

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИОННЫХ СВОЙСТВ ПОРОД И КОМПОНЕНТ ПРИРОДНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПО ДАННЫМ ПОДЗЕМНОЙ ГЕОДЕЗИИ

*Антон Владимирович Панов*

Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект, 54, младший научный сотрудник лаборатории горной информатики, тел. (383)205-30-30 доп. 173, e-mail: anton-700@yandex.ru

*Леонид Анатольевич Назаров*

Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект, 54, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией горной информатики, тел. (383)205-30-30 доп. 337, e-mail: naz@misd.ru

Разработана и методом конечных элементов реализована трехмерная геомеханическая модель типичной конфигурации подземного пространства при реализации камерно-столбовой системы отработки пластовых месторождений. Сформулирована и исследована на разрешимость обратная задача определения величины и ориентации горизонтальных компонент внешнего поля напряжений и деформационных характеристик конструктивных элементов технологии выемки по данным измерения конвергенции стенок очистных камер по мере развития горных работ. Проанализированы линии уровня различных целевых функций и показана разрешимость сформулированной смешанной обратной задачи, установлена зависимость размеров области эквивалентности от относительной погрешности во входных данных.

**Ключевые слова:** трехмерная геомеханическая модель, камерно-столбовая технология, обратная задача, целевая функция, конвергенция стенок выработки, напряженно-деформированное состояние, метод конечных элементов

**Key words:** 3D geomechanical model, room-and-pillar mining system, inverse problem, objective function, wall opening convergence, stress-strain state, finite element method

## DETERMINATION OF DEFORMATION PROPERTIES AND NATURAL STRESSES IN ROCK MASS BY UNDERGROUND GEODESY DATA

*Anton V. Panov*

Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, 54 Krasny prospect, Novosibirsk 630091, Russia, Junior Researcher at the Mining Information Science Laboratory, office: +7 (383) 205 30 30 ext. 173, e-mail: anton-700@yandex.ru

*Leonid A. Nazarov*

Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences, 54 Krasny prospect, Novosibirsk 630091, Russia, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Head of the Mining Information Science Laboratory, office: +7 (383) 205 30 30 ext. 337, e-mail: naz@misd.ru

The authors have developed and implemented a 3D geomechanical model using the finite element method for a typical configuration of an underground space during room-and-pillar mining. The authors formulate and solve an inverse problem on determination of values and orientation of external horizontal stresses and deformation characteristics of structural elements of the geotechnology by the measurement data of sidewall convergence in rooms in the course of mining. The level curves of

different objective functions are analyzed, the mixed inverse problem resolvability is demonstrated, and the equivalence domain size is correlated with the relative error of input data.

**Keywords:** 3D geomechanical model, room-and-pillar mining system, inverse problem, objective function, sidewall convergence, stress–strain behavior, finite element method

## *Введение*

Проектирование шахт и рудников, обоснование технологий разработки месторождений твердых полезных ископаемых [1,2] трудно представить без комплекса геомеханических исследований, важная составная часть которых — оценка напряженно-деформированного состояния массива горных пород в условиях естественного залегания [3-5]. Вертикальную составляющую поля напряжений, принято считать за вес вышележащих пород  $\sigma_v(y) = \rho gy$  ( $\rho$  - средняя плотность пород,  $g$  - ускорение свободного падения,  $y$  - глубина). Для оценки горизонтальных компонент поля напряжений существуют различные подходы например, физическое моделирование [6]; сейсмоакустический мониторинг [7]; натурный эксперимент, при котором в поле напряжений вносится возмущение и по отклику горного массива определяются искомые напряжения [2,8-10]. Эти методы, как правило, являются трудоемкими и дорогостоящими [2,11].

При разработке месторождений камерно-столбовым способом возникают вопросы определения свойств оставленных целиков [12] для прогноза их устойчивости [13]. Особенно это важно для рудников, где осуществляется повторная выемка руды [14, 15]. Решение таких вопросов, например, путем отбора и испытания образцов [16, 17], осложняются наличием в оставленных целиках трещин и неоднородностей.

