

## **МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАБИЛЬНОСТЕЙ КВАНТОВЫХ СТАНДАРТОВ ЧАСТОТЫ ДЛЯ ЗАДАЧ СЛУЖБ ВРЕМЕНИ И НАВИГАЦИИ**

***Виктор Мартынович Тиссен***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат технических наук, тел. (383) 361-07-46, e-mail: tissen.ksn@yandex.ru

***Александр Сергеевич Толстик***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, доктор технических наук, тел. (383) 361-07-46, e-mail: tolstikov@mail.ksn.ru

***Андрей Сергеевич Томилов***

Западно-сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ», 630004, Россия, г. Новосибирск, пр. Димитрова, 4, ведущий инженер, тел. (383) 210-09-40, e-mail: tomilov@mail.ru

В статье рассмотрены две модели неустойчивости квантовых стандартов частоты (КСЧ). Это общепринятая стохастическая модель, описывающая влияние шума с различными частотами на стабильность хода часов, и предложенная авторами настоящей статьи имитационная модель, основанная на методе Монте-Карло и программном генераторе случайных чисел. По результатам моделирования проведен сравнительный анализ преимуществ и недостатков предлагаемой модели КСЧ по сравнению с классической моделью. Приведены результаты моделирования, показавшие хорошую сходимость с принятыми теоретическими предположениями. Даны обоснования целесообразности применения предлагаемой модели при обработке навигационных измерений. Показаны возможности повышения точности синхронизации удаленных комплексов эталонного времени.

**Ключевые слова:** моделирование, случайные процессы, квантовые часы, расхождения шкал, мощность шума, вариация Аллана, службы времени, спутниковая навигация

## **SIMULATION OF INSTABILITIES OF QUANTUM FREQUENCY STANDARDS FOR PROBLEMS OF TIME SERVICES AND NAVIGATION**

***Victor M. Tissen***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph.D., phone: (383) 361-07-46, e-mail: tissen.ksn@yandex.ru

***Alexander S. Tolstikov***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Dr. Sc., phone: (383) 361-07-46, e-mail: tolstikov@mail.ksn.ru

***Andrey S. Tomilov***

West Siberian branch of FSUE "VNIIFTRI", 4, Dimitrova Prospect, Novosibirsk, 630004, Russia, Leading Engineer, phone: (383) 210-09-40, e-mail: tomilov@mail.ru

In the article, two models of instability of quantum frequency standards (QFS) are considered. This is a generally accepted stochastic model that describes the effect of noise with different

frequencies on the stability of the clock and the simulation model proposed by the authors of this article, based on the Monte Carlo method and a software random number generator. Based on simulation results, a comparative analysis of advantages and disadvantages of the proposed QFS model in comparison with the classical model was carried out. The results of modeling, which showed good convergence with the accepted theoretical assumptions, are presented. The rationale for the feasibility of using the proposed model in the processing of navigation measurements is given. The possibilities of increasing the accuracy of synchronization of remote sets of reference time are shown.

**Keywords:** simulation, random processes, quantum clocks, scale divergences, noise power, Allan variation, time services, satellite navigation

### *Введение*

В 1960 г. эксперименты американского исследователя Н. Ф. Рэмси в Гарвардском университете (Кембридж) по изучению магнитно-дипольного резонанса в атомных пучках привели к созданию квантового водородного генератора (КВГ) высокостабильных сигналов [1]. До сих пор эти генераторы остаются стандартами высочайшей стабильности частоты выходного сигнала на временах усреднения от 1 секунды до суток [2]. Однако, большие размеры, масса, стоимость и хрупкость водородных стандартов частоты ВСЧ ограничивали их применение в службах времени. Дальнейшее развитие квантовых стандартов привело к созданию пассивного водородного стандарта частоты (ПВСЧ), обладающего значительно меньшими размерами и массой в сравнении с КВГ [3].

Промышленное производство ПВСЧ началось в Советском Союзе с 1989 г. на ФГУП НИИПИ «Кварц» (г. Горький). К настоящему времени ЗАО «Время-Ч» разработало новые водородные стандарты частоты и времени, предназначенные для оснащения эталонной базы Государственной службы времени, частоты и определения параметров вращения Земли (ГСВЧ). Суточная нестабильность частоты этих стандартов, составляет не более  $3 \cdot 10^{-16}$ , а относительный дрейф частоты менее  $1 \cdot 10^{-16}$  в сутки [4].

