

## ПОСТРОЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ АКСИКОНАМИ

### *Ирина Георгиевна Пальчикова*

Конструкторско-технологический институт научного приборостроения Сибирского отделения Российской академии наук (КТИ НП СО РАН), 630058, Россия, г. Новосибирск, ул. Русская, д. 41, д.т.н., гл.н.с., тел. (383) 306-58-74, e-mail: palchikova@gmail.com

### *Юлия Вадимовна Жукова*

Конструкторско-технологический институт научного приборостроения Сибирского отделения Российской академии наук (КТИ НП СО РАН), 630058, Россия, г. Новосибирск, ул. Русская, д. 41, техник, тел. (383) 306-62-20, e-mail: i.zhukova@g.nsu.ru

### *Евгений Сергеевич Смирнов*

Конструкторско-технологический институт научного приборостроения Сибирского отделения Российской академии наук (КТИ НП СО РАН), 630058, Россия, г. Новосибирск, ул. Русская, д. 41, н.с., тел. (383) 306-62-20, e-mail: evgenii.s.smirnov@yandex.ru

Теоретический анализ изображающих свойств конического аксикона в скалярном дифракционном приближении Кирхгофа-Френеля в рамках теории линейных систем выявил, что классическое понятие функции рассеяния точки не применимо к аксиконным изображениям. В ближней зоне дифракции точечный источник света изображается коническим аксиконом в виде отрезка вдоль прямой, соединяющей источник и центр аксикона. При этом различные кольцевые области аксикона формируют различные участки на данном отрезке. При использовании в тандеме с линзой, аксикон может позволить увеличить глубину ее фокуса. Получены предварительные экспериментальные данные, которые подтверждают теоретические выводы.

**Ключевые слова:** аксикон, функция рассеяния точки, увеличение глубины фокуса

## IMAGE-FORMING BY MEANS OF AXICON

### *Irina G. Palchikova*

Technological Design Institute of Scientific Instrument Engineering SB RAS, 41, Russkaya St., Novosibirsk, 630058, Russia, D.Sc. (Technology), Chief Researcher, Head of Laboratory, phone: (383) 306-58-74, e-mail: palchikova@gmail.com

### *Yuliya V. Zhukova*

Technological Design Institute of Scientific Instrument Engineering SB RAS, 41, Russkaya St., Novosibirsk, 630058, Russia, Technician, phone: (383) 306-62-20, e-mail: i.zhukova@g.nsu.ru

### *Evgenii S. Smirnov*

Technological Design Institute Scientific Instrument Engineering SB RAS, 41, Russkaya St., Novosibirsk, 630058, Russia, Researcher, phone: (383) 306-62-20, e-mail: evgenii.s.smirnov@yandex.ru

A theoretical analysis of the image-forming properties of the conical axicon in the scalar diffraction Kirchhoff-Fresnel approximation within the framework of the theory of linear systems revealed that the classical concept of the point spread function is not applicable to axicon images. In the near diffraction zone, a point light source is imaging by a conical axicon in the form of a segment along a straight line connecting the source and the center of the axicon. Moreover, different annular

areas of the axicon form different sections on this segment. When used in tandem with a lens, the axicon can allow to increase the depth of focus. Preliminary experimental data have been obtained, which confirm the theoretical conclusions.

**Keywords:** axicon, Fresnel diffraction, point spread function, increase in focus depth

### *Введение*

В современных оптико-электронных устройствах, предназначенных для триангуляции [1], оптической накачки плазмы [2] в сканирующих оптических устройствах [3] требуется фокусировка энергии в узкий фокальный отрезок, обычно достигаемая с помощью аксиконов, которые имеют линейную каустику в ближней зоне дифракции [4] и именно это свойство представляется привлекательным для создания оптических изображающих систем с увеличенной глубиной фокуса [5]. Идеальная оптическая система [6] для каждой точки в пространстве предмета дает стигматическое изображение в пространстве изображений. И это сопряженные точки. Аксиконы имеют две каустики: в ближней и дальней зонах дифракции, что затрудняет рассмотрение построения ими изображений [4].

Настоящая работа содержит теоретический анализ изображающих способностей аксиконов в скалярном дифракционном приближении Кирхгофа-Френеля в рамках теории линейных систем [7]. Представлены результаты экспериментов по построению изображения оптическими системами, содержащими аксикон.

