

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ КОНВЕКЦИИ В СЖИМАЕМОМ ГАЗЕ

Игорь Борисович Палымский

Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 630102, Россия, г. Новосибирск, ул. Кирова, 86; Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, д.ф.-м.н., профессор, тел. +7 (913) 939-19-24, e-mail: palymsky@yandex.ru

Артём Валерьевич Трилис

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, 630090, Россия, Новосибирск, просп. акад. Лаврентьева, 15, к.ф.-м.н., н.с., тел. +7 (923) 220-05-67, e-mail: trilisartie@yandex.ru

Путем численного моделирования исследуются характеристики устойчивости статического режима конвекции Рэлея – Бенара в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе. Показано, что в зависимости от высоты области конвекции и величины температурного градиента реализуются различные режимы конвекции – изобарный, адиабатический и сверхадиабатический. Определены условия, при выполнении которых конвекция развивается при устойчивой стратификации. Построена диаграмма режимов конвекции в зависимости от высоты области и величины температурного градиента.

Ключевые слова: конвекция Рэлея – Бенара, газ, устойчивая стратификация, неустойчивая стратификация, температурный градиент

ABOUT SPECIFIC FEATURES OF CONVECTION IN COMPRESSED GAS

Igor B. Palymskiy

Siberian State University of Telecommunications and Informatics, 86 Kirova St., Novosibirsk, 630106, Russia; Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Dr. Sc., Professor, phone: +7 (913) 939-19-24, e-mail: palymsky@yandex.ru

Artem V. Trilis

Lavrentiev Institute of Hydrodynamics SB RAS, 15, Akademik Lavrentiev Prospect, Novosibirsk, 630090, Russia, Ph. D., Researcher, phone: +7 (923) 220-05-67, e-mail: trilisartie@yandex.ru

Stability characteristics of static Rayleigh – Benard convection regime in a compressible, viscous and heat-conducting gas are investigated by means of numerical simulation. It is shown that, depending on the height of convection region and the magnitude of temperature gradient, various convection modes are realized – isobaric, adiabatic, and superadiabatic. The conditions under which convection develops at stable stratification are determined. A diagram of convection modes is plotted depending on the height of the region and the magnitude of temperature gradient.

Keywords: Rayleigh – Benard convection, gas, stable stratification, instable stratification, temperature gradient

Введение

Конвекция Рэлея – Бенара – классическая область науки, в рамках которой для инертной и несжимаемой среды разработана основанная на приближении Буссинеска математическая модель и соответствующие численные методы [1–3].

В основе приближения Буссинеска лежит предположение о малой вариации температуры, и соответственно, плотности. Однако, при конвекции газа приближение Буссинеска может быть использовано только в лабораторных условиях, в областях достаточно малого размера с относительно небольшим изменением гидростатического давления, а конвекция в областях с характерным размером несколько десятков сантиметров и более из-за относительно большого изменения гидростатического давления по высоте области требует учета сжимаемости газа на основе полных уравнений газовой динамики [4].

К необходимости рассматривать конвективные течения газовых смесей в областях большого размера приводит изучение вопросов взрывобезопасности при транспортировке углеводородов по трубопроводам и хранении их в резервуарах.

В качестве примера, укажем на техногенную катастрофу, произошедшую вечером 31 июля 2014 года в густонаселенном районе тайваньского города Гаосюн [5]. При транспортировке на перерабатывающий завод по подземному трубопроводу пропилен из-за его утечек произошла серия взрывов (не менее пяти), в результате чего 30 человек погибли, 309 ранены, в городе с населением 2,8 млн. человек была разрушена инфраструктура, наблюдались массовые пожары. Конечно, подземный трубопровод был сконструирован и использовался для перекачки жидкого пропилена под давлением. Однако, наличие протечек поврежденного трубопровода из-за нередких в этих районах землетрясений и, как следствие, разгерметизация системы с падением давления привели к появлению в трубе участков, заполненных паро-воздушной смесью пропилена и воздуха (при атмосферном давлении температура кипения пропилена -47°C). Затем участки с паро-воздушной смесью пропилена и воздуха перемешались благодаря внутренним течениям в трубе с образованием зон с взрывоопасной концентрацией пропилена. А роль триггера, инициировавшего серию взрывов подземного трубопровода и уничтожение целого района города, сыграла искра в канализационном колодце, где благодаря утечкам из трубопровода пропилен перемешался с воздухом (пропилено-воздушная газовая смесь взрывоопасна при объемном содержании углеводорода от 2,4 до 11%).

