

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПИКАРА К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ И ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Константин Якубович Аубакиров

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, к.т.н., доцент кафедры специальных устройств, инноватики и метрологии, тел. (383) 361-07-31.

Александр Викторович Макеев

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, ассистент кафедры специальных устройств, инноватики и метрологии, тел. (383) 361-07-31, e-mail: makeeffsan@yandex.ru

В настоящей работе представлены результаты моделирования переходных процессов в линейных электрических цепях и волновых процессов общего вида методом Пикара.

Ключевые слова: метод переменных состояний, переходные процессы, метод Пикара

APPLICATION OF THE PICART METHOD FOR SOLVING PROBLEMS OF ELECTRICAL ENGINEERING AND ELECTRODYNAMICS

Constantine Ya. Aubakirov

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph.D., Associate professor of Department of Special-purpose Devices, Innovatics and Metrology, phone: (383) 361-07-31, e-mail aubakirov1949@mail.ru

Alexander V. Makeev

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Assistant of Department of Special-purpose Devices, Innovatics and Metrology, phone: (383) 361-07-31, e-mail: makeeffsan@yandex.ru

This paper presents the results of modeling transient processes in linear electrical circuits and general wave processes by the Picard method.

Keywords: state variable method, transient processes, Picard method

Анализ переходных процессов в электротехнических устройствах, таких как высоковольтные и импульсные трансформаторы, а также анализ распространения импульсных сигналов в линиях передачи (коаксиальных, полосковых и волноводных) требует учета распределенных RLC параметров последних, и, как следствие, приводит к решению больших систем обыкновенных дифференциальных уравнений в первом случае [1], или преобразованию к последним уравнений Максвелла по методикам, представленным в [2–6].

Так в [1] для регулярной линии передачи, состоящей из $n + 1$ отрезков длиной Δx , согласно эквивалентной схеме для n -го узла (рис. 1), предложена дискретная форма записи «телеграфных» уравнений [7]:

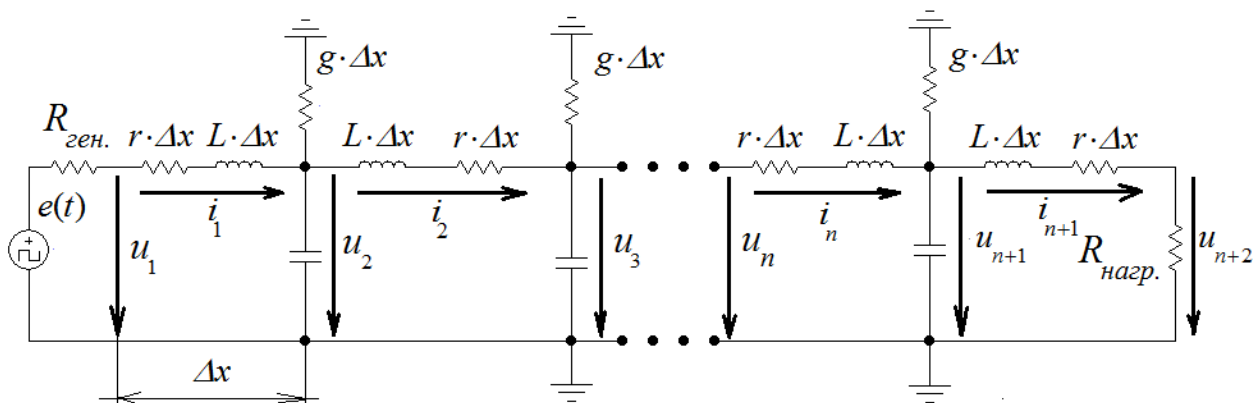


Рис.1. Электрическая схема регулярной длинной линии

$$u_{n+1} - u_n + r \times \Delta x \times i_n + L \times \Delta x \times \frac{d}{dt} i_n = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} i_n = -\frac{r}{L} i_n + \frac{u_n - u_{n+1}}{L \cdot \Delta x}; \quad (1)$$

$$i_n - i_{n+1} - g \cdot \Delta x \cdot u_{n+1} - C \cdot \Delta x \cdot \frac{d}{dt} u_{n+1} = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} u_{n+1} = -\frac{g}{C} u_{n+1} + \frac{i_n - i_{n+1}}{C \cdot \Delta x}. \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \\ i_2 \\ u_3 \\ u_n \\ i_n \\ u_{n+1} \\ i_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{\Delta x \cdot L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\Delta x \cdot C} & -\frac{g}{C} & -\frac{1}{\Delta x \cdot C} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\Delta x \cdot L} & -\frac{r}{L} & -\frac{1}{\Delta x \cdot L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\Delta x \cdot C} & -\frac{g}{C} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & -\frac{g}{C} & \frac{1}{\Delta x \cdot C} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{\Delta x \cdot L} & -\frac{r}{L} & -\frac{1}{\Delta x \cdot L} & 0 \\ & & & & 0 & \frac{1}{\Delta x \cdot C} & -\frac{g}{C} & -\frac{1}{\Delta x \cdot C} \\ & & & & 0 & 0 & \frac{1}{\Delta x \cdot L} & -\frac{r}{L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ u_2 \\ i_2 \\ u_3 \\ u_n \\ i_n \\ u_{n+1} \\ i_{n+1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{u_1}{\Delta x \cdot L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{u_{n+2}}{\Delta x \cdot L} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где L [Гн/м], C [Ф/м], r [Ом/м], g [Сим/м] – погонные параметры линии пере-

