

## МЕТОДЫ РАСЧЁТА ЧАСТОТНО-ЗАВИСИМЫХ ЛУЧЕЙ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ МОДЕЛИ

*Максим Игоревич Протасов*

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 3, ведущий научный сотрудник, тел. (383) 330-27-96, e-mail: protasovmi@ipgg.sbras.ru

*Дмитрий Александрович Неклюдов*

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 3, старший научный сотрудник, тел. (383)330-27-96, e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

В работе представлены алгоритмы расчёта частотно-зависимых лучей. Рассматриваются три варианта параметризации сейсмических моделей: сеточная модель, сеточная модель с заданными на сетке границами геологических тел, модель, заданная явными функциями. В статье представлены анализ алгоритмов трассирования частотно-зависимых лучей, определены оптимальные алгоритмы для каждой параметризации модели, а также их сравнение с результатами стандартной лучевой теории и конечно-разностного моделирования.

**Ключевые слова:** частотно-зависимые лучи, параметризация модели, лучевая теория.

## METHODS FOR CALCULATION OF FREQUENCY DEPENDENT RAYS DEPENDING ON THE MODEL PARAMETRIZATION

*Maxim I. Protasov*

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Akademika Koptuyuga Ave., Novosibirsk, 630090, Russia, Leading Scientist, tel. (383) 330-27-96, e-mail: protasovmi@ipgg.nsc.ru

*Dmitry A. Neklyudov*

Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics SB RAS, 3, Akademika Koptuyuga Ave., Novosibirsk, 630090, Russia, Senior Researcher, tel. (383)330-27-96, e-mail: neklyudovda@ipgg.sbras.ru

The paper presents algorithms for calculating frequency-dependent rays. Three variants for the parametrization of seismic models are considered: a grid model, a grid model with the boundaries of geological bodies specified on the grid, and a model specified by explicit functions. The paper presents an analysis of frequency-dependent ray tracing algorithms, determines the optimal algorithms for each model parameterization, as well as their comparison with the results of standard ray theory and finite-difference modeling.

**Keywords:** frequency-dependent rays, model parameterization, ray theory

**Сеточная модель и методы частотно-зависимого трассирования.** Сеточное представление модели является наиболее используемой в практике моделирования и обработки сейсмических данных. Соответственно большинство исследователей разрабатывает алгоритмы, включая алгоритмы частотно-зависимого трассирования, ориентированные на такую параметризацию модели.

В статье [10] показано, что время пробега волны в ограниченном диапазоне частот связано с объемным интегралом от медленности по волновому пути между источником и приемником, где волновой путь зависит от частоты. Т. Фореманом предложен способ “извлечения” частотно-зависимых лучей из решения уравнения Гельмгольца [6]. Такой подход даёт точные частотно-зависимые лучи, но требует решения уравнения Гельмгольца, что вычислительно существенно дороже, чем трассирование лучей. Известны несколько попыток получить частотно-зависимые решения, оставаясь при этом в рамках схемы трассирования лучей. В работе [4] используется приближение к уравнению Гельмгольца, где рассчитывается медленность, которая зависит от частоты, и далее применяется стандартное лучевое трассирование. Основной недостаток данного подхода в том, что решение на низких частотах зависит от решения на высоких частотах, что дополнительно может приводить к численно неустойчивому решению.

Наиболее привлекательными с практической точки зрения являются подходы, предложенные в работах [8, 9] и [3]. В работе [3] предложено использовать сглаживание модели. Однако, обычное сглаживание приводит к противоречивой схеме в том смысле, что модель сглаженной скорости является кинематически некорректной. Поэтому используя простой и эффективный метод возмущений, эффект сглаживания компенсируется [3]. Это происходит за счёт того, что времена пробега рассчитываются в исходной скоростной модели, тогда как сам луч, его геометрия рассчитываются в сглаженной модели. В этом случае, если связать размер ядра сглаживания с частотой через зону Френеля, то можно получить упрощённую аппроксимацию расчёта частотно-зависимых лучей. На примере модели Sigsbee (Рис. 1) хорошо видно, что такой подход даёт более корректное описание времён пробега волн при прохождении через соляное тело сложной формы, на котором проявляются ограничения стандартного лучевого трассирования.