### *Анализ импульсного отклика*

Импульсный отклик оптического элемента (ОЭ)  $h(x_i, y_i; x_0, y_0)$  – это распределение амплитуды поля в изображении точечного источника единичной амплитуды, построенном оптическим элементом с функцией пропускания  $\tau(x, y)$ . Аналитические расчеты дифракции выполнялись в параксиальном приближении для расположения предметов и ОЭ, показанного на рис. 1.

В случае дифракции Френеля на осесимметричном ОЭ путем перехода в цилиндрическую систему координат мы нашли следующее выражение для импульсного отклика ОЭ:

$$h(r, r_0) = \frac{2\pi}{\lambda^2 d_0 d_i} \exp \left[ i\pi \left( \frac{r^2}{\lambda d_i} + \frac{r_0^2}{\lambda d_0} \right) \right] \int_0^\infty \tau(\rho) J_0 \left( \frac{2\pi\rho}{\lambda d_i} \tilde{r} \right) \exp \left[ \frac{i\pi}{\lambda} \rho^2 \left( \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} \right) \right] \rho d\rho, \quad (1)$$

где смещение точечного источника с оптической оси в точку  $(x_0, y_0)$  учитывается в аргументе функции Бесселя множителем  $\tilde{r} = \sqrt{(x_i + Mx_0)^2 + (y_i + My_0)^2}$ ,

$$M = \frac{d_i}{d_0}.$$

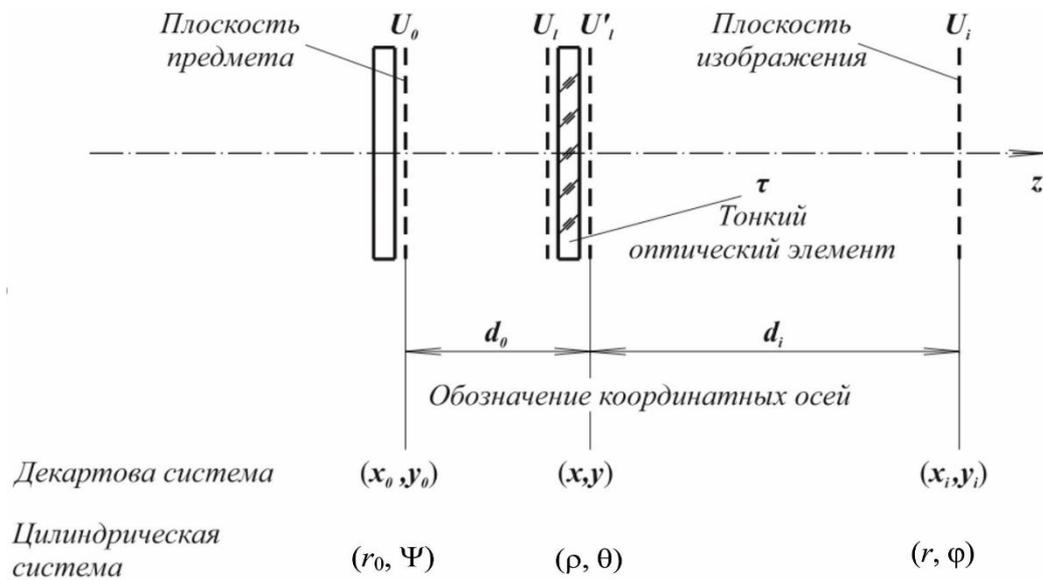


Рис. 1. Схема получения изображения, используемые обозначения и координатные оси.  $U_0(x_0, y_0)$  – амплитуда поля в плоскости предмета,  $\tau(x, y)$  – функция пропускания тонкого оптического элемента,  $U_i(x_i, y_i)$  – амплитуда поля в плоскости изображения

Случай 1. Если оптический элемент – это идеальная линза с функцией пропускания

$$\tau_{lens}(\rho) = P(\rho) \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda f} \rho^2\right), \quad (2)$$

где  $f$  – фокусное расстояние, то из (1) легко получить выражение, которое совпадает с (5.28) из [7]. Следуя [7], в (1) можно опустить сомножитель  $\exp\left[i\pi\left(\frac{r^2}{\lambda d_i} + \frac{r_0^2}{\lambda d_0}\right)\right]$ , поскольку конечной целью задачи является расчет интенсивности света, и в параксиальном приближении можно положить  $P(\rho) = 1$ .