В настоящее время наиболее точными атомными часами признаны фонтанные цезиевые часы NPL-CsF2, находящиеся в Национальной физической лаборатории близ Лондона (National Physical Laboratory, NPL). Относительная суточная нестабильность этих часов составляет  $2,3 \cdot 10^{-16}$  [5].

ПВСЧ нашли применение в решении многих научных и практических задач. Это создание и функционирование глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), определение параметров вращения Земли, синхронизация шкал эталонов времени и частоты, синхронизация цифровых систем связи, производство высокоточных геодезических и астрономических измерений. Являясь высокоточным средством воспроизведения времени и частоты, они входят в состав государственного эталона служб времени.

Рост требований к точности определения и прогнозирования элементов орбит навигационных космических аппаратов (НКА) ГНСС приводит к необходимости повышения стабильности хода часов, находящихся на измерительных станциях и на борту НКА. При этом шкалы всех часов должны быть согласованы

со шкалой центрального синхронизатора КНС до 2 нс [6]. Удовлетворение этих требований возможно за счет повышения стабильности хода КСЧ, так и на основе совершенствования алгоритмических методов внесения частотно-временных поправок в часы беззапросных измерительных станций (БИС) и НКА, компенсирующих их уход от номинала. Но если новейшие разработки высокостабильных компактных атомных часов сопряжены с большими техническими трудностями и экономическими затратами, то на совершенствование алгоритмических методов затраты будут минимальными за счет использования только интеллектуального труда. Поэтому совершенствование алгоритмических методов решения задач ГНСС и служб времени является актуальной задачей.

### *Методы и материалы*

В классическом представлении нестабильности хода часов содержат долговременную и кратковременную составляющие их ухода от шкалы равномерного времени. Так, в частности, в [7] приведена система линейных стохастических разностных уравнений, описывающих процесс ухода атомного времени во временной области  $S(k)$  и частотной области  $q(k)$ , а также дрейфа частоты  $w(k)$ :

$$\begin{aligned} S(k+1) &= S(k) + q(k)h + 0,5w(k)h^2 + V_s(k), \\ q(k+1) &= q(k) + w(k)h + V_q(k), \\ w(k+1) &= w(k) + V_w(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $V_s(k)$ ,  $V_q(k)$ ,  $V_w(k)$  – центрированные Гауссовы процессы типа белого шума с дисперсиями:  $\sigma_s, \sigma_q, \sigma_w$ ;  $h = t_{k+1} - t_k$  – шаг дискретизации процессов.

Приведенные стохастические уравнения содержат как регулярные долговременные, так и кратковременные стохастические составляющие нестабильностей КСЧ. Они нашли применение в рекуррентных процедурах Калмановского типа для оценивания величин  $S(t)$ ,  $q(t)$ ,  $w(t)$  в задачах формирования шкал времени групповых хранителей, в задачах синхронизации удаленных часов и в других задачах служб точного времени [8–10].

В книге [11] рассмотрена математическая модель нестабильности квантовых часов в зависимости от спектральной плотности мощности шума для различных частот вида:

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^2 h_\alpha f^\alpha, \quad (2)$$

где  $h_\alpha$  – коэффициенты, определяющие плотность мощности отдельных составляющих шумов с частотами  $f^\alpha$ .

В зависимости от значения целого числа  $\alpha$  принято различать 5 видов шумовых процессов. Так, при изменении  $\alpha$  от  $-2$  до  $+2$  с шагом, равным единице, выражение (2) описывает, соответственно: белый фазовый шум, фликкерный фазовый шум, белый частотный шум и шум случайного блуждания частоты. Средняя квадратическая двухвыборочная дисперсия (вариации Аллана) связана с мощностью шума  $S_y(f)$  соотношением:

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^{\infty} |H_A(f)|^2 |H_f(f)|^2 S_y(f) df, \quad (3)$$

где  $|H_A(f)|^2 = 2 \frac{\sin^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2}$  – модуль квадрата передаточной функции

частотного цифрового фильтра в расходящемся интеграле (3);

$|H_f(f)|^2 = \begin{cases} 1 & \text{для } f < f_h \\ 0 & \text{для } f \geq f_h \end{cases}$  – модуль квадрата передаточной функции низкочастотного фильтра с частотой среза  $f_h$ .