В этой связи отметим, что конвекция газа на основе полных нелинейных уравнений газовой динамики исследована слабо [6], что обусловлено техническими трудностями, связанными, во-первых, с большой жесткостью системы уравнений, то обуславливает необходимость проводить вычисления с неоправданно малыми шагами по времени и, во-вторых, к крайне низкому относительному изменению давления [6, 7]. Последнее обстоятельство сделало невозможным в рамках данной работы проведение расчетов при высоте области менее 0,004 м. Жесткость системы уравнений связана с наличием двух типов движения – распространяющихся со звуковой скоростью термоакустических волн (аналог волн давления) [8] и развивающегося на их фоне относительно медленного конвективного движения.

Некоторым компромиссом являются упрощенные модели конвекции газа. Полученные из уравнений газовой динамики в предположении малости числа

Маха и параметра гидростатической сжимаемости, соответствующие системы уравнений описывают среду, в которой звуковые возмущения распространяются с бесконечно большой скоростью. С математической точки зрения структура полученных систем аналогична структуре уравнений вязкой несжимаемой жидкости с дополнительными членами для учета сжимаемости [7] и, как следствие, такая система может быть с успехом использована при расчетах конвекции в областях малой высоты с большими вариациями температуры и плотности [9], однако, расчеты конвективных течений в областях большой высоты, где в полной мере проявляется сжимаемость среды, необходимо проводить по полным нелинейным уравнениям газовой динамики [4].

В работе [10] расширена область применения уравнений Навье-Стокса на случай сжимаемых течений путем учета в уравнениях переноса тепла работы сил сжатия. Условие возникновения конвекции при этом принимает вид:

$$Ra (1 - Sc) > Ra_{cr}$$

где Ra и Ra_{cr} есть число Рэлея для сжимаемой среды и его критическое значение для несжимаемой в приближении Буссинеска, а Sc есть число Шварцшильда, равное отношению адиабатического градиента температуры к заданному. Предложенное соотношение с удовлетворительной точностью описывает зависимость критического числа Рэлея от высоты области и предсказывает адиабатическое подавление конвекции при большом ее значении.

В работе [11] в линейном приближении аналитически и в нелинейном численно рассматривается конвекция газа в горизонтальном слое со свободными от касательных напряжений горизонтальными границами. Показано, что конвекция может развиваться при числе Шварцшильда строго меньше 1. В работах [4,11] утверждается, что конвекция невозможна в адиабатическом режиме, и конвективное движение может развиваться только в сверхадиабатическом режиме при превышении температурным градиентом адиабатического.

Многочисленные работы [11,12 и имеющиеся там ссылки] по численному изучению конвекции в сжимаемом газе показали качественно наличие адиабатического подавления конвекции, однако, из-за технических трудностей задаваемые значения определяющих безразмерных параметров далеки от реальных, например, значение критерия гидростатической сжимаемости, характеризующее относительное изменение давления и обусловленное им относительное изменение плотности, завышено на три порядка.

На необходимость учитывать адиабатический градиент температуры с соответствующими поправками результатов измерений указывают многочисленные работы французской группы ученых, где проводилось исследование температурной конвекции в газообразном гелии при криогенной температуре 5 К. Показано, что, несмотря на относительно небольшую высоту области 0,2 м, поправка на сжимаемость газа оказывается очень существенной и изменяет теплообмен в несколько раз [13].

Естественно ожидать, что роль сжимаемости газа увеличивается с ростом высоты области конвекции, и это необходимо в полной мере учитывать при исследовании асимптотических режимов конвекции при сверхбольших значениях числа Рэлея, где используются области высотой до 3,3 м [14].

