnetotelluric Sounding

*V. V. Plotkin<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk,  
Russian Federation  
e-mail: plotkinvv@ipgg.sbras.ru

**Abstract.** With the help of numerical experiments results of application of waves with circular polarization in solution of inverse problems of magnetotelluric sounding are considered.

**Keywords:** the magnetotelluric sounding, the circular polarization

### *Введение*

Магнитотеллурическое зондирование (МТЗ) является одним из методов изучения глубинных структур электропроводности Земли. При интерпретации результатов обычно вводят и анализируют импедансные соотношения между декартовыми компонентами электромагнитного поля, поскольку отклик среды зависит от поляризации возбуждающей ее первичной волны, а она чаще всего эллиптическая [1, 2]. Импедансные соотношения учитывают независимые поляризации первичной волны вдоль  $OX$  или  $OY$  осей координат. При этом возникает понятие продольных и поперечных относительно профиля МТЗ импедансов, проблема выбора предпочтительной для решения обратной задачи кривой кажущегося сопротивлений.

Однако в качестве независимых поляризаций первичной волны можно взять круговые поляризации. В этих случаях вектор поля в волне вращается по часовой стрелке или против нее. Такой вариант предложен в работе [3] для поиска проявлений эффекта Холла в естественных условиях (при слабом эффекте волны с круговой поляризацией являются нормальными модами в горизонтально-слоистой среде, находящейся в постоянном магнитном поле Земли).

## Методы и модель среды

Действительно, электромагнитное поле с компонентами  $E_x$  и  $E_y$  всегда можно [4] представить суммой двух мод с круговыми поляризациями и амплитудами  $E_{1,2}$ :

$$E_{1,2} = E_x \pm iE_y. \quad (1)$$

Вектор электрического поля в первой моде с амплитудой  $E_1$  будет вращаться против часовой стрелки, а во второй моде с амплитудой  $E_2$  - по часовой стрелке (зависимость от времени в виде  $e^{i\omega t}$ ,  $\omega$  - угловая частота). В указанной работе вводились модовые импедансы:

$$E_1 = Z_{11}H_1 + Z_{12}H_2, \quad E_2 = Z_{21}H_1 + Z_{22}H_2, \quad (2)$$

где  $H_{1,2} = H_x \pm iH_y$ , - амплитуды магнитного поля этих волн. Можно получить явные выражения для связей модовых импедансов в (2) со стандартными импедансами:

$$\begin{aligned} Z_{11} &= \frac{1}{2}(Z_{xx} + Z_{yy}) - \frac{i}{2}(Z_{xy} - Z_{yx}), \quad Z_{22} = \frac{1}{2}(Z_{xx} + Z_{yy}) + \frac{i}{2}(Z_{xy} - Z_{yx}), \\ Z_{12} &= \frac{1}{2}(Z_{xx} - Z_{yy}) + \frac{i}{2}(Z_{xy} + Z_{yx}), \quad Z_{21} = \frac{1}{2}(Z_{xx} - Z_{yy}) - \frac{i}{2}(Z_{xy} + Z_{yx}). \end{aligned} \quad (3)$$

Существенно [1], что при поворотах декартовой системы координат на любой угол в горизонтальной плоскости комбинации  $Z_{xx} + Z_{yy} = const$  и  $Z_{xy} - Z_{yx} = const$ , то есть, не изменяются. Поэтому, как видно из (3), основные модовые импедансы  $Z_{11,22}$  являются инвариантами. С учетом (2-3) наряду со стандартными кривыми кажущегося сопротивления  $\rho_{xy}(\omega)$  и  $\rho_{yx}(\omega)$  можно вводить соответствующие модовые кривые  $\rho_{11}(\omega)$  и  $\rho_{22}(\omega)$ . Отметим, что для 1D и 2D сред модовые кривые кажущихся сопротивлений мод совпадают ( $\rho_{11}=\rho_{22}$ ). Это освобождает от необходимости выбора наиболее подходящей из них при интерпретации результатов измерений. Представляет интерес изучить, возникают ли какие либо преимущества при решении обратной задачи МТЗ с использованием модовых кривых кажущегося сопротивления.