Формулу для вычисления дисперсии Аллана получают интегрированием формулы (3) с учетом формулы (2) при выполнении условия:  $2\pi f_h \tau \gg 1$ ,

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{3h_2 f_h}{4\pi^2 \tau^2} + \frac{h_1}{4\pi^2 \tau^2} [1,04 + 3 \ln(2\pi f_h \tau)] + \frac{h_0}{2\tau} + 2h_{-1} \ln 2 + \frac{2}{3} \pi^2 h_{-2} \tau \quad (4)$$

Для определения входящих в (4) коэффициентов  $h_\alpha$  необходимо составить систему из 5 уравнений с вычисленными значениями дисперсии Аллана  $\sigma_y^2(\tau_i)$  на 5 интервалах временного ряда ухода квантовых часов. Стандартно выбирают интервалы продолжительностью в 1, 10, 100 секунд, 1 час и 1 сутки. Как показали проведенные расчеты, решение данной системы уравнений с дисперсиями Аллана, взятыми для рубидиевых и некоторых других типов КСЧ, приводят к отрицательным значениям отдельных коэффициентов  $h_\alpha$ , что теоретически невозможно. Хорошую реализацию такая модель дает только для часов, в которых преобладающим является белый частотный шум. Другими словами, применение математической модели (4) не подходит для описания процесса нестабильностей ухода КСЧ от номинала в зависимости от спектральной плотностью мощности шума и невозможно для всех типов часов, в частности для часов с преобладающими трендовыми и другими долговременными составляющими нестабильностей КСЧ. Другой недостаток этой модели состоит в том, что она не позволяет выполнить оценку вкладов от отдельных видов шумов в суммарную нестабильность КСЧ.

На рис. 1 приведен график расхождения комплекса хранения шкалы времени (КХШВ) Государственного вторичного эталона единиц времени, частоты эталона ВЭТ 1-5 (г. Иркутск) относительно национальной шкалы времени ГЭТ 1 (г. Москва, п. Менделеево) за период с 1 января по 21 мая 2021 г. Данные для построения графика приведены в работе [12].

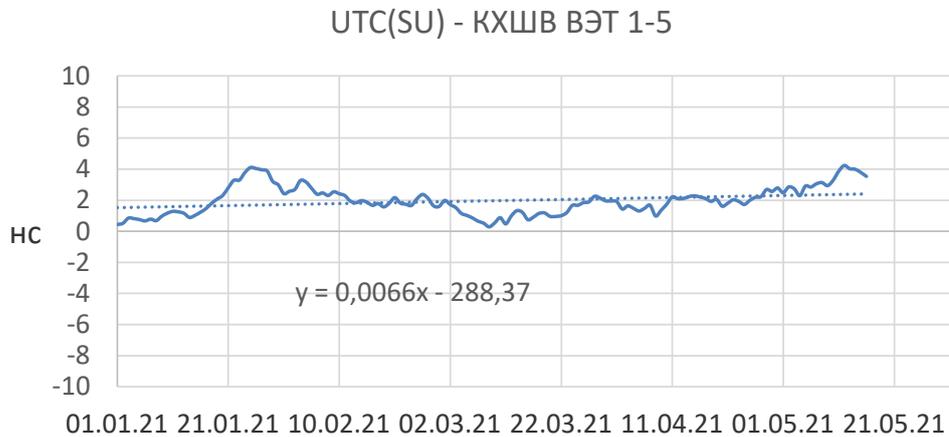


Рис.1. Нестабильности эталонных часов КХШВ ВЭТ1-5

Из анализа данных графика на рис. 1 на почти полугодовом интервале отчетливо прослеживается трендовая составляющая с уходом около 0,5 нс за этот период, а также квазипериодические колебания от 2–3 суток до 4–6 месяцев.

Для получения более полной картины нестабильностей шкал квантовых часов на рис.2 приведен аналогичный график расхождения комплекса хранения шкалы времени рабочего эталона единиц времени и частоты РЭТ1–1 (г. Петропавловск–Камчатский) относительно шкалы ГЭТ1 [12].