В данной статье предложен метод определения двух горизонтальных компонент природного поля напряжения, а так же упругих характеристик (модулей Юнга, коэффициентов Пуассона) оставленных целиков при камерно-столбовой системе отработки месторождений. Как известно, изменение конфигурации подземного пространства при отработке месторождения вызывает вариацию полей напряжений и деформаций. Идея метода заключается в использовании уже готовых выработок для замера смещений их контуров при выемки запасов из рядом стоящих камер.

## *Постановка прямой задачи*

Рассмотрим фрагмент типичной конфигурации подземного пространства, возникающего при реализации камерно-столбовой системы отработки пластового месторождения неглубокого субгоризонтального залегания с оставлением ленточных целиков, характерной для калийных рудников [18]. На рис. 1а показано вертикальное сечение исследуемого объекта, на рис. 1б – горизонтальное сечение ( $y = -20 м$ ).

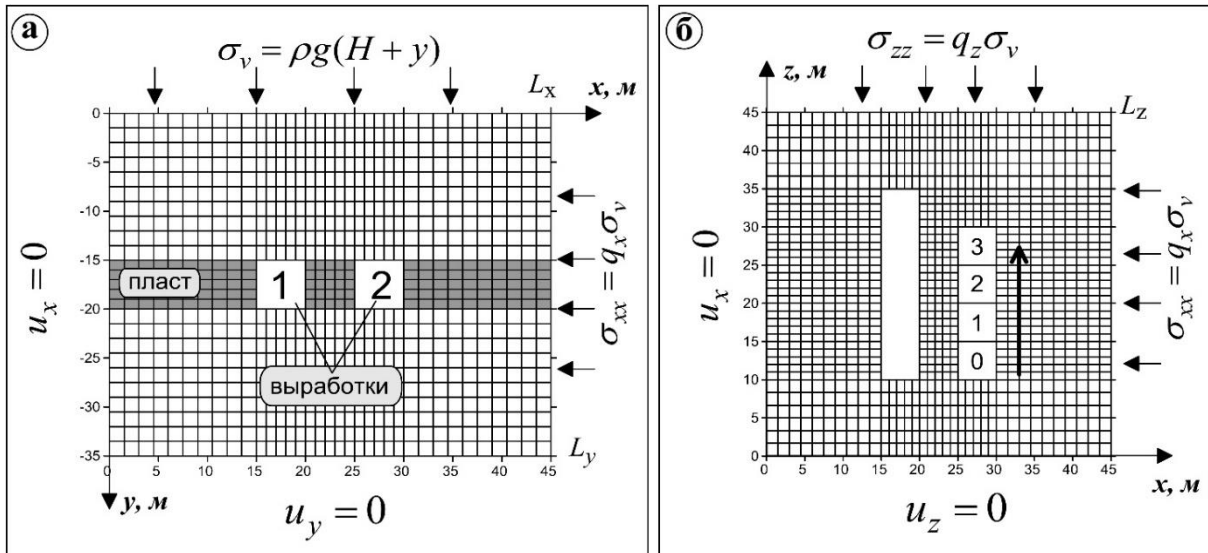


Рис. 1. Дискретизации расчетной области на конечные элементы и граничные условия

Исследуемый участок располагается на глубине  $H = 300 \text{ м}$ . Размер исследуемой области  $L_x = 45 \text{ м}$ ,  $L_z = 45 \text{ м}$ ,  $L_y = 35 \text{ м}$ . В пласте мощностью 5 м пройдена выработка 1. Выработка 2 отрабатывается пошагово, с шагом 5 м. Направление отработки показано стрелкой на рис. 1б. После каждого шага регистрируются вертикальные и горизонтальные смещения контура выработки 1. Контрольные точки для измерения вертикальных  $U_y$  и горизонтальных  $U_x$  смещений контура расположены вдоль первой выработки по оси  $z$  с промежутком 1 м (рис. 2). Между выработками располагается предохранительный целик. Геометрические размеры выработок и целика в вертикальном сечении –  $5 \times 5 \text{ м}$ . Физические свойства (плотность  $\rho$ , модуль юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ ) слагающих массив пород приведены в табл. 1 [19, 20]. Расчетная область располагается под действием вертикального  $\sigma_v$  и двух горизонтальных  $\sigma_x, \sigma_z$  сжимающих напряжений. Вертикальное напряжение соответствует весу вышележащих пород, а горизонтальное характеризуется коэффициентами бокового отпора  $q_x, q_z$ .