Но в настоящее время появились новые технические возможности для теоретического исследования конвекции в сжимаемом газе, связанные с возможностью проводить параллельные расчеты на многоядерных центральных процессорах и видеокартах. При этом безусловная справедливость замечания о жесткости системы уравнений и необходимости проводить вычисления с неоправданно малыми шагами по времени частично нивелируется возможностью проводить вычисления по явной схеме с массивно-параллельной обработкой данных на многоядерных CPU или/и GPU с использованием технологий OpenMP или/и CUDA [15–17]. Преимущества массивно-параллельной обработки данных проявляются тем сильнее, чем больший объем информации обрабатывается, поэтому такие вычисления особенно перспективны для проведения трехмерных расчетов и подробных двумерных.

Заметим также, что при специальной геометрии области и не очень высокой надкритичности конвекция развивается как валиковая квазидвумерная [18], что дает основание для рассмотрения сжимаемых и несжимаемых конвективных течений в двумерной постановке.

Настоящая работа имеет следующую структуру. Сначала предварительно рассматривается конвективное двумерное и нестационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в горизонтальном слое при подогреве снизу в приближении Буссинеска. Цель данного этапа работы – вычислить критическое значение числа Рэлея, с последующим его сравнением с его значением для сжимаемого газа.

В дальнейшем, для исследования влияния высоты области на устойчивость статического режима конвекции сжимаемого вязкого и теплопроводного газа в горизонтальном слое при подогреве снизу по полным уравнениям газовой динамики рассчитывается нейтральная кривая. Цель данного этапа работы состояла в исследовании зависимости характеристик устойчивости статического режима конвекции от высоты области и построении диаграммы режимов.

Методика исследования

Для системы уравнений, описывающей конвекцию Рэлея – Бенара несжимаемой вязкой жидкости в приближении Буссинеска [1–3], используя на основе конечно-разностного представления решения численный метод продольно-поперечной прогонки в модификации В.И. Полежаева [3] и методику вычисления значений вихря на жестких границах области [2] получено, что критическое число Рэлея равно 1971,4 при относительной горизонтальной протяженности области течения π , причем полученное критическое значение не зависит от высоты области. Все границы области считались жесткими и изотермическими, вычисления проводились на сетке, насчитывающей (240×80) узлов.

Конвективное движение в сжимаемом, вязком и теплопроводном газе находящемся в поле силы тяжести может быть описано следующей системой уравнений [1,12]:

$$\begin{aligned} \rho_t + \rho \operatorname{div} \vec{u} + u \cdot \rho_x + v \cdot \rho_y &= M \Delta(\rho - \rho_h), \\ u_t + u \cdot u_x + v \cdot u_y &= -\frac{1}{\gamma \rho} (\rho T)_x + M \left(\frac{4}{3} u_{xx} + u_{yy} + \frac{1}{3} v_{xy} \right), \\ v_t + u \cdot v_x + v \cdot v_y &= -\frac{1}{\gamma \rho} (\rho T)_y + M \left(v_{xx} + \frac{4}{3} v_{yy} + \frac{1}{3} u_{xy} \right) - C_F, \\ T_t + u \cdot T_x + v \cdot T_y &= \frac{M}{\operatorname{Pr}} \Delta T - \frac{\gamma - 1}{\gamma} T \operatorname{div} \vec{u}. \end{aligned}$$

Здесь u , v , P , ρ и T – безразмерные компоненты скорости, давление, плотность и температура, $M = v / ((\gamma T_0 R)^{0.5} H) = 4,608 \cdot 10^{-8} \cdot H^{-1}$ – число Маха, где вычисленная по кинематической вязкости скорость отнесена к адиабатической скорости звука, в качестве характерных значений для температуры и давления приняты $T_0 = 300$ К и 1 атм, выбранные значения $R = 287$ Дж/(кг·К), показателя адиабаты $\gamma = 1,4$, кинематической вязкости $\nu = 16 \cdot 10^{-6}$ м²/с и числа Прандтля $\operatorname{Pr} = 0,71$ соответствуют воздуху, а $C_F = gH / (\gamma RT_0) = 8,130 \cdot 10^{-5} \cdot H$ – гидростатическая сжимаемость. В качестве масштаба длины выбрана высота области H , температуры и плотности – их значения на нижней горизонтальной границе, скорости – адиабатическая скорость звука $(\gamma RT_0)^{0.5}$, давления – $R\rho_0 T_0$ и времени – $H / (\gamma RT_0)^{0.5}$. Зависимостью коэффициентов вязкости и теплопроводности от температуры пренебрегается. Высота области конвекции в расчетах варьировалась от 0,004 м до 0,5 м, но геометрия области не изменялась, то есть отнесенный к вертикальному горизонтальный размер области всегда был равен π .