Тогда в плоскости изображения  $\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f} = 0$  получаем известный ((5.37)

[7]) пространственно-инвариантный импульсный отклик линзы для единственной каустики в дальней зоне дифракции:

$$h(x_i, y_i; x_0, y_0) \sim \frac{1}{M} \delta(\tilde{r}) = \frac{1}{M} \delta(x_i + Mx_0, y_i + My_0) \quad (3)$$

который является дельта-функцией, что и обуславливает описание амплитуды поля в изображении произвольного предмета интегралом суперпозиции в виде свертки

$$U_i'(x_i, y_i) \sim \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x_i + Mx_0, y_i + My_0) U_0(x_0, y_0) dx_0 dy_0, \quad (4)$$

и аналитически описывает формирование правильного стигматического изображения. Учесть дифракцию на апертуре линзы возможно, положив  $P(\rho) \neq 1$  при расчете импульсного отклика.

Случай 2. Пусть оптический элемент – это конический аксикон с функцией пропускания

$$\tau_{axicon}(\rho) = P(\rho) \exp\left(-\frac{i2\pi}{\lambda} \gamma \rho\right), \quad (5)$$

где  $\gamma$  задает угол при вершине конуса и связан с углом наклона к оптической оси преломленных лучей. Подставляя (5) в (1) и используя приближения случая 1, находим импульсный отклик аксикона для каустики в ближней зоне дифракции:

$$h(r, r_0) = \frac{2\pi}{\lambda^2 d_0 d_i} \int_0^{\infty} J_0\left(\frac{2\pi\rho}{\lambda d_i} \tilde{r}\right) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda} \left(\rho^2 \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i}\right) - 2\gamma\rho\right)\right] \rho d\rho. \quad (6)$$

Полученный интеграл (6) не сводится к дельта функции, и импульсный отклик аксикона не является пространственно-инвариантным. То есть аксикон вообще не способен создать правильное стигматическое изображения точечного источника. Если точечный источник расположен на оси ( $\tilde{r} = r$ ), то оценка интеграла в точках оптической оси выполняется методом стационарной фазы [4], в результате применения которого определяется длина фокального отрезка и диаметр его поперечного сечения. То есть оказывается, что импульсный отклик аксикона – это не кружок в плоскости изображения (как в случае линзы), а объемная фигура (в нашем случае – цилиндр, расположенный вдоль оптической оси). Точечный источник единичной амплитуды изображается вдоль оптической оси в виде отрезка.

Это можно легко понять следующим образом. Для получения правильного изображения необходимо выполнение условия:

$$\rho \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i}\right) - 2\gamma = 0, \quad (7)$$

которое предполагает создание различных плоскостей изображения (разные расстояния  $d_i$ ) различными частями аксикона (узкими кольцевыми областями):

$$d_i = \frac{\rho d_0}{2\gamma d_0 - \rho}. \quad (8)$$

То есть световые пучки, падающие от предмета на центральную часть аксикона, будут создавать изображение в непосредственной близости от аксикона ( $d_{1i} \sim 0$ ), а пучки, падающие на периферию аксикона, – на расстоянии  $d_{2i} \sim \frac{\rho_0 d_0}{2\gamma d_0 - \rho_0}$ , где  $\rho_0$  – радиус зрачка аксикона. Если  $d_0$  велико, то  $d_{2i} \sim \frac{\rho_0}{2\gamma}$ . При этом все эти изображения будут маскировать (смазывать) друг друга.

Если точечный источник смещен с оси, то распределение интенсивности после аксикона находится численными методами из дифракционного интеграла (6) [8].

Случай 3. Оптические изображающие системы с увеличенной глубиной фокуса обычно создаются путем введения в рефракционную линзовую часть дополнительных элементов, в нашем рассмотрении – это аксиконы. Идеальный тандем линза-аксикон имеет функцию пропускания

$$\tau_{tandem}(\rho) = P(\rho) \exp\left(-\frac{i\pi}{\lambda} \left(\frac{\rho^2}{f} + 2\gamma\rho\right)\right). \quad (9)$$

В показателе экспоненты импульсного отклика тандема будет присутствовать сомножитель  $\rho \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f}\right) - 2\gamma$ , который аналогично случаю 2 не позволяет создать правильное стигматическое изображение точечного источника.

