

ПОВЕДЕНИЕ НЕХРУПКИХ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ИЗГИБЕ

Виктор Прокопьевич Ефимов

Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН, 630091, Россия, г. Новосибирск, Красный проспект 54, д. ф.-м. н., зав. лаб. тел. (383)330-14-15, e-mail: efimov-pedan@mail.ru

Представлены экспериментальные результаты определения несущей способности балки из мрамора. Отмечено существенное влияние пластических свойств на прочностные характеристики балки. На основе модели разнопрочных материалов построена упругопластическая эпюра напряжений в балке. Предлагается для горных пород и аналогичных им гетерогенных материалов, обладающих разной прочностью на сжатие и растяжение, использовать упругое распределение напряжений в зоне сжатия, а в области растяжения упруго-пластическое. Такая эпюра напряжений позволяет объяснить высокие значения изгибной прочности по сравнению с прочностью на растяжение представленных материалов.

Ключевые слова: горные породы, прочность, упруго-пластический изгиб, эффект разнопрочности материала

BEHAVIOR OF NON-BRITTLE ROCKS UNDER BENDING CONDITION

Viktor P. Efimov

Chinakal Institute of Mining SB RAS, 630091, Krasny prospect 54, Novosibirsk, Russia, Ph.D. Sci., Head. lab., Phone (383) 330-14-15, e-mail: efimov-pedan@mail.ru

Experimental results of determining the bearing capacity of a marble beam are presented. A significant influence of plastic properties on the strength characteristics of the beam is noted. On the basis of a model of strength-different materials, an elastoplastic profile of stresses in a beam is constructed. It is proposed to use elastic stress distribution in the compression zone for rocks and similar heterogeneous materials with different compressive and tensile strengths, and elastic-plastic distribution in the tensile zone. Such a stress diagram makes it possible to explain the high values of bending strength in comparison with the tensile strength of the presented materials.

Keywords: rocks, strength, elastic-plastic bending, SD (Strength-Differential) effect

Введение

Прочность горных пород на растяжение является ключевым параметром для определения несущей способности и пригодности к эксплуатации горных конструкций и их элементов, так же широко используется для расчетов по разрушению, дроблению, скалыванию и другим технологическим процессам при добычи полезных ископаемых. Хотя природный массив горных пород находится в условиях сжимающих напряжений, но при проведении в нем горных работ, например, при выемки туннеля, исходное состояние массива изменяется, и некоторые области его подвергаются растягивающему напряжению. Горные породы в отличие от других твердых сред характеризуются тем, что прочность пород на растяжение намного ниже, чем прочность на сжатие. По этой причине горные породы наиболее подвержены разрушению при растяжении, и потому характеристики

горных пород при растяжении имеют первостепенное значение в инженерно-геотехнических приложениях. Для определения прочности горных пород на растяжение можно использовать прямые и косвенные методы. Из-за специфических трудностей приготовления образцов на прямой разрыв и сложностей центрирования образцов при проведении тестов прямые испытания используются в основном как калибровочные [1-3], а основными испытаниями на практике стали косвенные, такие как метод бразильской пробы, внецентренного сжатия, испытания на изгиб [4-7]. Хотя Бразильский способ на непрямоe растяжение является наиболее часто используемым, установлено, что полученные с его помощью величины не точно отображают истинное значение прочности на разрыв [8, 9]. Прочность на трехточечный и четырехточечный изгиб – это другие косвенные методы, которые используются для определения прочности на растяжение в горных породах [6, 10, 11]. С изгибом также связаны проблемы нестабильности свода туннелей, прогиба потолочины шахты или прослойки в горнодобывающей зоне [12-14]. В технических приложениях моделей изгиба важно знать соотношение прочности породы на растяжение с несущей способностью балки. На сегодняшний день накоплен большой материал по изгибу балок из горных пород, имеющий различную направленность. Существует насущная потребность развития новых моделей, способных обосновать отличия изгибной прочности пород от прочности на растяжение. Как показали исследования автора, в этом вопросе существенную роль играют пластические свойства породы.