Поскольку в перспективе предполагается рассматривать конвекцию неоднородной (не гомогенной) газовой смеси, в которой молекулярные массы отличаются более чем на порядок, то в уравнение для плотности введен член, описывающий диффузию массы с учетом того, что в совершенном газе коэффициенты кинематической вязкости и диффузии массы по величине совпадают. Отметим, что к подобному уравнению для плотности можно прийти и в приближении Буссинеска [1], если учесть линейную зависимость плотности от температуры и подставить соответствующее соотношение в уравнение для температуры.

Как и выше, все стенки области считались жесткими с условием прилипания для скорости и изотермическими, температура принимала значения T_0 и $T_0 - \Delta T$ на нижней и верхней горизонтальных границах, соответственно. А для температуры на вертикальных границах начальное и равновесное (статическое) распределения считались линейными. На всех границах области плотность принималась равной своим значениям в состоянии гидростатического равновесия, которое определялось согласно уравнению

$$(\rho T_l)_y = -\gamma \rho C_F, T_l = 1 - \Delta T \cdot y. \quad (1)$$

Расчеты проводились по явной схеме по времени [3,19–21] с использованием массивно-параллельных вычислений, и поскольку появления ударных волн в решении не ожидалось, то использовала не дивергентная [20] запись системы уравнений, где конвективные нелинейные и диффузионные члены аппроксимировались по монотонной схеме А.А. Самарского [3, 21], и, таким образом, используемый численный метод был первого порядка аппроксимации по времени и второго по пространству.

Все расчеты проводились на сетке (240×80) узлов с шагом по безразмерному времени 0,01. Проведенные тестовые расчеты на более подробных сетках по пространству и времени показали достаточность такого выбора.

Все расчеты проводились вблизи порога устойчивости, поэтому значение числа Рейнольдса

$$Re = \frac{1}{M} \sqrt{\frac{2E_k}{\pi}},$$

вычисленное по среднеквадратичной скорости, кинематической вязкости и высоте области, не превышало значений порядка 1, здесь через E_k обозначена суммарная кинетическая энергия.

Из-за малости скоростей конвективных течений, основной вклад в вариацию давления вносит его гидростатическая составляющая [6].

Численное исследование было организовано по следующей схеме.

Расчетами с различными ΔT определялось критическое значение разности температур, при котором решение имеет нулевой инкремент, то есть не нарастает и не затухает во времени. Затем, по полученной разности температур вычислялось критическое число Рэлея

$$Ra = Pr C_F \Delta T / M^2 = gH^3 \Delta T / (\chi \nu).$$

Здесь и ниже при записи выражений используется безразмерная разность температур. Отметим, что используемая методика хорошо работает при небольших значениях H , когда возмущения равновесного решения развиваются монотонно по времени. Однако, в непосредственной окрестности $H = 0,5$ м наблюдались колебания, и поэтому соответствующие данные на рис. 1, 2 и 3 следует воспринимать как приближенные.

Результаты

На рис. 1, 2 и 3 данные представлены как функции размерной высоты области H , причем для наглядности H исчисляется в метрах, а разность температур

ΔT безразмерная. При этом сплошные линии (1) на рис. 1 и 2 соответствуют адиабатической разности температур [12]:

$$\Delta T = (\gamma - 1)C_F, \Delta T = (\gamma - 1)gH / (\gamma RT_0),$$

линии (2) соответствуют полученному выше критическому значению числа Рэлея 1971,4 для инертной несжимаемой среды в приближении Буссинеска в этой постановке

$$\Delta T = 1971,4\chi\nu / (gH^3), Ra_{cr} = gH^3 \Delta T / (\chi\nu) = 1971,4,$$

а точками представлены результаты настоящей работы. Полученное в приближении Буссинеска критическое число Рэлея и результаты численного интегрирования полных нелинейных уравнений газовой динамики соответствуют режиму конвекции с тремя вихрями.