С этой целью было проведено численное моделирование для 3D-среды. Расчеты поля проводились методом Треффца [5, 6]. Модель 3D-среды представляется набором параллелепипедов, в которых электропроводность однородна. Взятая для расчетов модель 3D-среды показана на рис. 1. Эту модель можно описать вектором, координаты которого  $x_k$  соответствуют ее параметрам в определенном порядке. Сначала идут параметры  $x_k = \ln \sigma_k$ , где  $\sigma_k$  - значения электропроводностей в однородных параллелепипедах трех верхних латерально неоднородных слоев. Нумерация параллелепипедов, обозначенных на рис. 1 точками белого цвета, начинается с левого нижнего угла верхнего слоя  $\rho_1$  и продолжается последовательно слева направо и вверх до правого верхнего угла этого слоя.

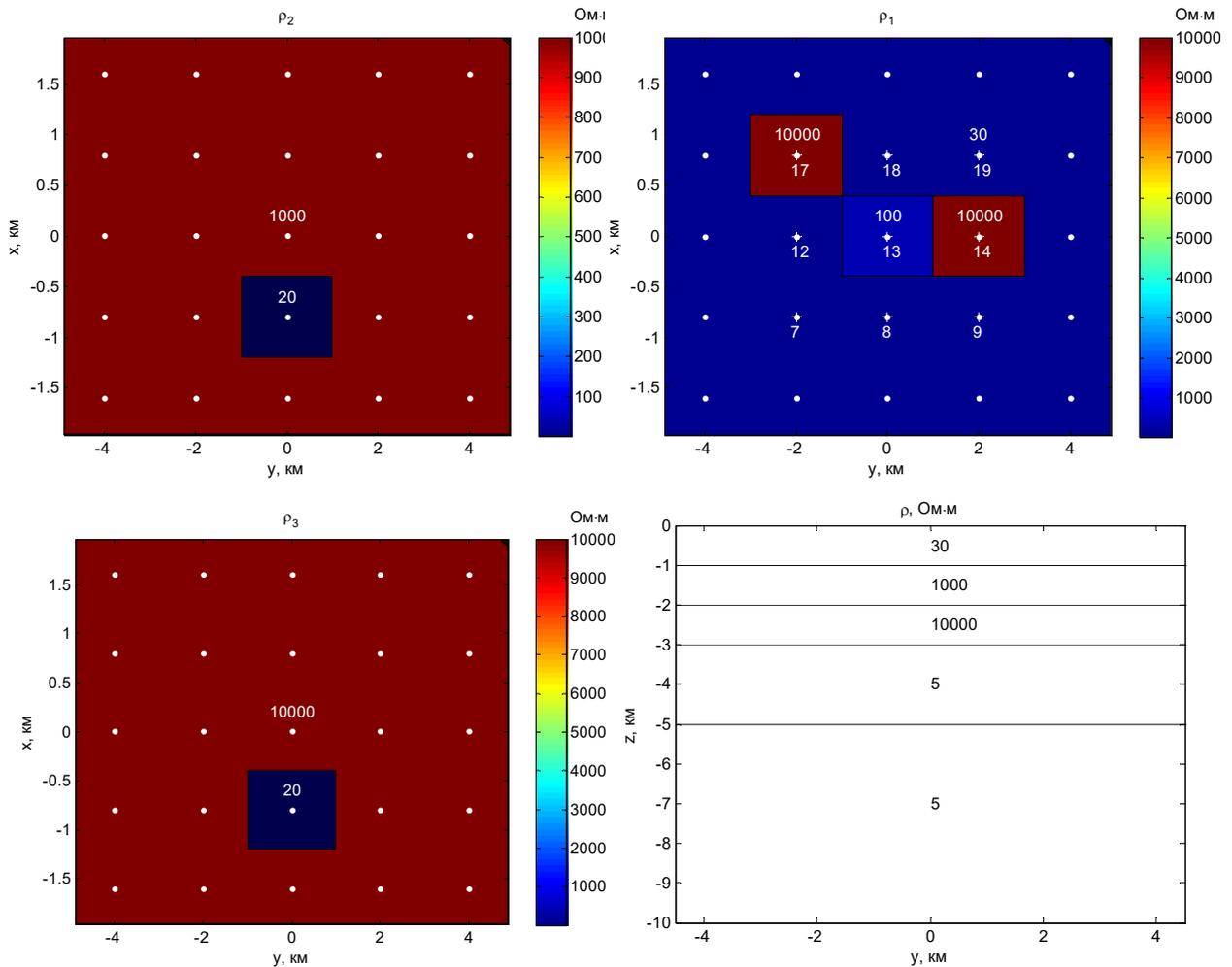


Рис. 1. Распределения удельного электрического сопротивления (УЭС) в трех верхних латерально неоднородных слоях (центры параллелепипедов показаны точками белого цвета, пункты МТЗ отмечены крестиками, номера пунктов указаны цифрами ниже крестиков) и глубокий геоэлектрический разрез фоновой среды

Далее аналогично нумеруются параллелепипеды в нижележащих слоях  $\rho_2$  и  $\rho_3$ . Всего для модели 3D-среды на рис. 1 получается 75 таких параметров. Затем следуют параметры  $x_k = \ln h_k$ , где  $h_k$  – толщины неоднородных слоев (снизу вверх), параметры  $x_k = \ln \sigma_k$ , где  $\sigma_k$  – значения электропроводностей двух однородных подстилающих слоев (сверху вниз), и последний параметр  $x_k = \ln h_k$ , где  $h_k$  – толщина верхнего из этих подстилающих слоев (всего 81 параметр). Все параметры 3D-среды положительные, так как  $e^{x_k} > 0$ .

### Результаты

На рис. 2 для примера приведены рассчитанные методом Треффца для данной модели 3D-среды стандартные  $\rho_{xy}(\omega)$  и  $\rho_{yx}(\omega)$ , а также модовые кривые  $\rho_{11}(\omega)$  и  $\rho_{22}(\omega)$  кажущегося сопротивления в нескольких пунктах МТЗ (их положение показано на рис. 1):

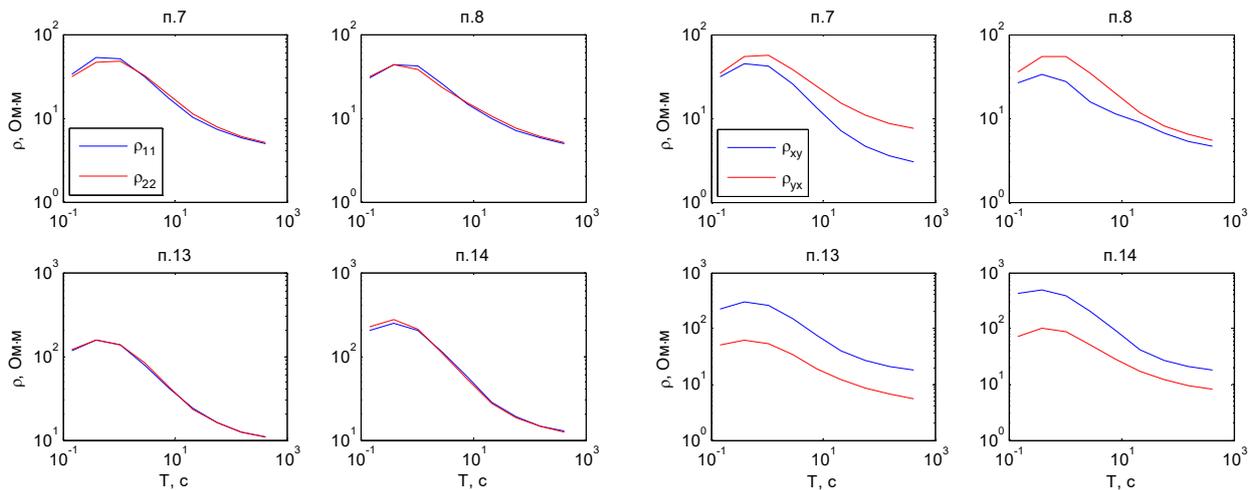


Рис. 2. Кривые кажущегося сопротивления в нескольких пунктах МТЗ, рассчитанные методом Треффца для модели 3D-среды (рис. 1)

Эти кривые использовались как входные данные для обратных задач. Можно отметить, что модовые кривые в отличие от стандартных практически не отличаются друг от друга. Хорошо видны смещения стандартных кривых по оси ординат относительно друг друга (гальванические искажения), вызванные возбуждением электростатических полей в латеральных неоднородностях. Однако на модовых кривых гальванические смещения практически не заметны, что вызвано характером возбуждения электростатического поля в латеральной неоднородности при воздействии на нее волны с круговой поляризацией (направления вращения вектора электрического поля для эффекта не существенны).