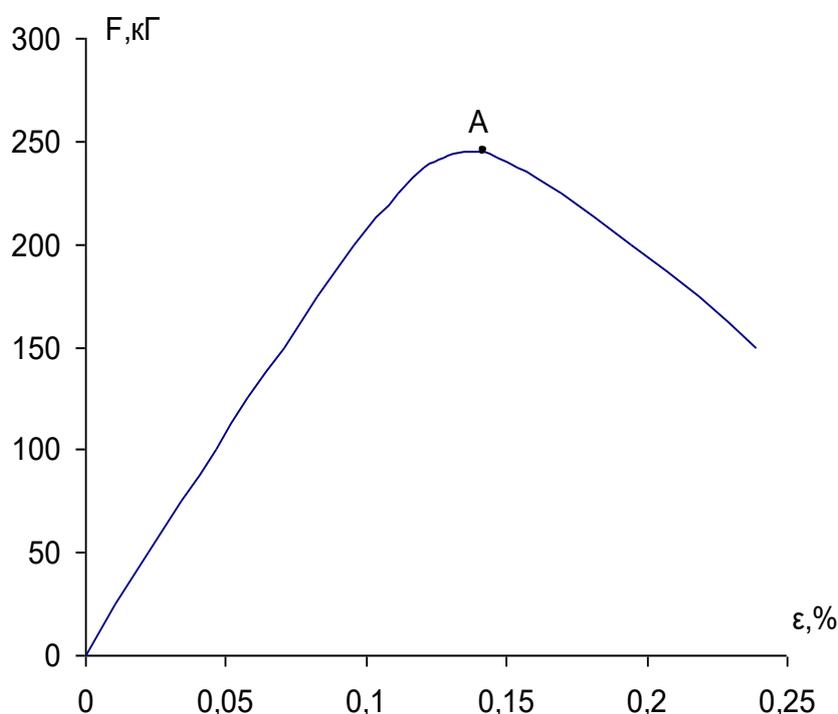


Рис. 1а. Диаграмма нагружения балки из габброида.
Точка А – старт магистральной трещины, зафиксированный по акустической эмиссии

На рис. 1 а и б представлены диаграммы нагружения хрупкой породы (габброид) и породы с явно выраженными пластическими свойствами (мрамор). Деформация крайнего волокна балки была измерена с помощью тензорезистора, наклеенного на стороне растяжения. Разрушение балки – старт магистральной трещины, был зафиксирован с помощью датчика акустической эмиссии, точка А на кривой $F(\varepsilon)$. Из рисунков хорошо видно отличие этих пород по деформационным признакам.

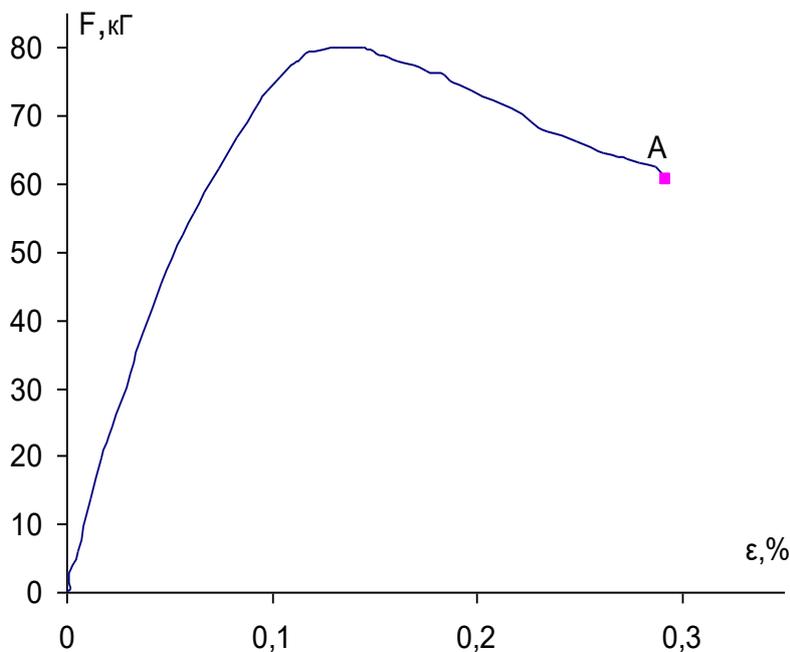


Рис. 1б. Диаграмма нагружения балки из мрамора Уфалейского. Точка А – старт магистральной трещины, зафиксированный по акустической эмиссии

