

Применение метода дискретных элементов для оценки прочностных свойств упругих сред

В. Д. Чепеленкова^{1,2} В. В. Лисица³*

¹ Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск, Российская Федерация

² Новосибирский государственный университет, г. Новосибирск, Российская Федерация

³ Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
г. Новосибирск, Российская Федерация

* e-mail: v.chepelenkova@g.nsu.ru

Аннотация. Метод дискретных элементов использует представление моделируемого материала в виде совокупности отдельных частиц, являющихся твердыми телами и имеющих заданный набор упругих констант. Такой подход позволяет более эффективно моделировать процессы, сопровождаемые большими деформациями и нарушениями сплошности среды, нежели при использовании сеточных методов. Однако основным недостатком метода дискретных элементов является отсутствие прямой зависимости между параметрами частиц и упругими характеристиками системы в целом, что вызывает необходимость калибровки до соответствия реальному материалу. В данной работе приведена реализация алгоритма, использующего метод дискретных элементов для численного моделирования поведения упругих сред, приводящего к образованию трещин. Для полученной модели проведено исследование влияния параметров частиц на модуль Юнга и прочность в тестах на одноосное сжатие.

Ключевые слова: метод дискретных элементов, одноосное нагружение, геомеханика

Application of discrete element method to estimation of strength properties of elastic media

V. D. Chepelenkova^{1,2}, V. V. Lisitsa³*

¹ Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russian Federation

² Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russian Federation

³ Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, Novosibirsk,
Russian Federation

* e-mail: v.chepelenkova@g.nsu.ru

Abstract. Discrete element method uses the representation of simulated material as a group of individual particles being rigid bodies with a given set of elastic constants. This approach makes it possible to simulate processes accompanied by large deformations and discontinuities of the medium more efficiently than when using continuum methods. However, the main drawback of discrete element method is the lack of a direct correlation between particle parameters and elastic properties of the system as a whole, which makes it necessary to calibrate the model to match the real material. In this paper we present an implementation of the algorithm using discrete element method to simulate the behavior of solid materials leading to their fracturing. For the obtained model the influence of particle parameters on Young's modulus and strength in uniaxial compression test was examined.

Keywords: discrete element method, uniaxial loading, geomechanics

Введение

Сеточные методы, используемые для моделирования упругих сред при решении инженерных задач, подразумевают работу в области малых деформаций, так как их целью является выявление предельных значений напряжения и дефор-

мации при возникновении в материале нарушений сплошности. При геомеханических исследованиях интерес представляют, в первую очередь, формирование и развитие трещин и разломов, что подразумевает наличие больших деформаций. Это делает неоптимальным использование методов, применяемых в инженерных задачах.

Метод дискретных элементов позволяет избежать проблем, присущих сеточным методам. Однако его существенным недостатком является необходимость калибровки на реальном материале, так как упругие характеристики отдельных частиц не всегда соответствуют макропараметрам системы в целом.

В работе [1] выполнен сравнительный анализ сеточных методов с методами частиц. Обзор различных подходов к моделированию с использованием дискретных элементов приведен в [2].

Влияние характеристик частиц на макропараметры системы в случае сыпучих сред было исследовано, например, в работах [3,4].

В данной работе было проведено исследование зависимости модуля Юнга материала и его прочности на сжатие от длины связей между частицами, коэффициента трения и касательной жесткости.

Методы и материалы

В методе дискретных элементов каждая частица характеризуется положением центра масс \vec{r} , радиусом a и массой m , а взаимодействия между частицами описываются с помощью представления этих частиц в виде объектов, соединенных пружинами заданной жесткости, далее именуемых связями. Частицы, связи между которыми были разорваны, на макроуровне формируют трещину.

Сила \vec{f}_{ij}^n , действующая на частицу i со стороны частицы j , может быть разложена на нормальную и тангенциальную составляющие как $\vec{f}_{ij} = f_{ij}^n \vec{n}_{ij} + f_{ij}^t \vec{t}_{ij}$, где $\vec{n}_{ij} = (\vec{r}_i - \vec{r}_j) / \|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|$ — вектор единичной нормали, направленный вдоль линии, соединяющей центры масс частиц, \vec{t}_{ij} — касательный вектор. Для упрощения записи далее нижние индексы ij будут опущены.