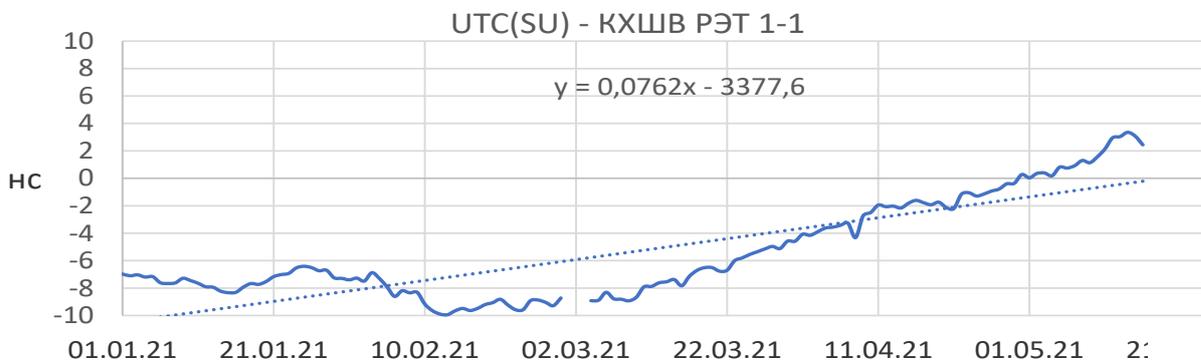


Рис.2. Нестабильности эталонных часов КХШВ РЭТ1–1

Из графиков на рис. 1 и 2 видно, что шкала КХШВ РЭТ1-1 имеет заметно более значимый тренд в сравнении со шкалой КХШВ ВЭТ1-5. При имитации такого поведения шкал времени относительно друг от друга с помощью модели (4) возникают сложности, связанные с невозможностью получения реальных характеристик нестабильности на различных временных интервалах.

Предложенная в работах [13,14] модель нестабильности КСЧ позволяет имитировать на ЭВМ случайный процесс ухода шкалы КСЧ от номинала по заданным на различных временных интервалах характеристикам нестабильности. Такой подход позволяет отделить случайную составляющую нестабильностей КСЧ от трендовых и скачкообразных изменений в шкалах времени исследуемых часов и за счет этого уточнять модели нестабильностей шкал КСЧ. Построение алгоритма основано на предположении ухода часов от номинала в виде случайного рекуррентного процесса:

$$x_i = x_{i-1} + f_0 \tau + \delta x_i, \quad (5)$$

где  $x_i$  – вариация хода часов в момент времени  $t_i$ ;  
 $f_0$  – номинальная частота генератора;  
 $\tau$  – интервал дискретизации;  
 $\delta x_i$  – случайная величина, определяющая СКО ухода часов.  
 Величина  $\delta x_i$  на каждом шаге рассчитывается по формуле:

$$\delta x_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} Y_i dt, \quad (6)$$

где  $Y_i(t) = \sum_{j=1}^N y_j(t)$  – относительная вариация частоты генератора, состоящая

из  $N$  составляющих вариаций частоты  $y_j = \frac{f_0 - f_j(t)}{f_0}$ ;

$f_0, f_j(t)$  – начальное и текущее значения частоты генератора;  
 $i$  – номер интервала времени;  
 $j$  – номер составляющей вариации частоты.

Приведенный алгоритм формирования шкалы времени был реализован в программном имитаторе навигационных измерений для случая, когда генератор случайных чисел (ГСЧ) синтезирует 6 массивов  $r_1, r_2, \dots, r_6$  с заданными статистическими характеристиками разброса на 6 интервалах длительностью: 1, 10, ..., 10<sup>5</sup> сек. Формирование шкалы времени происходит в результате суперпозиции шести массивов случайных чисел, генерируемых ГСЧ. Накопленные массивы показаний часов подвергаются статистической обработке по методу Аллана с целью определения характеристик нестабильностей хода.

## Результаты

Результаты моделирования на компьютере с помощью программного имитатора показали высокую степень сходимости заданных и расчетных значений вариаций Аллана. По данным, приведенным в [14], при многократном моделировании случайного процесса ( $n = 1000$ ) относительное расхождение между заданными поинтервальными вариациями Аллана и полученными путем обработки синтезированного временного ряда составляет 1,5 %, а при  $n = 86400$  около 0,16%.

На рис. 3 приведен график реализации на ЭВМ случайного процесса ухода шкалы квантовых часов от равномерного времени на восьмичасовом интервале при отсутствии долговременной составляющей ухода часов.