Таблица 1

Физические свойства пород

Порода	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$E$ , ГПа	$\nu$
Вмещающая среда	2500	2	0.3
Пласт	2400	1.7	0.3

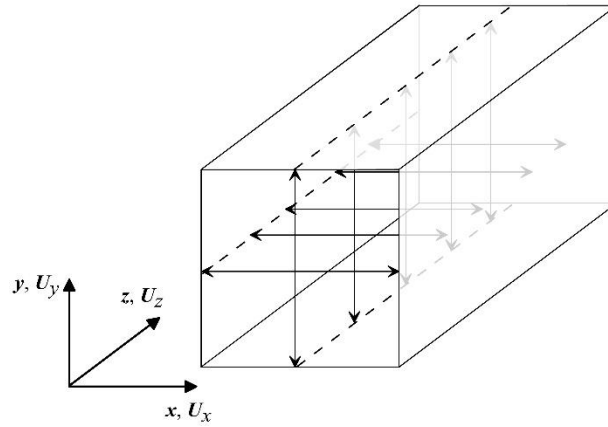


Рис. 2. Места измерения горизонтальных и вертикальных смещений вдоль первой выработки

Для описания деформирования породного массива воспользуемся системой уравнений линейной теории упругости, включающей уравнения равновесия(1), закон Гука (2) и соотношений Коши для малых деформаций (3)

$$\sigma_{ij,j} + \rho g \delta_{iz} = 0, \quad (1)$$

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_{ij} = 0.5(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}$  и  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций ( $i, j = x, y, z$ ),  $u_i$  – смещения,  $\rho$  – плотность пород,  $g$  – ускорение свободного падения,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $\lambda$  и  $\mu$  параметры Ламе.

На границе расчетной области сформулируем следующие условия:

$$\sigma_{xx}(L_x, y, z) = q_x \sigma_v, \quad (4)$$

$$\sigma_v(x, 0, z) = \rho g(H + y) \quad (5)$$

$$\sigma_{zz}(x, y, L_z) = q_z \sigma_v, \quad (6)$$

$$u_x(0, y, z) = 0, \quad (7)$$

$$u_y(x, -L_y, z) = 0, \quad (8)$$

$$u_z(x, y, 0) = 0. \quad (9)$$

Предположим, что выработки ориентированы по направлению главных сжимающих напряжений, касательные напряжения на границе расчетной области равны нулю:

$$\sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = 0. \quad (10)$$

Контуры выработок свободны от напряжений. Коэффициенты бокового отпора в расчетах были равны:  $q_x = 0.5$ ,  $q_z = 0.8$ .

Расчеты осуществлялись с использованием оригинального кода, реализующего 3D метод конечных элементов для структурно-неоднородных сред с нарушениями сплошности. В расчетной области генерировалась сетка четырехугольных элементов с линейными размерами 1 м, содержащая  $35 \cdot 10^3$  узлов.

На рис.3 приведены горизонтальные и вертикальные смещения контура первой выработки при пошаговой отработке второй выработки. Можно отметить, что по мере развития горных работ наблюдается последовательное увеличение деформации рядом стоящей выработки