Нормальная компонента f^n силы задается формулой [5]:

$$f^n = \begin{cases} k_r^n \delta, & \delta > 0, \\ k_a^n \delta, & -d_{crit} \leq \delta \leq 0, \\ 0, & \delta < -d_{crit} \end{cases}$$

где k_r^n — жесткость на сжатие, k_a^n — жесткость на растяжение, $\delta = a_i + a_j - \|\vec{r}_i - \vec{r}_j\|$ — характерный размер области пересечения частиц, d_{crit} — длина связи. При превышении величиной δ значения d_{crit} связь разрывается, и для дальнейших взаимодействий данной пары частиц полагается $d_{crit} = 0$.

Касательная составляющая f^t силы [6] для частиц, имеющих ещё не разорванную связь, вычисляется по формуле

$$\vec{f}^t = \begin{cases} \vec{f}_0^t, & \|\vec{\xi}\| < d_{crit}, \\ \mu_d f^n \frac{\vec{f}_0^t}{\|\vec{f}_0^t\|}, & \|\vec{\xi}\| \geq d_{crit}, \end{cases}$$

$$\vec{f}_0^t = -k^t \vec{\xi}^{(n)},$$

где k^t — касательная жесткость, $\vec{\xi}^{(n+1)} = \vec{\xi}^{(n)} + \tau \vec{v}^t$ — вектор относительного смещения частиц в плоскости контакта, \vec{v}^t — касательная составляющая относительной скорости движения частиц.

При выполнении условия $\|\vec{\xi}\| < d_{crit}$ связь между частицами рвется, и дальнейшее их взаимодействие определяется классическим кулоновским трением.

Таким образом, если обозначить через $J(i)$ множество всех частиц, взаимодействующих с частицей i , то траектория движения этой частицы в поле тяжести вычисляется интегрированием уравнения

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = m_i \vec{g} + \sum_{j \in J(i)} (f_{ij}^n \vec{n}_{ij} + f_{ij}^t \vec{t}_{ij}) - \gamma \vec{v}_i,$$

где \vec{g} — ускорение свободного падения, γ — коэффициент искусственной вязкости.

На этапе одноосного сжатия образца средние напряжения вычисляются согласно формуле [7]

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = -\frac{1}{2 \sum_{p=1}^N V^p} \sum_{p=1}^N \sum_{q \in J(p)} (x_i^{c,pq} f_j^{pq} + x_j^{c,pq} f_i^{pq}),$$

где $x_i^{c,pq}$ — положение точки контакта частиц p и q , V^p — объем частицы p , N — количество частиц, используемых при моделировании.

Соответствующие деформации вычисляются как $\varepsilon = \Delta y / y_{max}$, где y_{max} соответствует наиболее высокой точке на образце.

Модуль Юнга E в таком случае можно определить как угол наклона линейной части диаграммы напряжения-деформации, так как по определению $E = \sigma / \varepsilon$.

Прочность материала на сжатие в работе определялась как максимальное напряжение на получаемой диаграмме.

Результаты

Входные параметры, использованные при моделировании, приведены в табл. 1. Частицы материала представлены в виде сферических тел, радиусы которых яв-

ляются случайными величинами с равномерным распределением $U[a_{min}, a_{max}]$, расположенных в прямоугольной области с линейными размерами $w \times h$.

В работе были проведены расчеты для всех возможных комбинаций параметров k^t , d_{crit} и μ_s из диапазонов $k^t / k^n \in \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 1\}$, $d_{crit} / a_{max} \in \{0.01, 0.03, 0.05, 0.07\}$ и $\mu_s \in \{0, 0.1, 0.3, 0.5\}$. Для каждой комбинации параметров было использовано пять статистических реализаций набора дискретных элементов. Всего было проведено 400 численных экспериментов.

Таблица 1

Входные параметры

Характеристика	Значение	Характеристика	Значение
N	4000	$k^t, 10^9 \text{ Н / м}$	$0.1 - 1 k_r^n$
$a_{min}, \text{ м}$	10	$d_{crit}, \text{ м}$	$0.01 - 0.07 a_{max}$
$a_{max}, \text{ м}$	15	μ_s	$0.0 - 0.5$
$\rho, \text{ кг / м}^3$	2630	μ_d	μ_s
$k_r^n, 10^9 \text{ Н / м}$	128	$w \times h, \text{ м}$	1260×2520
$k_a^n, 10^9 \text{ Н / м}$	128	γ	0.7

Диаграммы напряжения-деформации, полученные в результате усреднения наборов из пяти экспериментов, были сгруппированы так, чтобы при двух фиксированных параметрах рассматривалась зависимость от третьего (рис. 1).