Для многих пород наблюдается превышение изгибной прочности (расчет напряжений в крайнем слое балки в упругом приближении) над прочностью на растяжение, измеренное либо прямым, либо бразильским методом. Но это отношение для хрупких пород и пород с явными пластическими свойствами сильно различается. Так для хрупких горных пород, рассчитанные напряжения в крайнем слое балки в упругом приближении при использовании локального критерия прочности были выше в 1,2 – 1,5 раза, чем прочность на растяжение. Такую более высокую несущую способность балки удалось объяснить для хрупких пород применением моделей, основанных на нелокальных критериях разрушения [11]. Полученные расчетные напряжения в крайнем слое балки со стороны растяжения, при таком подходе близки к прочности на разрыв балки из хрупкой породы. Для нехрупких горных пород отношение расчетных напряжений в крайнем слое в упругом приближении, к прочности на растяжение достигает высоких значений, существенно выше, чем 1,5. Так для мелкокристаллического мрамора авторы [15] сообщают, что отношение изгибной

прочности к прямой прочности на растяжение составляет от 2,61 до 4. Для гранита [16] прочность на изгиб также превышает прочность на растяжение, измеренную бразильским способом, примерно в 3 раза, для мрамора Уфалейского [17] изгибная прочность (четырёхточечный изгиб) в 2,26 раза выше, чем прочность по бразильскому методу. Упомянутое отношение 1,5, как известно, отличает расчет несущей способности балки по предельному состоянию (пластическая эпюра напряжений для изотропного материала) от расчета по предельной нагрузке (упругое приближение) для изотропного материала. Таким образом, имеется противоречие между практической несущей способностью балки из нехрупкой горной породы и применяемыми расчетными моделями на основе изотропного материала.

Постановка задачи

Рассматривается балка из горной породы или геоматериала прямоугольного сечения, свободно опертая и подвергнутая четырех-точечному изгибу. Среда характеризуется большим отношением прочности на сжатие к прочности на растяжение, типичное отношение порядка 10. Будем следовать модели разнопрочного (SD effect) материала [18]. Первые упоминания об металлах с SD эффектом относятся к 70 годам прошлого столетия [19-21]. В отличие от упомянутых авторов, модель которых была ориентирована на металлы, материал балки имеет предел текучести мало отличающийся от предела прочности, (рис. 1а, б), которыми мы и воспользуемся в дальнейшем.

На рис.2 представлена схема нагружения балки и эпюры напряжений по мере возрастания нагрузки. В процессе нагружения материал балки проходит стадию упругого состояния с симметричной эпюрой напряжений до величины σ_p (рис. 2 положение а). Дальше по мере нагружения появляется пластический слой, для пород с пластическими свойствами, или слой предразрушения для хрупких пород в нижней части балки, испытывающей растяжение. В верхней части балки, находящейся при сжатии, напряжения распределены линейно, в соответствии с упругостью. При этом нейтральная ось смещается на величину y_0 от геометрической оси балки (рис. 2 положение б). Балка потеряет несущую способность, когда величина пластической площадки (или предразрушения) достигнет величины структурного параметра δ , характерного для каждой среды [22].

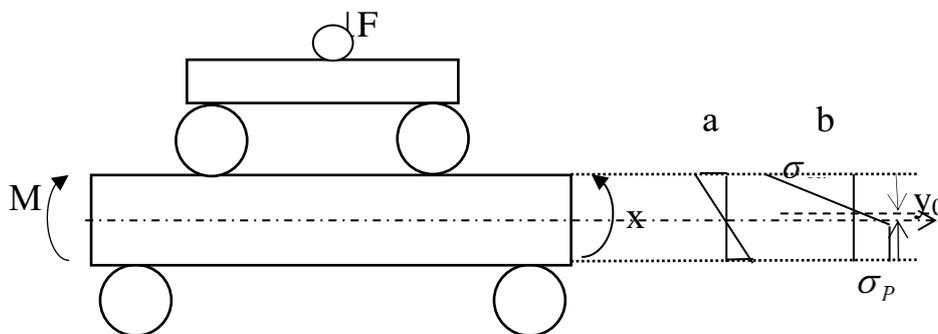


Рис. 2. Изгиб балки и изменение эпюры напряжений с ростом нагрузки

Расчет несущей способности балки.