На рис. 3 представлены использованные в работе модели сред. Кривая  $x_k$  (а) отображает исходную модель (рис. 1). Показаны также стартовые модели  $x_k$ , необходимые для решения обратной задачи методом итераций и полученные в несколько этапов с привлечением метода глобальной оптимизации - алгоритма Монте-Карло [7]. Сначала рассчитывались величины функционалов невязок для моделей сред со всеми параметрами, случайно выбираемыми из априори заданного коридора их допустимых значений. Затем отбирались все модели со значениями функционалов невязок, меньших выбранного порога. Кривая  $x_k$  (б) на рис. 3 получена усреднением отобранных моделей и сглаживанием результата с помощью полиномиальной интерполяции. Кривая  $x_k$  (в) на рис. 3 получена в предположении, что случайные параметры моделей из коридора их допустимых значений, соответствуют горизонтально-слоистым средам. Она отображает параметры фоновой среды, удовлетворяющей выбранному порогу невязок. Из сравнения кривых  $x_k$  (б) и (в) в интервалах их наибольшего расхождения можно предположить, что эти интервалы соответствуют областям локализации латеральных неоднородностей. Поэтому поиск итоговой стартовой модели производился при условии, что случайным образом наряду с параметрами фоновой горизонтально-слоистой среды выбираются и параметры значений  $x_k$  в указанных интервалах. Соответствующие кривые  $x_k$  (г) и (д) отображают итоговые стартовые модели для двух разных порогов невязок.