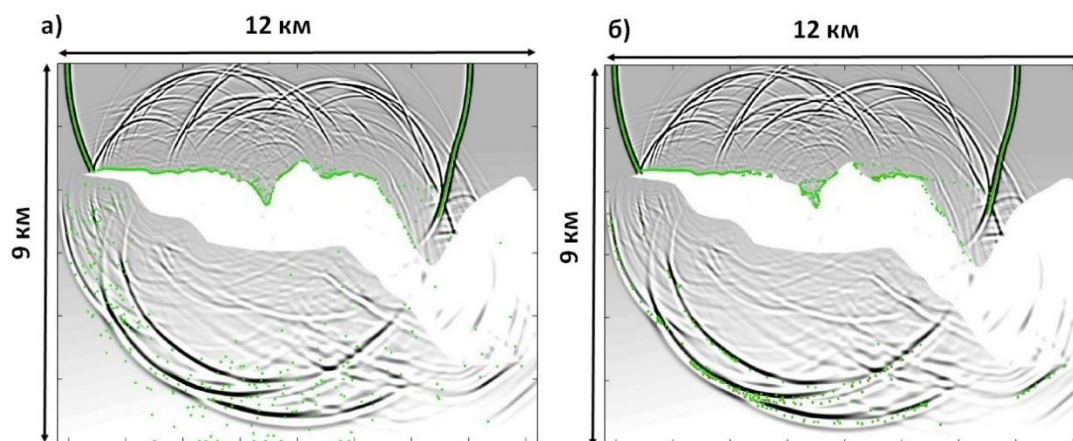


Рис. 1. Снимок волнового поля в модели Sigsbee после прохождения волны от источника через соляное тело и времена пробега (зелёным), рассчитанные лучевым методом (а) и метод возмущений со сглаживанием модели (б).

Однако разные уровни сглаживания дают корректное описание времен разных частей волнового поля, что означает, что сглаживание для разных частей модели и волнового поля в нём разное.

Учёт этих эффектов осуществляется в другом подходе [8]. А. Ломакс разработал алгоритм частотно-зависимого трассирования лучей, основанный на локальном сглаживании в пределах длины волны в процессе трассирования. Этим методом осредняется скоростная модель в плоскости, перпендикулярной к лучу, с использованием весовой функции, ширина которой пропорциональна длине волны. Теоретический анализ указанного метода произведен позже в работе [9], он приводит к несколько иным весовым функциям, чем в представленных А. Ломаксом ранее. Пример на модели Sigsbee демонстрирует эффективность алгоритма Ломакса. На рис. 2б изображены времена пробега лучевым методом (чёрным), частотно-зависимым трассированием Ломакса (красным) и времена пробега, снятые с сейсмограммы, посчитанной конечно-разностным моделированием. Как видно из рисунка, годограф, рассчитанный на основе частотно-зависимых лучей, непрерывен и совпадает с годографом снятым с сейсмограммы, тогда как поле времён лучевого метода заметно отличается и является нерегулярным. Также видно, что поле частотно-зависимых лучей регулярно и не имеет зон тени (рис. 2а). При этом вычислительные затраты превышают в два-три раза затраты, необходимые для стандартного трассирования.