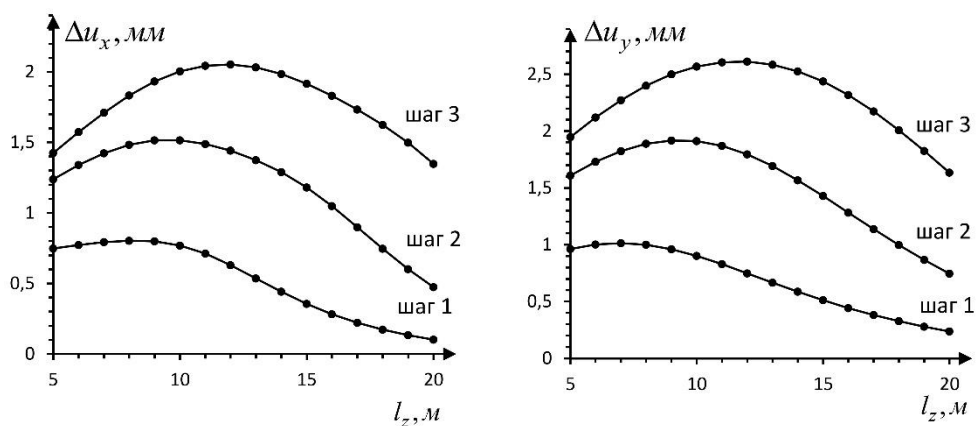


Рис. 3. Места измерения горизонтальных и вертикальных смещений вдоль первой выработки

На рис.4 приведена эволюция горизонтальной компоненты поля напряжений по мере отработки второй выработки. Отметим постепенное сгущение изолиний и повышение напряжений в зоне целика между выработками.

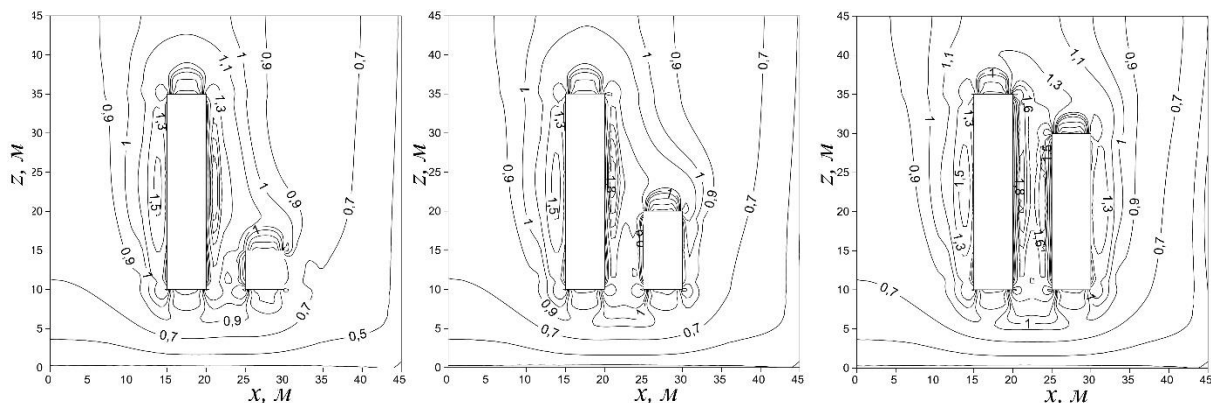


Рис. 4. Изолинии горизонтальной компоненты поля напряжений  $\sigma_{zz}$

## Обратная задача

Сформулируем обратную задачу [21,22] и исследуем ее на разрешимость: определить два коэффициента бокового отпора  $q_x, q_z$  и упругие характеристики (модуль Юнга  $E$ , коэффициент Пуассона  $\nu$ ) целика расположенного между двумя выработками по приращениям смещений, замеренным на контуре камеры 1 (рис. 1). Введем два функционала  $\Phi_x, \Phi_y$ , минимум которых даст решение задачи. Использование независимых двух целевых функционалов обеспечивает с одной стороны дополнительный контроль решения задача, а с другой делает метод более гибким и менее зависимым от шахтных условий и возможностей оборудования.

$$\Phi_x = \sum_i \sum_n \left[ \Delta U_x(z_n, E, \nu, \sigma_{xx}, \sigma_{zz}) - \Delta U_x^{real}(z_n) \right]^2 \quad (11)$$

$$\Phi_y = \sum_i \sum_n \left[ \Delta U_y(z_n, E, \nu, \sigma_{xx}, \sigma_{zz}) - \Delta U_y^{real}(z_n) \right]^2 \quad (12)$$