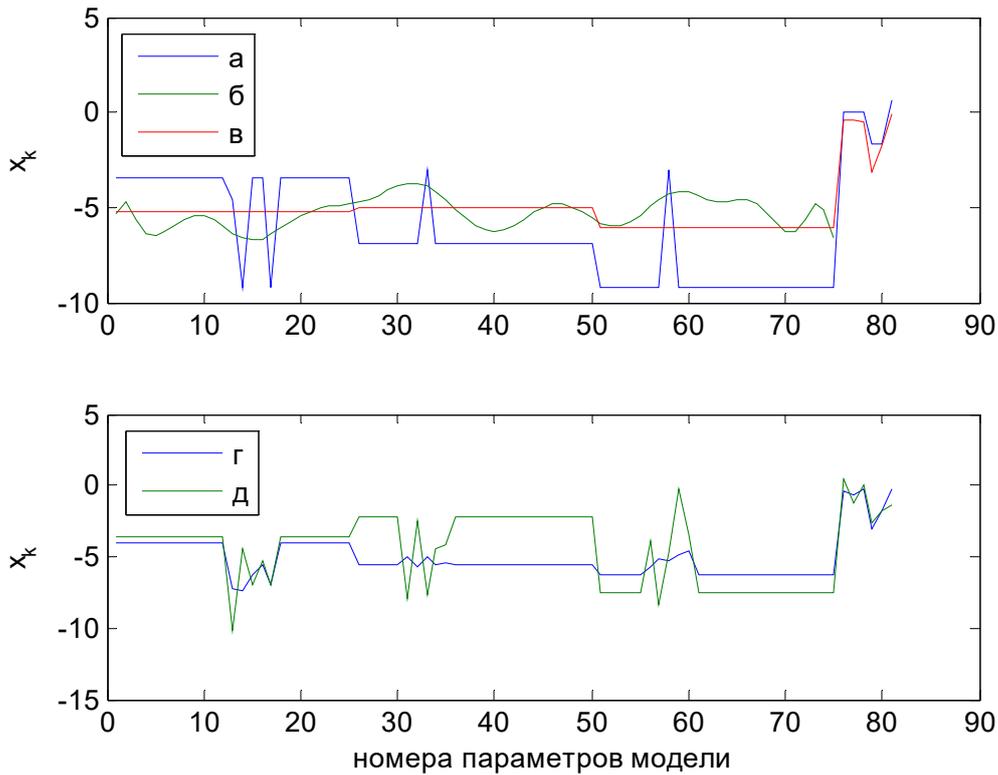


Рис. 3. Кривые  $x_k$  параметров, отображающие модели 3D-сред: исходная модель (а), промежуточные стартовые модели (б, в) и варианты итоговых стартовых моделей (г, д), полученные алгоритмом Монте-Карло

Используемые функционалы  $\Phi$  суммы всех невязок для модовых или для стандартных кривых рассчитывались по следующим формулам:

$$\Phi = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K \left( \left| \frac{\ln \rho_{11} - \ln \rho_{11}^0}{\ln \rho_{11}^0} \right|_k^2 + \left| \frac{\ln \rho_{22} - \ln \rho_{22}^0}{\ln \rho_{22}^0} \right|_k^2 \right), \quad (4)$$

$$\Phi = \frac{1}{2K} \sum_{k=1}^K \left( \left| \frac{\ln \rho_{xy} - \ln \rho_{xy}^0}{\ln \rho_{xy}^0} \right|_k^2 + \left| \frac{\ln \rho_{yx} - \ln \rho_{yx}^0}{\ln \rho_{yx}^0} \right|_k^2 \right),$$

где  $K$  – количество всех учитываемых периодов и пунктов МТЗ,  $\rho_{11,22}$ ,  $\rho_{11,22}^0$  – модовые кажущиеся сопротивления для текущей и исходной модели среды соответственно, и  $\rho_{xy,yx}$ ,  $\rho_{xy,yx}^0$  – стандартные кажущиеся сопротивления для текущей и исходной модели среды соответственно.

Для оптимизации модели среды использовался нелинейный метод наименьших квадратов и итерационный процесс с вычислениями матрицы чувствительности и ее сингулярного  $SVD$  - разложения (см., например, [8]). Для устойчивости и регуляризации процесса в целевой функционал добавлен член  $\lambda \sum_k x_k^2$ , где  $x_k$  - искомые параметры модели среды, и  $\lambda$  - параметр, от величины которого зависит устойчивость процесса. При поиске минимума  $\Phi$  существует конкурен-

ция членов с невязками данных и члена  $\lambda \sum_k x_k^2$ . Параметр  $\lambda$  для следующей итерации выбирался, учитывая зависимость  $\Phi(\lambda)$ , положение точки ее минимума и коридор возможных значений  $x_k$ . Выбор  $\lambda$  отвечает за появление “эквивалентных” моделей среды, не совпадающих с исходной в присутствии погрешностей данных вычислений и наблюдения.

### Обсуждение

Оптимизация модели среды предложенным способом всегда приводила в расчетах к исходной модели (кривая (а) на рис. 1). От выбора стартовой модели зависит лишь количество итераций, необходимых для решения обратной задачи. На рис. 4 в качестве примера показаны процессы сходимости для двух стартовых моделей. Можно отметить, что при обеих стартовых моделях процесс сходится быстрее для функционала невязок модовых кривых.

Итоговые значения невязок  $\leq 10^{-15}$ . Это соответствует совпадению всех кривых для найденной модели с соответствующими кривыми для исходной модели, приведенными на рис. 2.