дачи. Преобразуя правую часть (3) по формулам: $\frac{u_1}{\Delta x \cdot L} = \frac{e(t) + R_{ген.} \cdot i_1}{\Delta x \cdot L}$

и $\frac{u_{n+2}}{\Delta x \cdot L} = \frac{R_{нагр.} \cdot i_{n+1}}{\Delta x \cdot L}$, получим хорошо алгоритмизируемую схему вычислений по методу «переменных состояний» [7].

Для двумерных задач (рис. 2а), когда электрическое поле имеет одну составляющую E_y и две составляющие магнитного поля H_x и H_z (волна H_{01} в пря-

моугольном волноводе, или T -волна между проводящими плоскостями) система уравнений Максвелла для ячейки пространства с размерами $u \times v \times w$ примет вид:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}; \quad \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}. \quad (4)$$

Такую ячейку пространства в [2,3,6] представляют эквивалентной схемой, содержащей два отрезка линий передачи, пересекающихся под прямым углом (рис.2 б).

Напряжения и токи в этих линиях будут связаны соотношениями:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -L_z \frac{\partial I_z}{\partial t}; \quad \frac{\partial V}{\partial x} = -L_x \frac{\partial I_x}{\partial t}; \quad \frac{\partial I_x}{\partial x} + \frac{\partial I_z}{\partial z} = -2C \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (5)$$

где $L_x = \mu_0 (v \cdot w) / u^2$, $L_z = \mu_0 (v \cdot u) / w^2$ и $2C = C_x + C_z = \varepsilon_0 (v/w + u/v)$ – погонная индуктивность и емкость линий (рис. 2а) [6].

Из уравнений (5) после дискретизации, по аналогии с (1) и (2), а также учитывая граничные условия на стенках волноведущей системы, и возбуждая в поперечном сечении соответствующее распределение E_y , может быть получена электрическая модель, подобная (3).

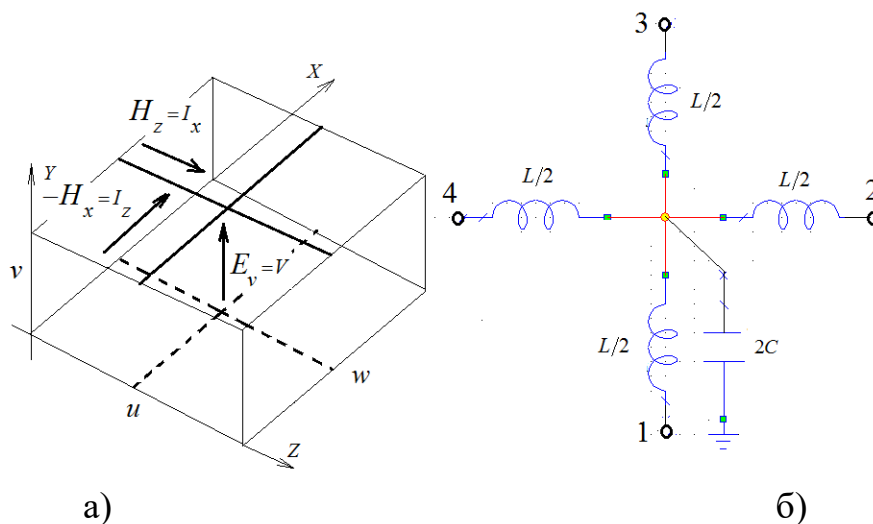


Рис.2. Ячейка пространства (а) и ее эквивалентная схема

Системы линейных и нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) находят широкое применение при анализе переходных процессов в задачах электротехники и электродинамики [1,5]. Для численного решения последних широко применяется метод Рунге-Кутты соответствующего порядка, однако существует метод [8,9], который, как указано в [10], позволяет задавать шаг

интегрирования более свободно и добиваться требуемой точности процесса автоматическим выбором числа итераций.

Тогда решение любой системы ОДУ вида

$$\frac{d}{dt} \vec{X} = A \cdot \vec{X} + \vec{b}, \quad \vec{X}(0) = \vec{X}_0 \quad (6)$$

методом Пикара может быть получено при реализации следующей итерационной процедуры с постоянной матрицей A и вектором \vec{b} в виде рекурсивной формулы

$$\vec{X}(t) = \vec{X}_0 + \sum_{S=1}^N \frac{t^S}{S!} A^{S-1} \cdot \vec{Y}_0, \quad \vec{Y}_0 = A \cdot \vec{X}_0 + \vec{b}, \quad (7)$$

ряд в этом выражении сходится при любом t , и вести вычисления его конечной суммы весьма удобно.