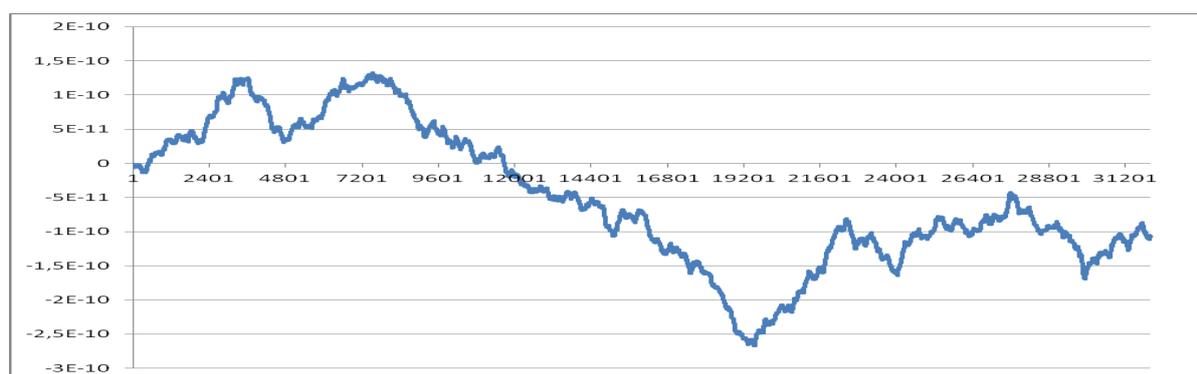


Рис. 3. График случайного процесса нестабильности квантовых часов на восьмичасовом интервале. По горизонтальной оси отложено время в секундах, по вертикальной оси – в наносекундах

Сравнение графиков, приведенных на рис. 1, 2, 3, показывает внешнюю схожесть процессов, несмотря на различие интервалов их наблюдаемости. Это указывает на адекватность предлагаемой модели нестабильности, а также на то, что процесс расхождения шкал реальных часов носит преимущественно случайный характер.

## Обсуждение

Анализируя результаты моделирования, следует отметить, что приведенные модели нестабильностей КСЧ основаны на алгоритмах формирования зашумленных временных рядов хода квантовых часов с заданными поинтервальными дисперсиями Аллана. Несмотря на то, что приведенные графики процесса расхождения квантовых часов на рис. 1, 2, 3 имеют закономерный прогнозируемый вид, все же нельзя надеяться на построение адекватных моделей прогноза этого процесса, поскольку на стабильность хода квантовых часов основное влияние оказывают квантовые вероятностные эффекты. Общепринято представлять комплексную модель нестабильности часов в виде суммы кратковременной и долговременной составляющих. Кратковременная составляющая, в силу своей случай-

ной природы, в конечном итоге накладывает ограничения на точность воспроизведения и синхронизации шкал часов. В задачах синхронизации часов БИС и НКА необходимо вводить поправки за расхождение их шкал. Для определения значений этих поправок по данным наблюдений за ходом процесса  $x(t)$  вычисляются параметры долговременной составляющей. Учет «долговременной» составляющей позволяет снизить расхождение шкал сравниваемых часов до значения порядка «кратковременной».

Важнейшей задачей, стоящей перед современными глобальными навигационными спутниковыми системами (ГНСС), является повышение точности координатно-временного обеспечения. Как известно, для решения навигационной задачи в текущем времени требуются эфемериды положений космических аппаратов на орбите в моменты наблюдений [15]. Поэтому необходимо знание частотно-временных поправок на эти моменты. Отсюда возникает необходимость в прогнозах ухода шкалы наземных часов беззапросных измерительных станций относительно шкалы бортовых часов. В связи с этим важно выяснить максимально возможную точность данных прогнозов на суточном интервале, что важно для решения задач российской спутниковой системы ГЛОНАСС. Для построения таких моделей необходимо отделить долговременную прогнозируемую составляющую от стохастической непрогнозируемой части расхождения шкал. Единственной возможностью для оценки величины стохастической составляющей является многократное моделирование на компьютере случайных процессов с заданными метрологическими характеристиками и их постобработка. Поэтому применение предлагаемой модели нестабильности КСЧ актуально для повышения надежности прогнозных расхождений шкал времени, что имеет важное значение для решения задач служб времени и задач КВО средствами ГЛОНАСС.

### *Заключение*

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Классическая математическая модель нестабильности квантовых часов, в которой спектральная плотность мощности шума на различных частотах, представленная в виде разложения ряд по степеням от  $-2$  до  $+2$ , имеет ряд ограничений, связанных с невозможностью формирования с ее помощью временных рядов с поинтервальными вариациями Аллана, задаваемых метрологическими характеристиками некоторых типов реальных квантовых часов. Другой недостаток этой модели, состоит в том, что она не позволяет выполнить оценку вкладов от отдельных видов шумов в суммарную нестабильность КСЧ.