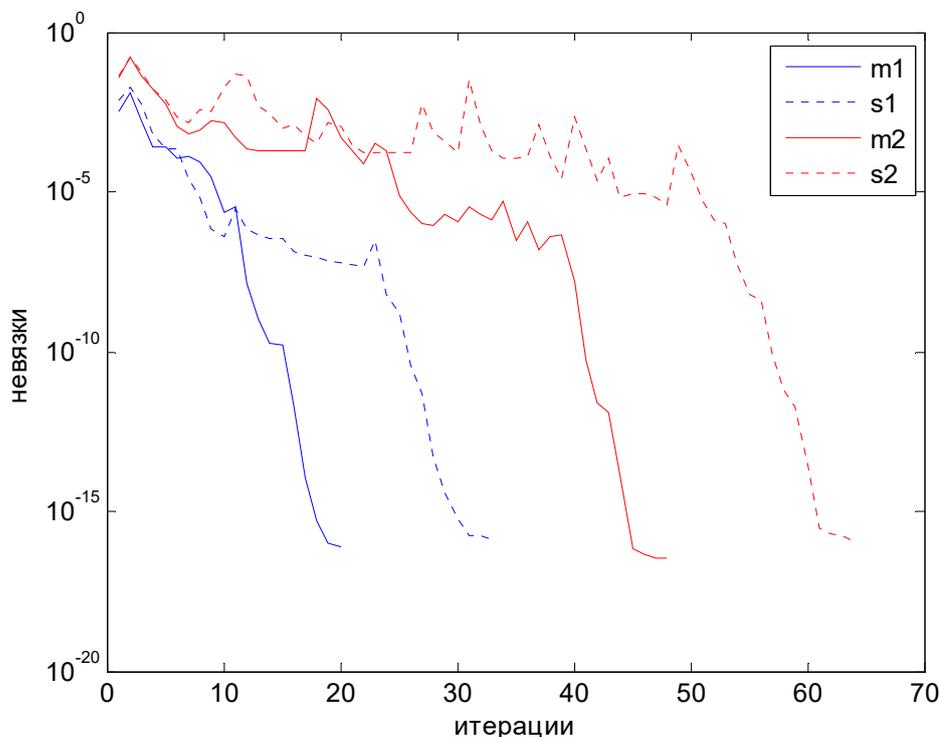


Рис. 4. Процессы сходимости функционалов невязок модовых ( $m1, m2$ ) и стандартных ( $s1, s2$ ) кривых для двух ( $m1, s1$  и  $m2, s2$ ) стартовых моделей среды

### Заключение

Численные эксперименты показывают, что применение волн с круговой поляризацией приводит к достоверному решению обратной задачи МТЗ и ускоряет процесс поиска оптимальной модели среды по экспериментальным данным. Мо-

довые кривые кажущегося сопротивления менее подвержены искажениям, вызываемым гальваническим эффектом в 3D-среде.

### ***Благодарности***

Работа выполнена при поддержке проекта ФНИ № FWZZ-2022-0025.

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Бердичевский М.Н., Дмитриев В.И. Модели и методы магнитотеллурики. - М.: Научный мир, 2009. - 668 с.
2. Жданов М.С. Электроразведка. М.: Недра, 1986. – 320 с.
3. Плоткин В.В., Потапов В.В. Оценки холловской проводимости по данным магнитотеллурического зондирования // Геодинамика и тектонофизика. – 2020. – Т. 11. – № 4. – С. 817-828.
4. Plotkin V.V., Mogilatov V.S., Potapov V.V. Role of Hall Effect in Magnetotelluric Sounding // Problems of Geocosmos-2018: Proceedings of the XII International Conference and School (St. Petersburg, Petrodvorets, October 08-12, 2018), Springer Proceedings in Earth and Environmental Sciences. – 2020. - P. 19-27.
5. Егоров И.В. Метод Треффца для решения трехмерных прямых и обратных задач геоэлектрики // Физика Земли. - 2011. - Т. 47. - № 2. - С. 15-26.
6. Плоткин В.В., Губин Д.И. Учет приповерхностных неоднородностей над горизонтально слоистым разрезом при магнитотеллурическом зондировании // Геология и геофизика. - 2015. - Т. 56. - № 7. - С. 1381-1390.
7. Sambridge M., Mosegaard K. Monte Carlo Methods in Geophysical Inverse Problems // Reviews of Geophysics. - 2002. – Vol. 40. - N 3. – P. 1009.
8. Senkaya M., Karşı H. Joint inversion of Rayleigh-wave dispersion data and vertical electric sounding data: synthetic tests on characteristic sub-surface models // Geophysical Prospecting. – 2016. - Vol. 64. - N 1. – P. 228–246.

© В. В. Плоткин, 2022