где  $i$  соответствует номеру шага при образовании второй выработки ( $i=1,2,3$ ),  $n$  – количество точек вдоль измерительной выработки,  $z_n$  - координата вдоль оси  $z$ , задающая местоположение пунктов измерений смещений контура выработки.  $\Delta U_x(z_n, E, \nu, \sigma_{xx}, \sigma_{zz})$  и  $\Delta U_y(z_n, E, \nu, \sigma_{xx}, \sigma_{zz})$  - расчетные значения дивергенции боковых стенок и кровли и почвы в измерительной выработке.  $\Delta U_x^{real}(z_n)$ ,  $\Delta U_y^{real}(z_n)$  - результаты натуральных измерений. При численном моделировании в качестве последних использовались синтетические данные:

$$\begin{aligned} \Delta U_x^{real}(z_n) &= (1 + \xi) \Delta U_x(z_n, E^*, \nu^*, \sigma_{xx}^*, \sigma_{zz}^*), \\ \Delta U_y^{real}(z_n) &= (1 + \xi) \Delta U_y(z_n, E^*, \nu^*, \sigma_{xx}^*, \sigma_{zz}^*) \end{aligned} \quad (13)$$

где  $E^*, \nu^*, \sigma_{xx}^*, \sigma_{zz}^*$  – искомые значения параметров (точное решение),  $\xi$  – равномерно распределенная на отрезке  $[-A_{err}; A_{err}]$  случайная величина, имитирующая мультипликативный шум. Амплитуда случайной ошибки  $A_{err}$  варьировалась в пределах от 10% до 30%.

На рис. 5 представлены изолинии целевой функции  $\Phi_x$  и  $\Phi_y$  для с уровнем ошибок во входных данных 20-30% в сечении  $q_x = q_x^*, q_z = q_z^*$  ( $\sigma_{xx} = \sigma_{xx}^*, \sigma_{zz} = \sigma_{zz}^*$ ). Видно, что целевая функция унимодальна и имеет один минимум. Серым кружком отмечено точное решение. Белая область – область минимума целевой функции. Как видно не всегда область минимума функции совпадает с точным решением, но ее размер и положение около точного решения

говорит о целесообразности использования этой целевой функции для нахождения искомых параметров  $E, \nu$ . Так при уровне ошибки во входных данных 30% (рис.5б) можно найти  $E$  и  $\nu$  с точностью 10%. Целевая функция  $\Phi_y$  (рис. 5в) имеет ярко выраженную овражную структуру, она не позволяет отыскать коэффициент Пуассона, но Модуль Юнга целика находится так же с точностью 10%.

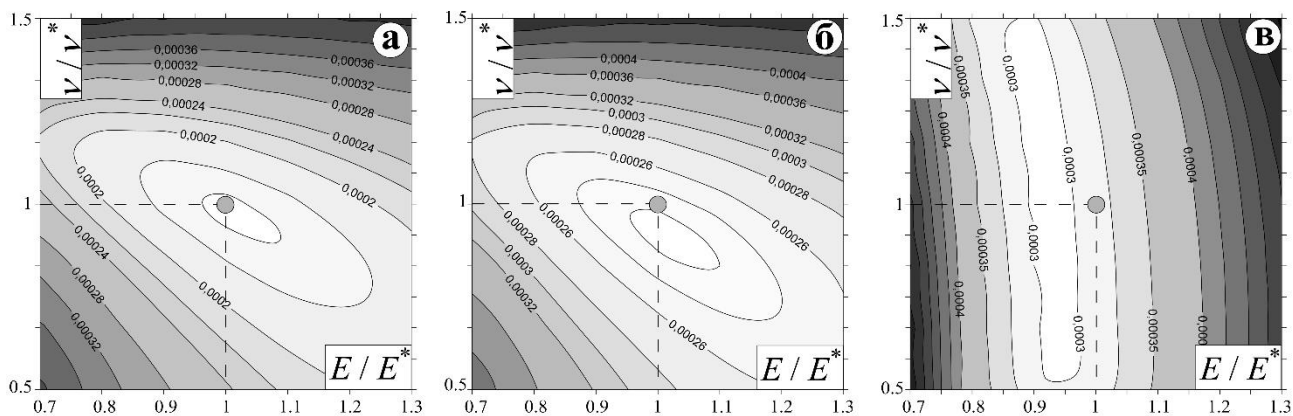


Рис. 5. Изолинии целевых функций:

- а)  $\Phi_x$  с амплитудой ошибки 20%, б)  $\Phi_x$  с амплитудой ошибки 30%, в)  $\Phi_y$  с амплитудой ошибки 30%

На рис. 6 представлены изолинии целевой функции  $\Phi_x$  и  $\Phi_y$  для с уровнем ошибок во входных данных 10-30% в сечении  $E = E^*, \nu = \nu^*$ . Серый кружок – точное решение, белая область – область минимумам целевой функции. Видно, что целевая функция  $\Phi_x$  (рис. 6а,б) имеет один минимум, но он растянут, так что нет возможности отыскать параметр  $q_z$ , однако,  $q_x$  находится достаточно точно (отклонение 10% от точного решения), даже при большой ошибке в 30%. Целевая функция  $\Phi_y$  (рис. 6в) не подходит для определения параметров  $q_x, q_z$  даже при относительно небольшом уровне ошибки во входных данных.

Видно, что целевая функция унимодальна и имеет один минимум. Серым кружком отмечено точное решение. Белая область – область минимума целевой функции. Как видно не всегда область минимума функции совпадает с точным решением, но ее размер и положение около точного решения говорит о целесообразности использования этой целевой функции для нахождения искомых параметров  $E, \nu$ . Так при уровне ошибки во входных данных 30% (рис.5б) можно найти  $E$  и  $\nu$  с точностью 10%. Целевая функция  $\Phi_y$  (рис. 5в) имеет ярко выраженную овражную структуру, она не позволяет отыскать коэффициент Пуассона, но Модуль Юнга целика находится так же с точностью 10%.

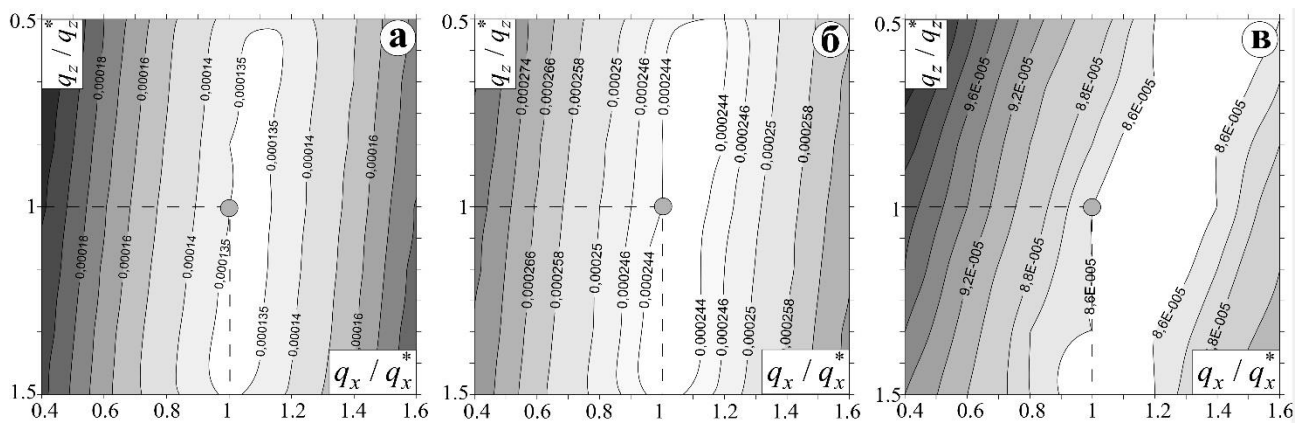


Рис. 6. Изолинии целевых функций:

- а)  $\Phi_x$  с амплитудой ошибки 20%, б)  $\Phi_x$  с амплитудой ошибки 30%, в)  $\Phi_y$  с амплитудой ошибки 10%

