

РЕДУКЦИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ В МАТРИЦЕ ПОРОДЫ

Дмитрий Игоревич Прохоров

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 3, младший научный сотрудник, e-mail: ProkhorovDI@ipgg.sbras.ru; Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 4, аспирант

Вадим Викторович Лисица

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 3, заведующий лабораторией, e-mail: LisitsaVV@ipgg.sbras.ru

Ярослав Владимирович Базайкин

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 4, заведующий лабораторией, e-mail: bazaikin@math.nsc.ru

В статье описано применение алгоритма редукции цифровых изображений для ускорения вычисления персистентных диаграмм, которые описывают изменения топологии порового пространства породы в процессе растворения. Показана зависимость эффективности алгоритма редукции от свойств образца горной породы и величины дискретного шага времени.

Ключевые слова: персистентные гомологии, редукция цифровых изображений, химическое растворение

DIGITAL IMAGE REDUCTION FOR EFFICIENT COMPUTATION TOPOLOGICAL CHANGES IN THE ROCK MATRIX

Dmitriy I. Prokhorov

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, 3, Akademika Koptuyuga Ave., junior researcher, e-mail: ProkhorovDI@ipgg.sbras.ru; Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, 4 Akademika Koptuyuga Ave., Ph.D. student

Vadim V. Lisitsa

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, 3, Akademika Koptuyuga Ave., laboratory head, e-mail: LisitsaVV@ipgg.sbras.ru

Yaroslav V. Bazaikin

Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, 4 Akademika Koptuyuga Ave., laboratory head, e-mail: bazaikin@math.nsc.ru

The article describes the application of the digital image reduction algorithm to speed up the calculation of persistent diagrams that describe changes in the topology of the pore space of the rock matrix during the dissolution process. The dependence of the efficiency of the reduction algorithm on the properties of the rock sample and the value of the discrete time step is shown.

Keywords: persistent homology, digital image reduction, chemical dissolution

Оценка характеристик процесса, выражающегося в изменении порового пространства породы с течением времени – одна из актуальных задач нашего времени. Потребность в такой оценке возникает, например, при кислотной обработке пласта [1, 2], при захоронении углекислого газа в карбонатных пластах [3, 4], при биологически-активированной кальцитизации сыпучих материалов [5] и др. Динамику этого процесса можно выразить как набор последовательных цифровых изображений горной породы, где последовательность отвечает дискретному времени, а каждое цифровое изображение представляет пространственную дискретизацию породы, например, томографическое изображение. В вычислительной топологии такая последовательность (если она монотонна) называется фильтрацией, и естественной мыслью является подсчет топологических инвариантов фильтрации, называемых персистентными числами Бетти. Одним из преимуществ персистентных чисел Бетти является то, что они оценивают топологическую сложность фильтрации (т.е. количество относительных гомологических циклов, взятых по отношению к уровню фильтрации). Другое свойство, очень важное для приложений, – их устойчивость по отношению к возмущению фильтрации. Это значит, что небольшая погрешность в данных ведет к небольшой погрешности в персистентной диаграмме (персистентная диаграмма сводит в себе всю необходимую информацию о персистентных числах Бетти).

В трехмерном пространстве только 0, 1 и 2-мерные числа Бетти не равны нулю. При этом вычисление 0 и 2-мерных, основанное на системе непересекающихся множеств и двойственности цифровых пространства, не требует больших вычислительных ресурсов. Совсем другая ситуация с одномерными, для их вычисления используется алгоритм Эдельсбруннера-Летшера-Зомородяна, который имеет кубическую сложность от размера изображения.

Основной идеей данной работы является использование алгоритма редукции цифрового изображения, согласованного с алгоритмом Эдельсбруннера-Летшера-Зомородяна вычисления персистентных диаграмм. Редукция базируется на ретракции цифрового изображения с дополнительным условием на сохранение фильтрации.