2. Авторская модель нестабильностей КСЧ, основанная на формировании временного ряда с помощью генератора случайных чисел по методу Монте-Карло, применима к имитации хода любых квантовых часов, нестабильности которых на различных временных интервалах будут определяться только случайными процессами различной мощности. Таким образом, предлагаемый программный имитатор является универсальным средством для проверки на адекватность применяемых физико-математических моделей КСЧ и повышения точ-

ности оценивания метрологических характеристик квантовых часов при проведении навигационных измерений.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Goldenberg H.M., Klepner D., Ramsey N.F. The atomic hydrogen maser // *Phys. Rev. Lett.* – 1960. – V. 8, p. 361.
2. Wynands R., Griesch Dr, Schroder R., Weyers S. Current status of PTB's new cesium fountain clock CSF2 // *Proc. of the 20 European Frequency and Time Forum.* – Germany, 2006. – Pp. 200–202.
3. Водородные стандарты частоты и времени: современное состояние и тенденции развития / Н. Демидов, В. Васильев // *Электроника: наука, технология, бизнес.* – 2008. – №4. – С. 92–96.
4. Воронцов В. Г., Беляев А. А., Демидов Н. А., Поляков В. А., Сахаров Б. А., Гладильщиков М. Л. Разработка активного водородного стандарта частоты и времени нового поколения для базового комплекса времени и частоты // *Метрология времени и пространства: материалы VIII Междунар. симпозиума, 14–16 сентября 2016 г., г. Санкт-Петербург. Менделеево: ВНИИФТРИ, 2016.* – С. 55–57.
5. Panfilo G., Harmegnies A., Tisserand L., A new prediction algorithm for EAL, *Proc. Joint Meeting of the EFTF and IEEE FCS, 2011, 850–855. DOI: 10.1109/FCS.2011.5977808* 3. *BIPM Annual Report on Time Activities, 2018, vol. 13, Pavillon de Breteuil, F-92312 SÈVRES Cedex, France, 22 p.*
6. Пасынок С. Л. Модернизация средств определения параметров вращения Земли в интересах системы ГЛОНАСС // *Мир измерений.* – 2016. – № 3. – С. 22–24.
7. Tryon, P. (1983). Estimation of Parameters in Models cesium Beam atomic Clocs. «*J. Res. Nat. Bur. Stand.*», 88, № 1, p. 3–16.
8. Потенциальные возможности синхронизации шкал времени удаленных объектов по сигналам ГНСС / А.В. Гребенников, М.Ю. Казанцев, А.П. Кудревич, // *Успехи современной радиоэлектроники.* – 2015 – № 10 – С. 113–116.
9. Гончаров А. С., Смирнов Ю. Ф., Норец И. Б. Эталонный комплекс времени и частоты для хранения национальной шкалы времени РФ // *Альманах современной метрологии.* – 2017. – № 1. – С. 221–229.
10. Колмогоров О.В., Шабанов В.П. Синхронизация шкал времени наземных средств радионавигационных систем и шкал времени пространственно-удаленных эталонов с использованием волоконно-оптических линий связи // *Системы связи и радионавигации: сб. тезисов.* – Красноярск: Изд-во НПП «Радиосвязь», 2018 – С. 116–119.
11. Одуан, К., Гино, Б. Измерение времени. Основы GPS / перевод с английского Домнина, Ю.С. / под редакцией Татаренкова В. М. – М.: Техносфера, 2002. – 400 с.
12. Современное состояние и перспективы развития ГСВЧ Донченко С.И., Блинов И.Ю., Гончаров А.С., Федотов В.Н., Смирнов Ю.Ф. 8 Международный симпозиум Метрология времени и пространства, г. Санкт-Петербург, 14 – 16 сентября 2016 г.
13. Тиссен В.М. Имитационная модель нестабильности атомных часов // *Вестник СГУГиТ (Сибирского государственного университета геосистем и технологий).* – 2011. № 3 (16). – С.107–112.
14. Тиссен В.М., Балахненко А.Ю. Применение метода Монте-Карло для анализа кратковременной и долговременной составляющих нестабильностей квантовых часов / В сборнике: *Актуальные проблемы электронного приборостроения – АПЭП–2016. Труды XIII международной научно-практической конференции: в 12 томах. Сер. «Метрология и метрологическое обеспечение».* – 2016. – С. 70–73.
15. Глобальная навигационная спутниковая система ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Навигационный радиосигнал в диапазонах L1, L2. [Электрон. ресурс]: <http://www.aggf.ru/gnss/glon/ikd51ru.pdf>.

© В. М. Тиссен, А. С. Толстиков, А. С. Томилов, 2021