На рис. 1 кривой (3) показан также результат, предсказанный теоретически [10]:

$$\Delta T = 1971,4\chi\nu / (gH^3), Ra_{cr} = gH^3 \Delta T / (\chi\nu) = 1971,4,$$

который, с учетом того, что расхождение (превышение) увеличивается с ростом H , достигая максимума 25% при $H = 0,4$ м, с удовлетворительной точностью соответствует результату настоящей работы. Отметим также, что при увеличении H результат [10] асимптотически совпадает с адиабатической разностью температур.

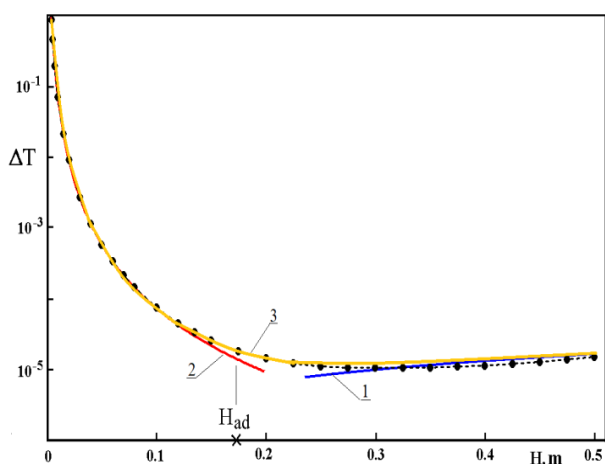


Рис. 1. Критическая разность температур

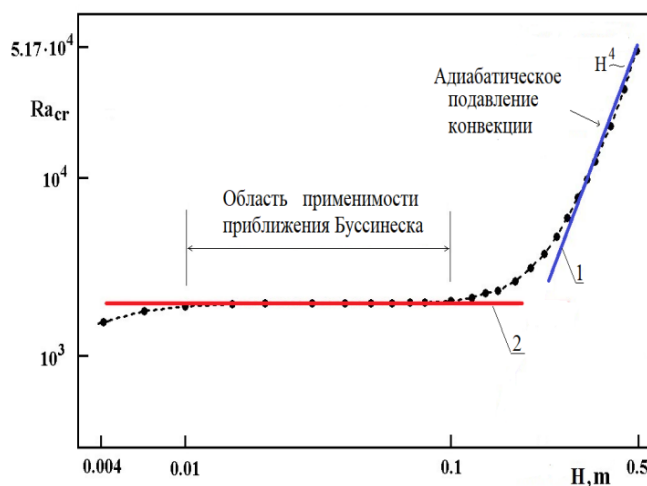


Рис. 2. Критическое число Рэлея

На рис. 2 изображено критическое число Рэлея для сжимаемого, вязкого и теплопроводного газа. По условию постоянства рассчитанного критического значения числа Рэлея можно видеть, что диапазон применимости приближения Буссинеска простирается по высоте области от 1 см до 10 см, при меньшей высоте области использование приближения Буссинеска становится неправомерным из-за больших вариаций температуры и плотности, а при большей – из-за относительно сильного изменения гидростатического давления и обусловленной им сжимаемости. Отметим также, что при достаточно большой высоте области H критическое число Рэлея нарастает пропорционально H^4 , а результаты, полученные в настоящей работе, с удовлетворительной точностью совпадают с критическим числом Рэлея, вычисленным по адиабатическому градиенту температуры.

Определим значение критической высоты, при превышении которой становится существенной сжимаемость газа.

Отметим, что при достаточно большой высоте области конвекции критическая разность температур соответствует устойчивой стратификации среды по плотности, и конвекция развивается при уменьшающейся с высотой плотности газа, благодаря адиабатическим процессам.