Для получения топологической модели вводится функция, которая по исходному значению вокселя определяет его новое бинарное значение. Таким образом, получается изображение, где каждый воксель имеет один из двух цветов 0 или 1. Один цвет соответствует породе, другой порам.

Затем, в зависимости от того структуру чего нужно изучить, выбирается цвет. Каждому вокселю данного цвета ставится в соответствие его топологическая модель. *Воксель* – куб с центром в точке с полуцелочисленными координатами и длиной ребра 1. Конечное множество вокселей образует топологическое пространство X , топология на котором может задаваться несколькими способами: *б-связность* – соседями вокселя являются только те воксели, которые имеют с ним общую грань, *2б-связность* – соседями вокселя являются воксели,

имеющие с ним общую грань, ребро или вершину. Данное топологическое пространство называется *трехмерным цифровым изображением*.

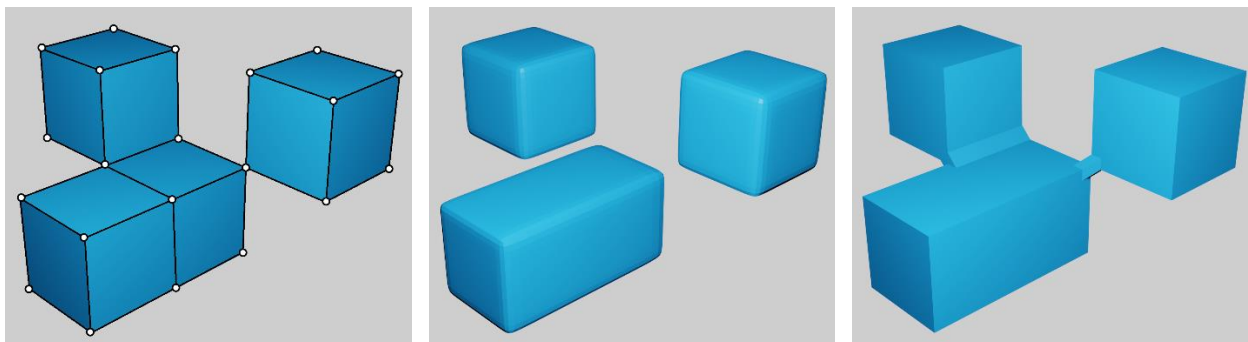


Рис. 1. Исходное изображение (слева) и его представления с 6-связностью (центр), 26-связностью (справа)

При численном моделировании связность пространства напрямую зависит от выбора численного метода и зачастую соответствует 6-связности, поскольку при использовании метода конечных разностей и метода конечных объемов потоки определяются через грани ячеек, а решение в ячейках, имеющих общее ребро или вершину напрямую не связано [6, 7] Поэтому, воксели, входящие в дополнение (матрица породы) имеет 26-связность.

Эволюция изображения X , например, динамика расширения порового пространства задает *фильтрацию* - вложенную последовательность изображений $X^0 \subseteq X^1 \subseteq \dots \subseteq X^m$ Для каждой пары индексов $0 \leq i < j \leq m$ вложение $X^i \subseteq X^j$ индуцирует гомоморфизм p -мерных групп гомологий:

$$f_p^{i,j} : H_p(X^i) \rightarrow H_p(X^j)$$

Персистентной группой размерности p называется образ рассмотренного выше гомоморфизма: $H_p^{i,j} = \text{Im}(f_p^{i,j})$. Соответственно, ранг этой группы $\beta_p^{i,j}$ называется *p -мерным персистентным числом Бетти*.

Как было сказано выше, для вычисления персистентных диаграмм используется алгоритм с кубической сложностью, поэтому уменьшение количества входных данных значительно увеличивает скорость вычислений.

Алгоритм редукции основан на ретракции. Ретракция вокселя означает удаление его свободной грани. Наш алгоритм представляет собой версию алгоритма, описанного в [8], адаптированную для трехмерных цифровых изображений с 6-связностью.