Однако, аналогично случаю 2 анализ условия

$$\rho \left(\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} - \frac{1}{f}\right) - 2\gamma = 0 \quad (10)$$

позволяет сделать вывод о возможности формирования тандемом вдоль оси набора не идеальных изображений источника, расположенного вблизи оптической оси. Различные части аксикона (узкие кольцевые области радиуса  $\sim \rho$ ) создают различные плоскости изображения (на разных расстояниях  $d_i$ ):

$$d_i = \frac{\rho d_0}{2\gamma d_0 - \rho \left(1 - \frac{d_0}{f}\right)}. \quad (11)$$

То есть аксикон позволяет увеличить глубину фокуса линзовой части тандема.

### ***Эксперимент. Материалы и методы***

Эксперименты по получению и цифровой фиксации изображений выполнялись на оптической скамье ОСК-2 с коллиматором. В качестве источника монохроматического света использовался гелий-неоновый лазер ЛГН-302 с рабочей длиной волны 632,8 нм с устройством устранения спеклов. Источником белого света служила галогенная лампа. Изображения строились дифракционным аксиконом со световым диаметром 40 мм, периодом  $T=30$  мкм, числом ступеней  $m=4$ ; объективом-склейкой со световым диаметром 20 мм, фокусным расстоянием 102 мм; и объективом Canon EF-S 18-55mm f/3.5-5.6 IS. Для определения разрешающей способности оптических систем использовалась мира №4 (ГОСТ 15114-78). Регистрация изображений выполнялась цифровой камерой Canon EOS D 1100D (Canon Inc., Japan). Поперечные сечения каустики увеличивались микрообъективами 20x и 40x и проецировались на фотоматрицу цифровой камеры. Тарирование цифровых изображений выполнялось путем фотографирования объекта-микрометра и обсчета изображения.

### ***Эксперимент. Результаты и обсуждение***

При освещении коллимированным пучком лазерного излучения диаметром 12 мм аксикон формирует фокальный отрезок вдоль направления падения света в ближней зоне дифракции. При рабочем световом диаметре длина отрезка составляет 284,5 мм. Распределение интенсивности в поперечном сечении каустики существенно зависит от угла падения лазерного пучка. Осесимметричное распределение наблюдается лишь для углов падения в пределах  $\sim 0,4^\circ$ , при увеличении угла круглое пятно распадается.

На рис. 2а приведены фотографии сечений каустики первого порядка дифракции аксикона для различных углов падения коллимированного пучка. На рис. 2б даны фотографии фокальных пятен объектива-склейки при различных углах падения света, на рис. 2в – фотографии фокальных пятен Canon EF-S (в телескопическом режиме фокусное расстояние 55 мм). Фокальное пятно объектива-склейки существенно искажается аберрациями при достижении угла падения, равного  $2,2^\circ$ . Для Canon EF-S аберрации практически отсутствуют.

Теоретический анализ показал, что глубина изображения объектива может быть увеличена, если в тандеме с ним использовать аксикон. Мы провели эксперименты по определению разрешающей способности (РС) объектива Canon EF-S в зависимости от смещения предмета-миры по глубине в лазерном и белом свете без внесения в схему аксикона и – с аксиконом. Мира №4 крепилась на столике с микровинтом, допускавшим ее перемещение вдоль оптической оси, и освещалась коллимированным пучком света. Первоначально мира находилась в положении, когда изображение сфокусировано на фотоматрице. Изображение регистрировали цифровой камерой через объектив Canon EF-S после каждого

смещения миры на 1 мм (режим «автофокус» отключен). Затем перед объективом соосно помещали аксикон и повторяли эксперимент.

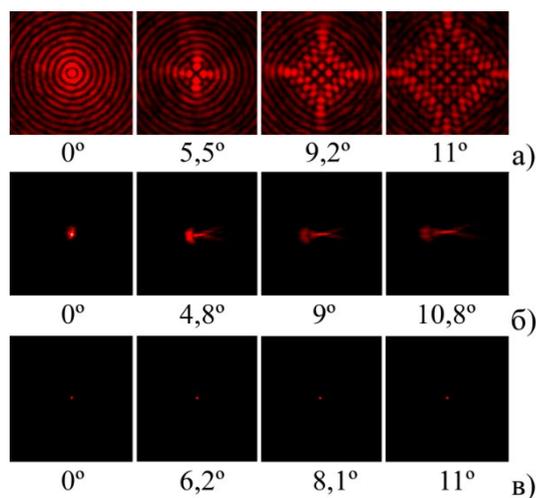


Рис. 2. Изображения сечений каустики:

аксикона а), склейки б), объектива Canon EF-S в) в зависимости от угла падения коллимированного лазерного пучка

Для того, чтобы выявить квадранты миры, в которых вертикальные штрихи разрешались по критерию Рэля, полученные в монохроматическом и белом свете цифровые фотографии обрабатывались специальной программой в Excel (MS Office). Результаты представлены на рис. 3 в виде графиков.