В самом деле, рассмотрим уравнение (1) для плотности газа в статическом состоянии. Для наглядности используем приближенные распределения для плотности, температуры и давления, справедливые при малых ΔT и C_F :

$$\rho = (1 - \gamma C_F y) / (1 - \Delta T y) = 1 - \gamma C_F y + \Delta T y, \quad T_l(y) = 1 - \Delta T y, \quad P = 1 - \gamma C_F y.$$

Из приведенных соотношений видно, что P и T всегда убывают с ростом y , причем распределение плотности при $\Delta T > \gamma \cdot C_F$ соответствует неустойчивой стратификации, а при $(\gamma - 1) \cdot C_F < \Delta T < \gamma \cdot C_F$ – устойчивой, когда плотность газа уменьшается с увеличением y .

При адиабатическом подъеме частицы идеального газа ее адиабатическая плотность уменьшается вследствие падения статического давления по адиабате Пуассона:

$$\rho = (1 - \gamma C_F y)^{1/\gamma} = 1 - C_F y.$$

Сравнивая соотношения для плотности, можно видеть, что адиабатическая плотность частицы газа меньше статической (частица всплывает), если

$$\Delta T > (\gamma - 1) C_F,$$

или, что эквивалентно, $Sc < 1$. А при $Sc > 1$ адиабатическая плотность частицы газа больше статической (частица возвращается в свое первоначальное положение), и статическое решение в этом приближении устойчивое.

Таким образом, при выборе значения безразмерной разности температур из интервала $(\gamma-1) \cdot C_F < \Delta T < \gamma \cdot C_F$ (или числа Шварцшильда как $(\gamma - 1)/\gamma < Sc < 1$), конвекция развивается при устойчивой по плотности стратификации, причем именно адиабатичность течения газа является причиной возникновения конвективной неустойчивости при устойчивой по плотности стратификации.

Значение безразмерной разности температур, при которой устойчивая по плотности стратификация сменяется неустойчивой, определяется как:

$$\Delta T > \gamma C_F, \quad \Delta T = gH / (RT_0),$$

а значение критической высоты области H_{ad} , при превышении которой возможна конвекция при устойчивой по плотности стратификации (адиабатическая конвекция) может быть найдено, как точка пересечения этой кривой и распределения [10]:

$$H_{ad} = (1971,4 \nu \chi \gamma RT_0 / g^2)^{0.25},$$

что для газа в рассматриваемых условиях равно 17,3 см.

Возможность адиабатической конвекции в устойчиво стратифицированном по плотности газе показывает, что при превышении высотой области критического значения H_{ad} вариация давления становится существенной, и ее, как и сжимаемость газа, необходимо учитывать.

Проведенное рассмотрение позволяет построить следующую диаграмму режимов конвекции в сжимаемом вязком и теплопроводном газе (рис. 3).