Алгоритм принимает на вход цифровое изображение, которое представляет фильтрацию $\{X\}_0^m$. Он последовательно удаляет воксели в соответствии с описанными ниже правилами, начиная с вокселей, имеющих значение m , и заканчивая 1. Все условия проверяются в окрестности вокселя размером $3 \times 3 \times 3$.

1. Количество компонент связности изображения X^i при удалении текущего вокселя не изменяется.

2. Количество компонент связности дополнения изображения X^i при удалении текущего вокселя не изменяется.

3. Эйлерова характеристика изображения X^i при удалении текущего вокселя не изменяется.

4. Текущий воксель не находится ни в одном параллелепипеде, состоящем из вокселей X^m с размером $1 \times 1 \times 2$ или $1 \times 2 \times 2$ или $2 \times 2 \times 2$, который содержит воксели с большим значением.

Если воксель был удален, алгоритм перепроверяет его соседей.

Легко доказать, что алгоритм редукции имеет линейную сложность по числу вокселей в изображении. Проверка правил имеет константную сложность, и каждый воксель проверяется не более семи раз, потому что у него только шесть соседей.

В первой серии экспериментов мы использовали образцы, полученные методом усеченного гауссова поля [9]. Рассматривалась простая модель растворения матрицы; скорость реакции была постоянной всюду. Таким образом, граница раздела между жидкостью и твердым телом двигалась с постоянной нормальной скоростью. Это движение моделировалось методом level-set [7] со скоростью растворения 0,1 шаг пространства за временной шаг. Моделирование происходило в течение 100 шагов.

Статистическая модель определялась двумя параметрами: пористостью (φ , единицы) и длиной корреляции (λ , воксели). Для каждой пары параметров $\varphi = \{0.05, 0.1, 0.15, 0.2\}$ и $\lambda = \{5, 10, 15, 20\}$ мы построили 100 реализаций. Таким образом, всего мы сгенерировали 1600 изображений 250^3 вокселей каждое. Другой параметр, используемый для измерения эффективности алгоритма - количество шагов фильтрации. Мы сгруппировали последовательные шаги по два, пять и десять, так чтобы получить фильтрации с 10, 20, 50 и 100 шагами.

Результаты показаны на графиках ниже. Видно, что ускорение уменьшается с ростом пористости и уменьшением длины корреляции. Это объясняется тем, что при таких параметрах формируется более сложная топологическая структура. Также, в силу 4-го правила редукции, меньшее количество шагов фильтрации положительно влияет на коэффициент ускорения.

Другая серия экспериментов была проведена для образцов, полученных в результате лабораторных экспериментов по растворению карбонатов, как описано в [10]. Микро-КТ изображения имели размер 1000^3 вокселей с размером вокселя 5,2 мкм. Для каждого эксперимента имелось десять изображений, представляющих динамику растворения.

Мы вырезали из образцов фрагменты с наиболее выраженной динамикой растворения. Размер фрагментов – $400 \times 340 \times 400$ из образца АН $260 \times 320 \times 400$ из АЛ.

Результаты показаны в табл. 1. Ускорение для реальных экспериментов не хуже, чем для статистических образцов.