Проведем расчет балки в случае, когда область сжатия не перешла в пластическое состояние. Такая модель соответствует случаю большого отношения прочностных характеристик горных пород при сжатии и растяжении. Равенство площадей с обеих сторон нейтральной оси, диктуется условиями равновесия и позволяет определить положение нейтральной оси y_0 , глубину сжатия $y_{сж}$, область упругого растяжения y_p и пластический слой a_p со стороны растяжения:

$$0,5y_{сж}\sigma_{сж} = 0,5y_p\sigma_p + a_p\sigma_p \quad (1)$$

С учетом, что $\sigma_{сж} / \sigma_p = d$, а толщина балки $H = y_{сж} + y_p + a_p$, получаем следующие соотношения:

$$y_{сж} = \frac{2Hd}{(1+d)^2}; \quad y_p = \frac{2H}{(1+d)^2}; \quad y_0 = \frac{H(d-1)^2}{2(1+d)^2}; \quad a_p = H \frac{d-1}{d+1} \quad (2)$$

Дальше определим момент внутренних напряжений балки:

$$M = B \left(\int_{-H/2}^{y_0} \sigma_p(y) y dy + \int_{y_0}^{H/2} (-\sigma_{сж}(y)) y dy \right), \quad (3)$$

B – ширина балки. Совместив ось X с положением нейтральной оси, сдвинутой на величину y_0 , и выполнив интегрирование с учетом, что распределение напряжений соответствует положению b рис.2, получаем

$$M = B\sigma_p \left(\frac{(H/2 + y_0)^2}{2} - \frac{y_p^2}{2} \right) + \frac{BE}{\rho} \left(\frac{y_p^3}{3} + \frac{y_{сж}^3}{3} \right) \quad (4)$$

Здесь E – модуль Юнга, ρ – радиус кривизны. В положении a рис.2, при упругой эпюре по всей толщине балки, в (4) остается второе слагаемое

$$M_{упр} = \frac{BH^2}{6} \sigma_{упр} \quad (5)$$

Напряжение $\sigma_{упр}$ в крайних слоях балки при достижении величины σ_p изменяет эпюру напряжений со стороны растяжения. Начиная с этого значения и до величины M^* , эпюра в зоне сжатия упругая. Значение M^* получим из (4) подставив (2)

$$M^* = \frac{BH^2}{6} \sigma_p \frac{3d^* - 1}{d^* + 1}, \quad (6)$$

где $d^* = \sigma_{com} / \sigma_p$, соответствует переходу к пластичности в области сжатия.

Обсуждение полученных результатов

Сравнение полученных результатов с экспериментально наблюдаемой несущей способностью балки проведем на примере мрамора Уфалейского [17]. Отношение момента M^* к упругому моменту $M_{упр}$ в предельном случае определяется соотношением (6), в котором фигурируют прочность мрамора на сжатие $\sigma_{com} = 80 \text{ МПа}$ и прочность на растяжение $\sigma_p = 5,9 \text{ МПа}$. Используя эти значения, определим отношение этих моментов $M^*/M_{упр} = 2,73$ и сравним его с отношением изгибной прочности к прочности на растяжение, вычисленной в предположении упругих напряжений $\sigma_{изг} / \sigma_p = 2,66$. Видно, что в данном случае разрушение балки произошло согласно представленному подходу, и напряжения в зоне сжатия немного меньше предельного для этой модели. Этот вывод подтверждается сравнением расчетного максимального пластического слоя a_p со структурным параметром δ . Так согласно (2) $a_p = 17,2$ мм, а параметр

$$\delta = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{1c}}{\sigma_p} \right)^2 = 14,8 \text{ мм.}$$

Это означает, что исчерпание несущей способности

балки произошло немного раньше, чем определяется соотношением (6).

Заключение

Представленное исследование определения характеристик разрушения при изгибе балки из нехрупкого материала, каким является мрамор, позволило на основе модели разнопрочных материалов, объяснить высокое отношение изгибной прочности к прочности на растяжение. Как показали расчеты, высокие значения несущей способности балки, определяются пластическими свойствами подобных пород.

Благодарности

Исследование выполнено в рамках государственного задания Министерства науки и образования Российской Федерации проект № АААА-А17-117121140065-7

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Unlu T. and Yilmaz O. A. Development of a new push-pull direct tensile strength testing apparatus (PPTA)// Geotechnical Testing Journal. – 2014. – v.37. - pp. 60-70.
2. Qi, S., Lan, H., Martin, D. *et al.* Factors Controlling the Difference in Brazilian and Direct Tensile Strengths of the Lac du Bonnet Granite// Rock Mech Rock Eng. – 2020. - v. 53. - pp. 1005–1019.