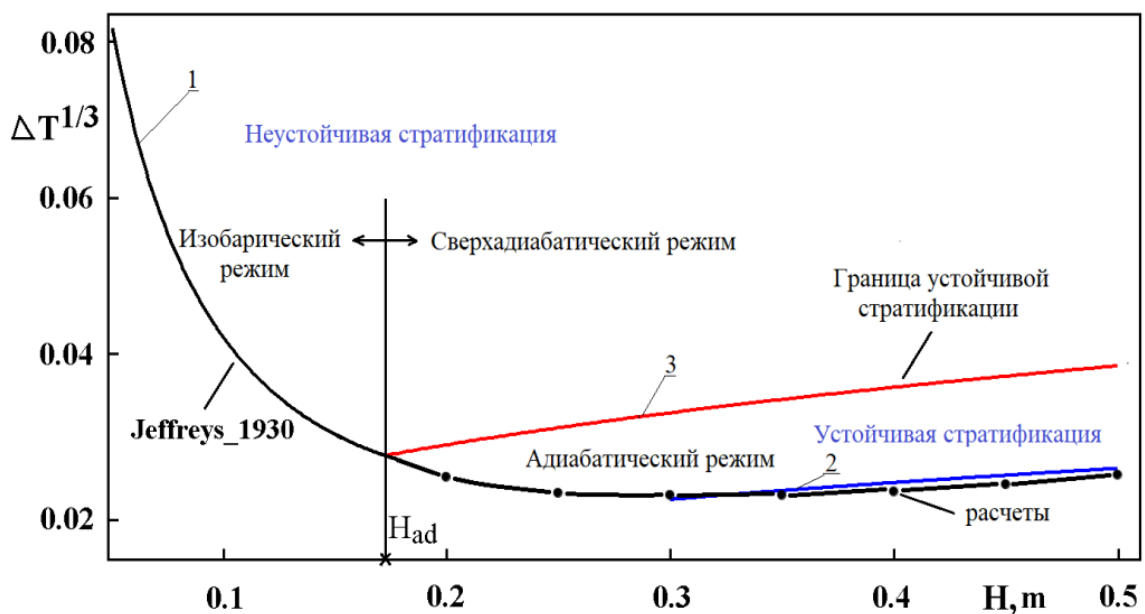


Рис. 3. Диаграмма режимов конвекции.

Сплошная линия (1) с точками на рис. 3 построена по данным [10, при $H \leq 0,2$ м, сплошная] и результатам расчетов настоящей работы (при $H > 0,5$ м, точки). Линия (2) соответствует адиабатической разности температур, а линия (3) разделяет области с устойчивой и неустойчивой стратификацией статического решения.

Критическая высота H_{ad} на рис. 3 соответствует смене режимов, а именно, при меньшей высоте области слева реализуется изобарный режим конвекции (малая вариация гидростатического давления), а при большей и относительно большой вариации гидростатического давления – адиабатический и сверхадиабатический. Для газа в рассматриваемых условиях значение критической высоты H_{ad} равно 17,3 см.

Отметим, что в области, ограниченной снизу линиями (1) и (3), конвекция развивается как изобарная и сверхадиабатическая в неустойчиво стратифицированной среде, а в узкой ножеобразной области, ограниченной по вертикали линиями (1) и (3), – как адиабатическая при устойчивой стратификации.

Обсуждение

Заметим, что степень изменения гидростатического давления по высоте области определяется значением критерия весовой (гидростатической) сжимаемости $C_F = gH/(\gamma RT_0) = 8,13 \cdot 10^{-5} \cdot H$, которое есть деленное на γ относительное изменение гидростатического давления по высоте области. Подчеркнем, что обусловленная увеличением роли давления смена режимов конвекции наблюдается при ничтожно малой относительной вариации гидростатического давления, не превышающей тысячных долей процента от его характерного значения.

Результаты расчетов, приведенные на рис. 1 и 3, показывают, что при $H \geq 0,322$ м конвекция может развиваться при градиенте температуры, заметно меньшем адиабатического, когда число Шварцшильда $Sc = 1,16$. Последнее представляется естественным из-за разнесения во времени и пространстве процессов рождения, подъема нагретого плюма и его адиабатического расширения с постепенным исчезновением силы плавучести. Таким образом, утверждение о достаточности и завышенности условия $Sc > 1$ для отсутствия конвекции [11] является грубым и должно быть подкорректировано. Сказанное относится и к результатам линейного анализа [11], где утверждается, что критическое значение числа Шварцшильда всегда строго меньше единицы.

Отметим, что результаты данной серии расчетов показывают, что допустимая разность температур, при которой критическое число Рэлея постоянно, и, соответственно, применимо приближение Буссинеска, существенно (примерно на три порядка) меньше принятого в большинстве экспериментальных работ, в которых исследуется конвекция при высоких числах Рэлея [13]. Это расхождение является слишком значительным, даже с учетом влияния геометрии области и свойств конкретного газа. Из сказанного следует, что при проведении экспериментов по конвекции при высоких числах Рэлея, как правило, критическое значение числа Рэлея уже не является постоянным, хотя более грубые характери-

стики течения, например число Нуссельта, характеризующее теплообмен, еще могут показывать правильное поведение.

Заключение

Итак, в настоящей работе показана возможность адиабатической конвекции, при которой именно адиабатичность течения обуславливает развитие конвекции в устойчиво стратифицированном по плотности сжимаемом, вязком и теплопроводном газе, что раньше не отмечалось [4,11]. Отметим, что значение критической высоты H_{ad} дает порядковую оценку области применения приближения Буссинеска сверху. Подчеркнем также, что обусловленная увеличением роли давления в газе при нормальных условиях смена режимов конвекции наблюдается при ничтожно малой относительной вариации гидростатического давления, соответствующей высоте области в несколько десятков сантиметров.