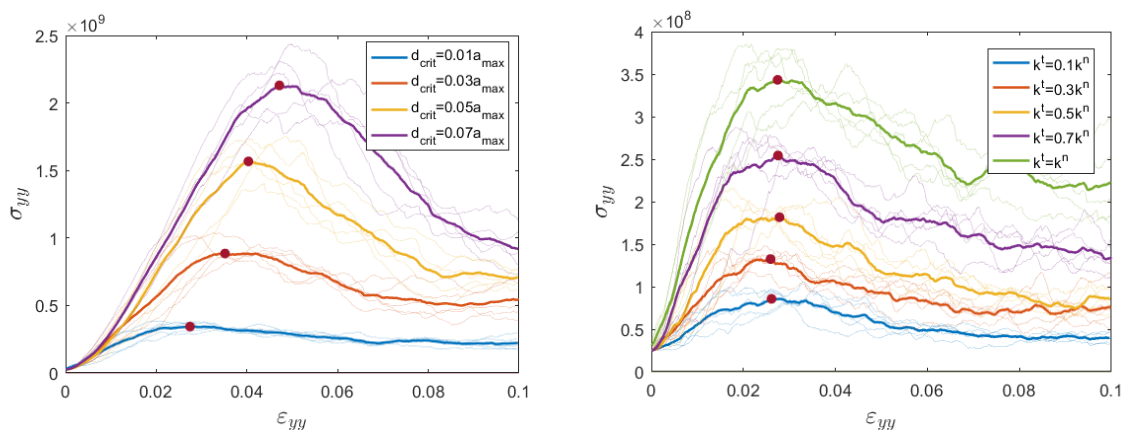


Рис. 1. Диаграммы напряжения-деформации для различных наборов параметров. Слева зафиксированы $\mu = 0.1, k^t = k^n$; справа $d_{crit} = 0.01 a_{max}, \mu = 0.1$. Точками обозначены предельные нагрузки материала

На графиках (рис. 2) представлена зависимость значений модуля Юнга и прочности на сжатие от варьируемых параметров. В каждом из случаев была проведена аппроксимация полученных данных (на графиках обозначены точками) методом наименьших квадратов (на графиках обозначены линиями).