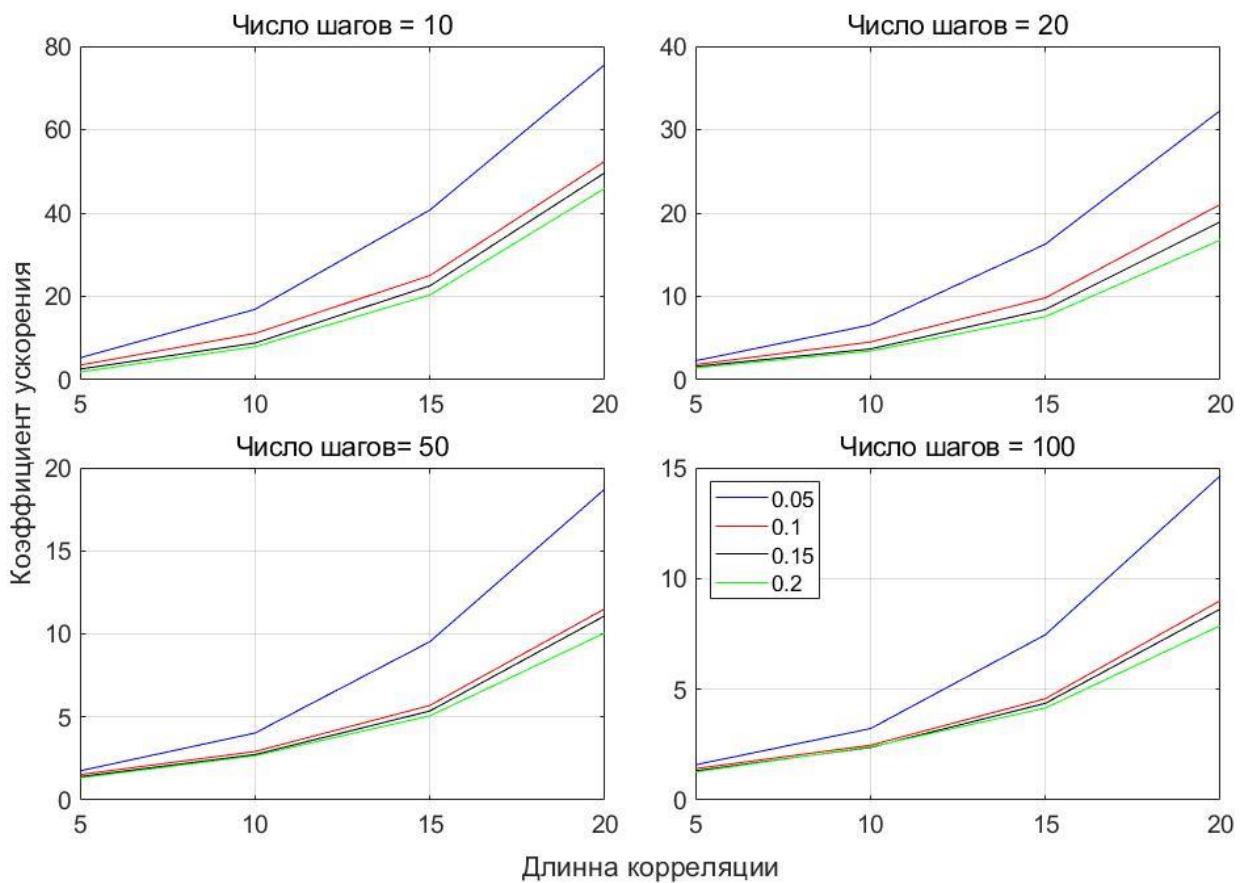


Рис. 2. Ускорение, полученное с помощью алгоритма редукции в зависимости усредненное по параметрам изображений (цветом показана различная пористость)

Таблица 1

Результаты для реальных экспериментов

Образец	АН	AL
Время работы алгоритма Эдельсбруннера без редукции (с.)	2485	445
Время работы алгоритма редукции (с.)	240	101
Время работы алгоритма Эдельсбруннера с редукцией (с.)	35	15
Коэффициент ускорения	71	30