### Заключение

Сформулирована обратная задача для поиска двух горизонтальных компонент поля сжатия и упругих характеристик целика, проанализированы структуры целевых функций. Выявлена наиболее предпочтительная функция  $\Phi_x$ , которая позволяет находить модуль Юнга и коэффициент Пуассона целика, одну из компонент внешнего поля сжатия  $\sigma_{xx}$  с точностью 10% (при уровне ошибки во входных данных не более 30%). Для реализации данного подхода необходимо регистрировать относительные горизонтальные смещения контура имеющейся выработки при проведении очистных работ в рядом стоящей выработке. Таким образом мониторинг может осуществляться в процессе ведения горных работ методами подземной геодезии.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (тема № АААА-А17-117121140065-7).*

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Петухов И. М., Батугина И. М. Геодинамика недр. — М.: Недра, 1999. — 256 с.
2. Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. — 1989. — 488 с.
3. Yang S. Q. et al. A case study on large deformation failure mechanism of deep soft rock roadway in Xin'An coal mine, China //Engineering Geology. — 2017. — Т. 217. — С. 89-101.
4. Golik V. I., Efremkov A. B. Control of rock mechanics in underground ore mining //IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. — IOP Publishing, 2017. — Т. 221. — №. 1. — С. 012013.



5. Lin C., Guo D., Liang Y. Influence of Structural Elements and Stress on Mining-Induced Fault Slip //Geotechnical and Geological Engineering. – 2018. – Т. 36. – №. 1. – С. 439-453.
6. Bin Z., Ge L. Experimental Simulation of the Mine Pressure in Chuancao Gedan Coal Mine //Electronic Journal of Geotechnical Engineering. – 2016. – Т. 21. – С. 44-47.
7. Cao A. et al. Case study of seismic hazard assessment in underground coal mining using passive tomography //International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. – 2015. – Т. 78. – С. 1-9.
8. Zang A., Stephansson O. Stress field of the Earth's crust. – Springer Science & Business Media, 2009, p. 322.
9. Jaeger J. C., Cook N. G. W., Zimmerman R. Fundamentals of rock mechanics. – John Wiley & Sons, 2009, p. 488.
10. Панов А. В. и др. Определение горизонтальных составляющих природного поля напряжений по данным измерительного гидроразрыва //Интерэкспо Гео-Сибирь. – 2018. – Т. 6. – С. 126-135.
11. Курленя М. В., Попов С. Н. Теоретические основы определения напряжений в горных породах. – Наука. Сиб. отд-ние, 1983. – 96с.
12. Чарковский К. И., Марочкин Д. В., Свидетелев М. А. Влияние модулей упругости пород и руд на степень нагруженности междукамерных целиков //Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2003. – №. 7. – С. 193-196.
13. Лаптев Б. В. Историография аварий при разработке соляных месторождений //Безопасность труда в промышленности. – 2011. – №. 12. – С. 41-46.
14. Аханов Т. М., Прокушев Г. А. Современное состояние разработки и проблемы развития технологии на этапе доработки Жезказганского месторождения //Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2012. – №. 11. – С. 5-12.
15. Герман В. И., Мансуров В. А. Прогноз обрушений на Жезказганском медном месторождении //Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). – 2010. – №. 1. – С. 95-104.
16. Паньков И. Л., Морозов И. А. Деформирование соляных пород при объемном многоступенчатом нагружении //Записки Горного института. – 2019. – Т. 239. – С. 510-519.
17. Yang S. Q. Strength and deformation behavior of red sandstone under multi-stage triaxial compression //Canadian Geotechnical Journal. – 2012. – Т. 49. – №. 6. – С. 694-709.
18. Боликов В. Е., Константинова С. А. Прогноз и обеспечение устойчивости капитальных горных выработок. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – С. 372.
19. Барях А. А., Константинова С. А., Асанов В. А. Деформирование соляных пород. – Екатеринбург: УрО РАН, – 1996. – С. 204.
20. Морозов И. А. Определение прочностных характеристик соляных пород по результатам объемного многоступенчатого нагружения //Стратегия и процессы освоения георесурсов. – 2017. – С. 142-145.

21. Vatulyan A. O. Inverse problems in deformable solid mechanics //Russian (Fizmatlit, Moscow, 2007) p. – 2007. – С. 224.

22. Tarantola A. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. – Society for Industrial and Applied Mathematics, 2005. – С. 342.

© *А. В. Панов, Л. А. Назаров, 2021*