Для электрической схемы (рис. 1) была составлена программа в среде MatLab, и для $L = 237 \cdot 10^{-9}$ [Гн/м], $C = 95 \cdot 10^{-12}$ [Ф/м], $r = 0,25$ [Ом/м], $g = 10^{-4}$ [Сим/м], $\Delta x = 1$ м рассчитан переходный процесс возбуждения регулярной линии передачи, нагруженной на активное сопротивление $R_{\text{нагр.}} = \sqrt{\frac{L}{C}} = 50$

Ом при количестве звеньев $N = 3$. График переходного процесса для напряжений в узлах схемы (рис. 1), полученный для системы (3), возбуждаемой постоянным напряжением в 1 В, представлен на рис. 3

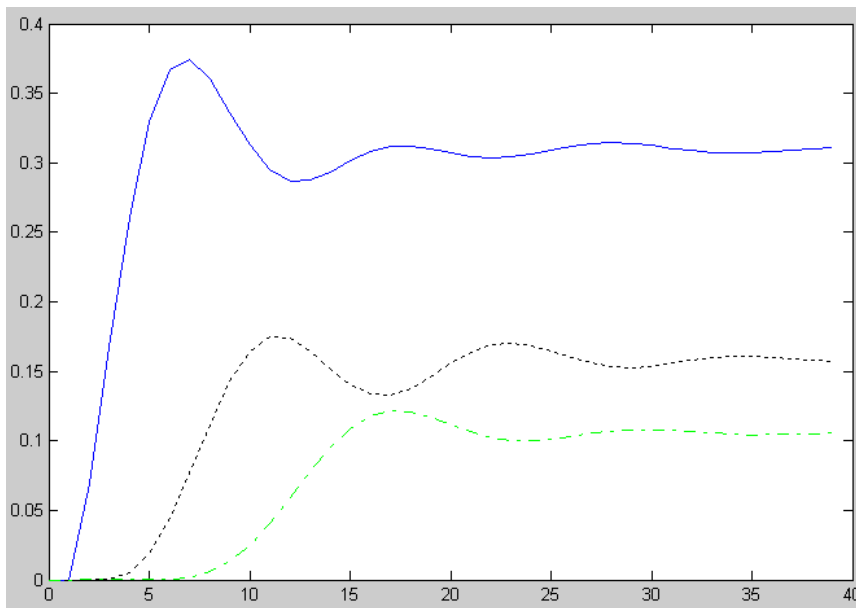


Рис.3. Переходный процесс при возбуждении схемы постоянным напряжением с амплитудой 1 В для временного шага 1,25 нс и количества итераций 40

Реализация метода Пикара в системе MatLab, а также простота заполнения матрицы A системы (3) для метода «переменных состояний» делает целесообразным выполнение расчетно-графических заданий по переходным процессам в соответствии с изложенной методикой.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гумерова Н.И. Численные методы анализа переходных процессов в электроэнергетике: учеб. пособие / Н.И. Гумерова, Б.В. Ефимов. – СПб.: изд-во Политехнического ун-та, 2008. – 156 с.
2. Диалоговая оптимизация топологии устройств в электродинамических САПР. Е.С. Кухаркин, Б.В. Сестрорецкий / Под ред. Е.А. Бородкина. – М.: Моск. энерг. ин-т, 1987. – 96 с.
3. Электродинамический анализ двумерных неоднородных сред и плазмы: монография / К.Н. Климов, Б.В. Сестрорецкий, В.А. Вершков [и др.]. – М.: МАКС Пресс. – 2005. – 320 с.
4. Карплюс У. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. – Перевод с англ. под ред. Л.И. Гутенмахера. – Изд. иностр. литерат., 1962. – 487 с.
5. Электродинамическое моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD) / Под ред. В.Н. Малышева. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2000, 76 с.
6. Методы вычислительной электродинамики / А.Д. Григорьев. – М: Физматлит, 2012. – 430 с.
7. Установившиеся и переходные процессы в электрических цепях: учеб. пособие / Т.А. Татур, В.Е. Татур. – М.: Высшая школа, 2001. – 407 с.
8. Рождественский Б.Л. Численные методы механики сплошных сред [Текст] / Б.Л. Рождественский. – Новосибирск, 1974, т.5, №2. – С. 96–107.
9. Матвеев, Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений [Текст]: учебное пособие для вузов / Н.М. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1963. – 546 с.
10. Рошаль, А.С. Вычислительная электрофизика [Текст]: учебное пособие / А.С. Рошаль. – М.: МИФИ, 1998. – 118 с.

© К. Я. Аубакиров, А. В. Макеев, 2021