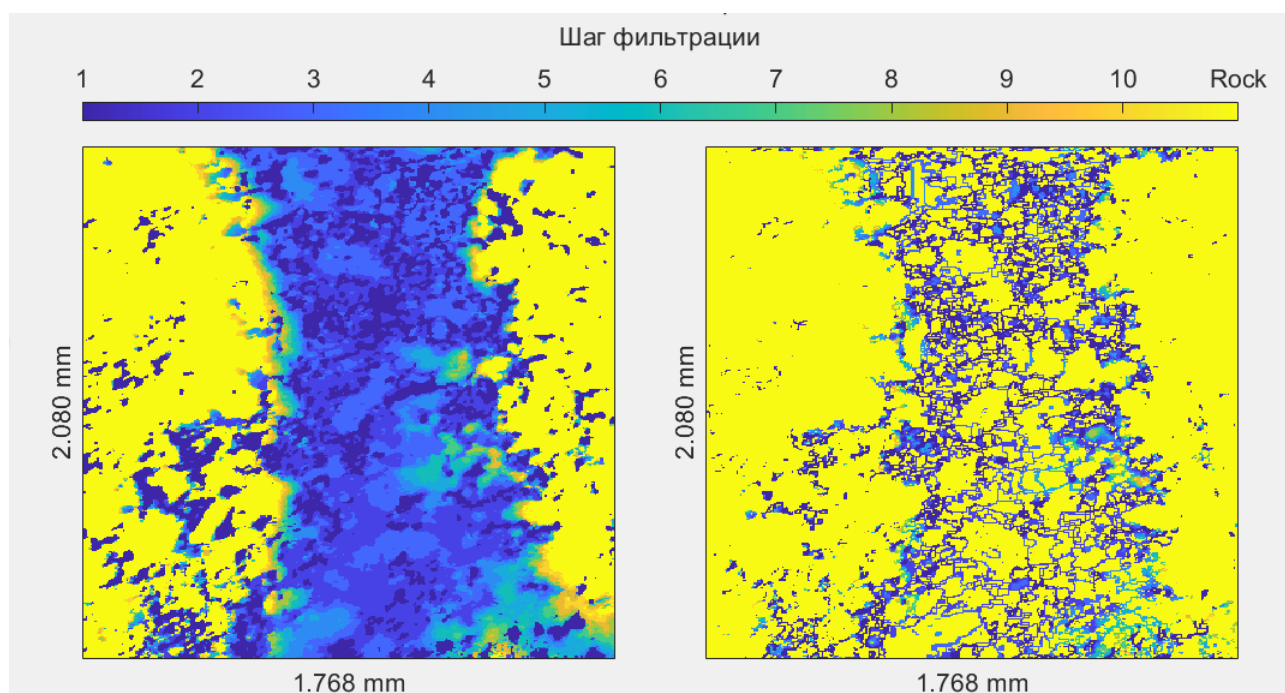


Рис. 3. Вертикальный срез образца АН до и после редукции

Мы показали, что использование алгоритма редукции ускоряет алгоритм Эдельсбруннера до 70 раз. Коэффициент ускорения зависит от сложности структуры порового пространства и динамики процесса растворения породы. Более того, использование алгоритма редукции позволяет вычислять числа Бетти для образцов размером до 500^3 вокселей с использованием одного вычислительного узла в течение приемлемого времени (менее 15 минут (на машине с Intel (R) Core (TM) i7-3770K CPU 3.5 GHz и 32 GB RAM)).

В будущем мы хотели бы изучить другие методы сокращения входных данных для алгоритма Эдельсбруннера, такие как коредукция и поиск ациклического комплекса. Тогда мы сможем найти наиболее эффективную комбинацию методов для цифровых изображений горных пород. Это позволит нам быстро решать задачи топологической оптимизации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ghommem M., Zhao W., Dyer S., Qiu X., Brady D. Carbonate acidizing: modeling, analysis, and characterization of wormhole formation and propagation // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2015. – 131. – P.18–33.
2. McLeod H.O. Matrix acidizing // *Journal of Petroleum Technology*. – 1984. – 36. – N 12. – P.2055–2069.
3. Huang F., Bergmann P., Juhlin C., Ivandic M., Luth S., Ivanova A., Kempka T., Henniges J., Sopher D., Zhang F. The first postinjection seismic monitor survey at the Ketzin pilot CO₂ storage site: results from time-lapse analysis // *Geophysical Prospecting*. – 2018. – 66. – N 1. – P.62–84.
4. Vanorio T., Mavko G., Vialle S., Spratt K. The rock physics basis for 4D seismic monitoring of CO₂ fate: are we there yet? // *The Leading Edge*. – 2010. – 29. – N 2. – P.113–240.