3. L. Biolzi, S. Cattaneo, G. Rosati. Flexural/Tensile strength ratio in rock-like materials //Rock Mech Rock Eng. – 2001. – v. 34 (3). – pp. 217-233.
4. Brawn E.T. and D.H. Trollope. The failure of linear brittle materials under effective tensile stress.// Rock Mech. Eng. Geol. – 1967. - v.5. - p 229-241.
5. T. Efe, N. Sengun, S. Demirdag, K. Tufekci, R. Altindag. Effect of Sample Dimension on Three and Four Points Bending Tests of Fine Crystalline Marble and its Relationship with Direct Tensile Strength. – 2019. - IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. - 221(1). 012093.
6. Mardalizad A., Scazzosi R., Manes A. and Giglio M. Four-point bending test on a middle strength rock: numerical and experimental investigations.// Fracture and Structural Integrity. – 2017. – v. 41. - 504-523.
7. Ефимов В.П. Применение градиентного подхода к определению прочности горных пород на растяжение. // ФТПРПИ. – 2002. - №5. – С. 49-53.
8. Зайцев Г.Г., Барабанов В.Н., Лаухина Н.С. Сравнительный метод определения предела прочности графита методом сжатия цилиндрических образцов по образующей. – Конструкционные материалы на основе графита. Сб. тр. №6. – М.: Metallurgy. – 1971. – с.153-156.
9. S. Demirdag, K. Tufekci, N.i Sengun, T. Efe, R. Altindag. Determination of the Direct Tensile Strength of Granite Rock by Using a New Dumbbell Shape and its Relationship with Brazilian Tensile Strength. – 2019. – IOP Conference Series: Earth and Environmental Science – 221 (1). – 012094.
10. Xiang Fan, Hang Lin, Rihong Cao. Bending Properties of Granite Beams with Various Section-Sizes in Three-Point Bending Tests. //Geotechnical and Geological Engineering. – 2019. - v. 37. - pp 1–11.
11. Ефимов В.П. Определение прочности на растяжение по результатам измерений изгибной прочности горных пород // ФТПРПИ. — 2011. — № 5. — С. 46–53.
12. D.P. Adhikary, A.V. Dyskin, R.J. Jewell, D.P. Stewart. A study of the mechanism of flexural toppling failure of rock slopes.//Rock Mech Rock Eng. – 1997. – v.30 (2). – pp. 75-93.
13. K. Feng, C. He, J. Wang, C. Qi, S.J. Liu. Bending behavior of segmental joint structure of under-river shield tunnel.//Adv Mater Res. – 2012. – pp. 2132-2138.
14. M. Amini, A. Majdi. Aydan O. Stability analysis and the stabilisation of flexural toppling failure. // Rock Mech Rock Eng. – 2009. – v. 42 (5). – pp. 751-782.
15. T. Efe, N. Sengun, S. Demirdag, K. Tufekci, R. Altindag. Effect of Sample Dimension on Three and Four Points Bending Tests of Fine Crystalline Marble and its Relationship with Direct Tensile Strength. – 2019. – IOP Conference Series: Earth and Environmental Science – 221(1), 012093.
16. Xiang Fan, Hang Lin, Rihong Cao. Bending Properties of Granite Beams with Various Section-Sizes in Three-Point Bending Tests. //Geotechnical and Geological Engineering. – 2019. – v.37. – p. 1–11.
17. Ефимов В. П. Прочностные свойства горных пород при растяжении в разных условиях нагружения // ФТПРПИ. — 2009. — № 6. – С. 46-55.
18. Павилайнен Г.В. Упруго-пластический изгиб разнопрочных балок // Вестн. С.-Петербург. ун-та. – Сер. 1. – 2015. – Т. 2(60). – Вып. 4. – С. 633-638.
19. Hirth J.P., Cohen M. On the strength-differential phenomenon in hardened steel // Metallurgical Transactions. – 1970. – v. 1, – P. 3-8.
20. Chait R. Factors influencing the strength differential of high strength steels // Metallurgical Transactions. – 1972. – v. 3, – P. 365-371.
21. Drucker, D.C. Plasticity theory strength-differential (SD) phenomenon, and volume expansion in metals and plastics // Metallurgical Transactions. – 1973. – v. 4, – P. 667-673.
22. Ефимов В. П. Испытания горных пород в неоднородных полях растягивающих напряжений // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 5. — С. 199–209.

© В. П. Ефимов, 2021