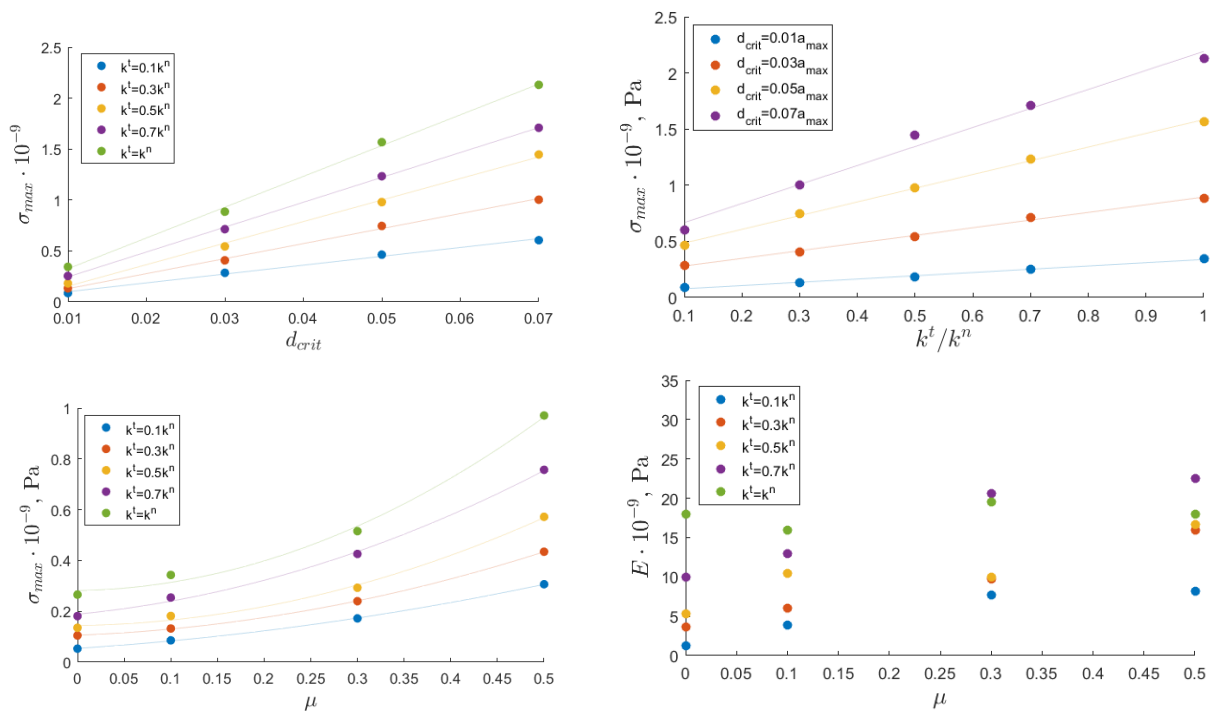


Рис. 2. Влияние различных параметров на прочность материала и модуль Юнга

Обсуждение

Представленные результаты показывают линейную зависимость предельной нагрузки, приложенной к телу, от длины связи и касательной жесткости. Зависимость от коэффициента трения соответствует полиному второй степени. Несмотря на недостаточное количество реализаций в каждом наборе параметров, можно отметить, что прочность тела показывает устойчивую зависимость от входных параметров с достаточно малой стандартной ошибкой.

Тем не менее, оценить характер роста модуля Юнга при увеличении значений параметров не представляется возможным при данном количестве статистических реализаций.

Заключение

В работе представлена реализация метода дискретных элементов со связями для моделирования поведения упругих сред при одноосном сжатии и исследовано влияние длины связей, касательной жесткости и коэффициента трения на макроскопические характеристики системы. Показано, что модуль Юнга полученного материала и его прочность на сжатие демонстрируют рост при увеличении значений варьируемых параметров. Для прочности на сжатие выявлена линейная зависимость от длины связей и жесткости, и квадратичная зависимость от коэффициента трения.

Благодарности

Реализация алгоритма выполнена В. Чепеленковой в рамках подготовки дипломной работы в НГУ. Численные эксперименты проводились В. Чепеленковой в ИМ СО РАН при поддержке РФФ грант № 21-71-20003, непосредственно рас-

четы проводились с использованием кластера на базе Санкт-Петербургского государственного технического университета. В. Лисица – постановка задачи и анализ результатов в рамках работ по гос. заданию 0331-2019-0008.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Gray G. G., Morgan J. K., Sanz P. F. Overview of continuum and particle dynamics methods for mechanical modeling of contractional geologic structures // Journal of Structural Geology. – 2014. – Vol. 59. – P. 19-36.
2. Lisjak A., Grasselli G. A review of discrete modeling techniques for fracturing processes in discontinuous rock masses // Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering. – 2014. – Vol. 6. – №. 4. – P. 301-314.
3. Gao Y., De Simone G., Koorapaty M. Calibration and verification of DEM parameters for the quantitative simulation of pharmaceutical powder compression process // Powder Technology. – 2021. – Vol. 378. – P. 160-171.
4. Yan Z., Wilkinson S.K., E. H. Stitt E.N., Marigo M. Discrete element modelling (DEM) input parameters: understanding their impact on model predictions using statistical analysis // Computational Particle Mechanics. – 2015. – Vol. 2. – №. 3. – P. 283-299.
5. Hardy S., Finch E. Discrete-element modelling of detachment folding // Basin Research. – 2005. – Vol. 17. – №. 4. – P. 507-520.
6. Luding S. Introduction to discrete element methods: basic of contact force models and how to perform the micro-macro transition to continuum theory // European journal of environmental and civil engineering. – 2008. – Vol. 12. – №. 7-8. – P. 785-826.
7. Potyondy D. O., Cundall P. A. A bonded-particle model for rock // International journal of rock mechanics and mining sciences. – 2004. – Vol. 41. – №. 8. – P. 1329-1364.

© В. Д. Чепеленкова, В. В. Лисица, 2022