5. Cui M.-J., Zheng J.-J., Zhang R.-J., Lai H.-J., Zhang J. Influence of cementation level on the strength behaviour of bio-cemented sand // *Acta Geotechnica*. – 2017. – 12. – N 5. – P.971–986.
6. Гадьлышина К.А., Хачкова Т.С., Лисица В.В. Численное моделирование химического взаимодействия флюида с горной породой // *Вычислительные методы и программирование*. – 2019. – 20. – С.457–470.
7. Васильев Р.В., Герке К.М., Карсанина М.В., Корост Д.В. Решение уравнения Стокса в трехмерной геометрии конечно-разностным методом // *Математическое моделирование*. – 2015. – 27. – No 6. – С.67–80.
8. P. Dlotko, H.Wagner, Simplification of complexes for persistent homology computations // *Homology, Homotopy and Applications*. – 2014. – 16. – P.49–63.
9. Hyman J.D., Winter C.L. Stochastic generation of explicit pore structures by thresholding Gaussian random fields // *Journal of Computational Physics*. – 2014. – 277. – P.16–31.
10. Al-Khulaifi Y., Lin Q., Blunt M.J., Bijeljic B. Pore-scale dissolution by CO₂ saturated brine in a multi-mineral carbonate at reservoir conditions: impact of physical and chemical heterogeneity // *Water Resources Research*. – 2019. – 55(4). – DOI:10.1029/2018WR024137.

REFERENCES

1. Ghommem M., Zhao W., Dyer S., Qiu X., Brady D. Carbonate acidizing: modeling, analysis, and characterization of wormhole formation and propagation // *Journal of Petroleum Science and Engineering*. – 2015. – 131. – P.18–33.
2. McLeod H.O. Matrix acidizing // *Journal of Petroleum Technology*. – 1984. – 36. – N 12. – P.2055–2069.
3. Huang F., Bergmann P., Juhlin C., Ivandic M., Luth S., Ivanova A., Kempka T., Henniges J., Sopher D., Zhang F. The first postinjection seismic monitor survey at the Ketzin pilot CO₂ storage site: results from time-lapse analysis // *Geophysical Prospecting*. – 2018. – 66. – N 1. – P.62–84.
4. Vanorio T., Mavko G., Vialle S., Spratt K. The rock physics basis for 4D seismic monitoring of CO₂ fate: are we there yet? // *The Leading Edge*. – 2010. – 29. – N 2. – P.113–240.
5. Cui M.-J., Zheng J.-J., Zhang R.-J., Lai H.-J., Zhang J. Influence of cementation level on the strength behaviour of bio-cemented sand // *Acta Geotechnica*. – 2017. – 12. – N 5. – P.971–986.
6. Gady'l'shina K.A., Hachkova T.S., Lisica V.V. CHislennoe modelirovanie himicheskogo vzaimodejstviya flyuida s gornoj porodoj // *Vychislitel'nye metody i programmirovaniye*. – 2019. – 20. – S.457–470.
7. Vasil'ev R.V., Gerke K.M., Karsanina M.V., Korost D.V. Reshenie uravneniya Stoksa v trekhmernoj geometrii konechno-raznostnym metodom // *Matematicheskoe modelirovanie*. – 2015. – 27. – No 6. – S.67–80.
8. P. Dlotko, H.Wagner, Simplification of complexes for persistent homology computations // *Homology, Homotopy and Applications*. – 2014. – 16. – P.49–63.
9. Hyman J.D., Winter C.L. Stochastic generation of explicit pore structures by thresholding Gaussian random fields // *Journal of Computational Physics*. – 2014. – 277. – P.16–31.
10. Al-Khulaifi Y., Lin Q., Blunt M.J., Bijeljic B. Pore-scale dissolution by CO₂ saturated brine in a multi-mineral carbonate at reservoir conditions: impact of physical and chemical heterogeneity // *Water Resources Research*. – 2019. – 55(4). – DOI:10.1029/2018WR024137.

© Д. И. Прохоров, В. В. Лисица, Я. В. Базайкин, 2021