Как уже было отмечено выше, в экспериментальных работах по исследованию конвекции при высоких числах Рэлея величина его критического значения не является постоянной, и в этой связи необходимо исследовать, каким образом непостоянство критического значения отражается на степенных зависимостях от надкритичности (или числа Рэлея) для числа Нуссельта, числа Рейнольдса и других интегральных величин.

Благодарности

Выражаем благодарность РФФИ, при поддержке которого в виде гранта №20-08-00903-а эта работа была выполнена.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости: монография. – М.: Наука, 1972. – 392 с.
2. Палымский И.Б. Турбулентная конвекция Рэлея – Бенара. Численный метод и результаты расчетов: монография. – Germany: LAP, 2011. – 232 с.
3. Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена: монография. – М.: Наука, 1984. – 285 с.
4. Кригель А.М. Вопросы термодинамики турбулентной конвекции // Журнал технической физики. – 2016. – Т.86. – В.11. – С.136–139.
5. Взрывы газопровода в Гаосюне (2014) [Электронный ресурс]: доступ из ru.wikipedia.org.
6. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей: монография. – М.: Наука, 1989. – 368 с.
7. Махвиладзе Г.М., Мелихов В.И. Численный метод исследования процессов медленного горения газов // Математическое моделирование. – 1989. – Т.1. – №6. – С.146–157.
8. Зубков П.Т., Коваленко М.А. Симметрия и несимметрия в слое сжимаемого газа // Теплофизика высоких температур. – 2010. – Т.48. – №3. – С.438–443.
9. Wan Zh.-H., Wang Q., Wang B., Xia Sh.-N., Zhou Q., Sun D.-J. On non – Oberbeck – Boussinesq effects in Rayleigh-Benard convection of air for large temperature differences // J. of Fluid Mechanics. – 2020. – V.889. – A.10. – P.1–21.
10. H. Jeffreys. The stability of a compressible fluid heated from below Proc // Cambr. Phil. Soc. – 1930. – V.26. – P.170–172.

11. Горбунов А.А., Полежаев В.И. Метод возмущений и численное моделирование конвекции для задачи Рэлея в жидкостях с произвольным уравнением состояния: препринт №897. – М.: Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2008. – 50 с.
12. Полежаев В.И. Численное решение уравнений Навье – Стокса для течения и теплообмена в замкнутой двумерной области: диссертация на соискание ученой степени к.т.н., 1967. – 196 с.
13. Chavanne X., Chilla F., Chabaud B., Castaing B., Chaussy J., Hebral B. High Rayleigh Number Convection with Gaseous Helium at Low Temperature // Journal of Low Temperature. – 1996. – Vol. 104. – Is. 1/2. – P. 109–129.
14. Roche Philippe-E. The ultimate state of convection: a unifying picture of very high Rayleigh numbers experiments // New Journal of Physics. – 2020. – V. 22. – P. 073056:1–10.
15. Боресков А.В., Харламов А.А. Основы работы с технологией CUDA: монография. – М.: ДМК, 2010. – 234 с.
16. Мирный В., Фрэнер М. Об одной программе моделирования молекулярной динамики газа с элементами распараллеливания алгоритма // Вычислительные технологии. – 2001. – Т.6. – №3. – С. 32–50.
17. Боярченков А.С., Поташников С.И. Использование графических процессоров и технологии CUDA для задач молекулярной динамики // Вычислительные методы и программирование. – 2009. – Т. 10. – С.9–23.
18. Гетлинг А.В. Конвекция Рэлея – Бенара. Структуры и динамика: монография. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 247 с.
19. Роуч П. Вычислительная гидродинамика: монография. – М: Мир, 1980. – 618с.
20. Ковеня В.М. Разностные методы решения многомерных задач: курс лекций. – Новосибирск: Новосибирский государственный университет, 2004. – 146 с.
21. Самарский А. А. Теория разностных схем: монография. – М.: Наука, 1977. – 616 с.

© И. Б. Палымский, А. В. Трилис, 2021