Из полученных данных следует, что аксикон существенно ухудшил разрешающую способность объектива в положении острой фокусировки миры, однако по мере удаления от острого фокуса РС тандема с аксиконом превышает РС объектива. То есть глубина изображения объектива увеличилась на ~20% при использовании в тандеме с ним аксикона.

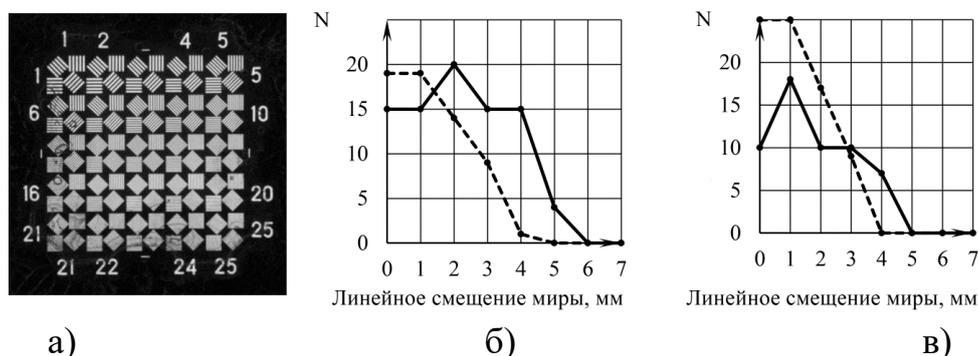


Рис. 3. а) Изображение миры; б) зависимость номера разрешаемого квадранта N от смещения миры по глубине для монохроматического излучения; в) для белого света. Пунктирные линии обозначают данные для одиночного объектива Canon EF-S, сплошные – для тандема с аксиконом

## **Выводы**

В результате теоретического анализа изображающих свойств конического аксикона в скалярном дифракционном приближении Кирхгофа-Френеля в рамках теории линейных систем выявлено, что классическое понятие функции рассеяния точки не применимо к аксиконным изображениям. В ближней зоне дифракции точечный источник света изображается коническим аксиконом в виде протяженной объемной фокальной области – фокального отрезка вдоль оптической оси, причем различные части аксикона формируют различные части этой области. Именно поэтому при использовании в тандеме с линзой аксикон может позволить увеличить глубину ее фокуса. Получены экспериментальные данные, которые подтверждают теоретические выводы. Вопрос практического применения таких тандемов в изображающих системах требует дополнительных исследований.

## **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Bickel G., Hausler G., and Haul M. Triangulation with extended range of depth // Opt. Eng. – 1985. – V. 24. – P. 975–977.
2. Tremblay R., D’Astous Y., Roy G., and Blanchard M. Laser plasmas optically pumped by focusing with an axicon a CO<sub>2</sub>- TEA laser beam in a high-pressure gas // Opt. Commun.- 1979. –V. 28. – P. 193–196.
3. Arimoto R., Saloma C., Tanaka T., and Kawata S. Imaging properties of axicon in a scanning optical system // Appl. Opt. – 1992. – Vol. 31. – P. 6653– 6657.
4. Palchikova I. G. Diffraction-free beams and their caustics // Optics and Laser in Engineering. – 1998. - V. 29. – P. 333–342. – DOI:10.1016/S0143-8166(97)00120-6.
5. Zalevsky Z. Extended depth of focus imaging: a review // SPIE Reviews. – 2010. – Vol. 1. – 018001-1-11. – DOI: 10.1117/6.0000001.
6. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 720 с.
7. Гудмен Дж. Введение в Фурье-оптику. – М.: «Мир», 1970. – 364 с.
8. Thaning Anna, Jaroszewicz Zbigniew, and Friberg Ari T. Diffractive axicons in oblique illumination: analysis and experiments and comparison with elliptical axicons // Applied Optics. – 2003, January, 1. – Vol. 42, No. 1. – P. 9–17.

© И. Г. Пальчикова, Ю. В. Жукова, Е. С. Смирнов, 2021