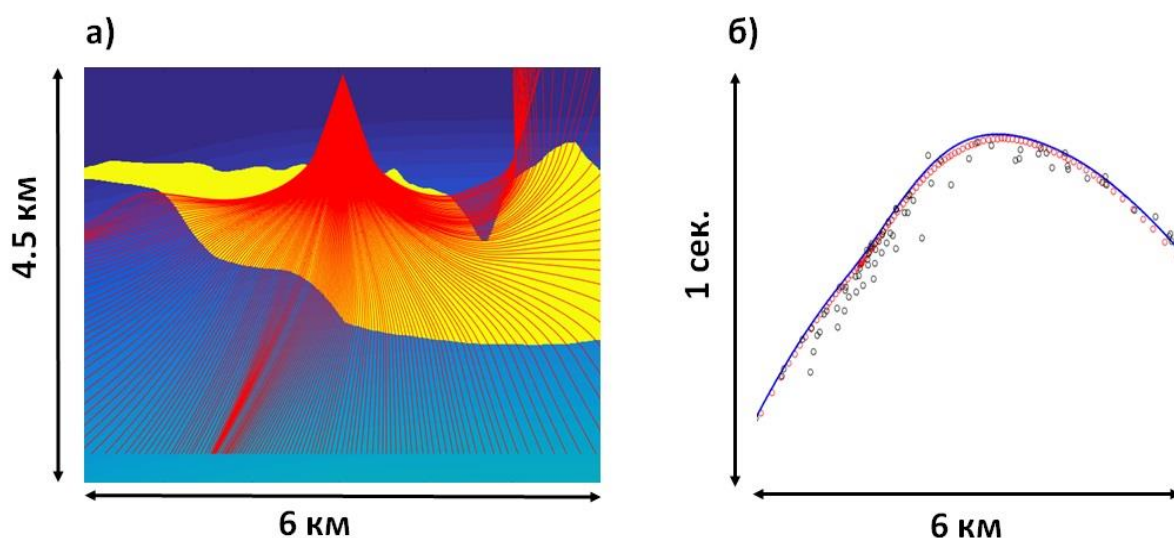


Рис. 2. а) Частотно-зависимые лучи, посчитанные на основе локального осреднения Ломакса в модели Sigsbee2A. б). Времена пробега лучевым методом (чёрным), частотно-зависимым трассированием Ломакса (красным) и времена пробега, снятые с сейсмограммы, посчитанной конечно-разностным моделированием.

Представленные результаты и анализ описанных работ указывает на то, что эмпирический метод А. Ломакса является наиболее подходящим алгоритмом частотно-зависимого трассирования лучей для сеточной модели.

**Частотно-зависимое трассирование в модели с контрастными границами.** Во многих реалистичных геологических моделях лучевой метод достаточно хорошо работает в большей части модели, а проблема с трассированием является локализованной. Пример с высокоскоростными соляными включениями показывает, что трудности с лучевым методом возникают на контрастной границе соляного тела, тогда как в остальной модели лучевой метод достаточно хорошо описывает процесс распространения волн. Поэтому логично и более практически целесообразно в рамках сеточной модели задать границу соляного тела, и проблему трассирования решать на этой границе [7].

Хотя метод локального сглаживания скорости выглядит наиболее предпочтительным для сеточной модели, тем не менее, ни в одном из исследований [8, 9] не рассматривается распространение волн через контрастные нерегулярные границы. Решение проблемы численной неустойчивости решения при переходе через контрастную границу посвящена работа [7], где введено сглаживание нормали к границе, однако частотно-зависимая природа волн не рассмотрена. В работе [2] описывается частотно-зависимое трассирование лучей через нерегулярные границы раздела сред. Этот подход основан на использовании граничных интегралов так, что вне границ – это обычная трассировка лучей, а на границе – способ сглаживания в пределах длины волны. При этом сглаживается не скорость, а граница. Это сглаживание зависит от френелевского объема, который, в свою очередь, зависит от частоты и угла падения луча на границу. На основе этих работ можно сделать вывод, что такого рода сглаживание во многом решает задачу частотно-зависимого трассирования в моделях с контрастными границами и является оптимальным с точки зрения достижения цели с минимальными численными затратами.

Ниже представлен пример, демонстрирующий эффективность описанного подхода. На рис. 3, б изображены сейсмограммы волнового поля, рассчитанные с использованием конечно-разностной схемы (серым), и времена пробега, рассчитанные на основе частотно-зависимых решений, для частоты 10 Гц (чёрным). Как видно из рисунка, годограф, рассчитанный на основе частотно-зависимых лучей, непрерывен. Также видны практически идеальные совпадения волн с максимальной энергией с частотно-зависимыми временами пробега. Обращает на себя внимание тот факт, что поле частотно-зависимых лучей регулярно и не имеет зон тени, что соответствует непрерывности фронта волны после прохождения через границу соли. При таких результатах требуемые для этого вычислительные ресурсы превышают необходимые для стандартного трассирования приблизительно на 20 процентов.

**Объектно-ориентированные модели, заданные явными функциями, и частотно-зависимые лучи.** В случае, когда сейсмические работы проводятся на локализованном в пространстве объекте относительно небольшого размера, например, около-скважинное пространство, угольный пласт и т.д., модель среды

удобно представить в виде набора слоев, разделенных неплоскими поверхностями. Поскольку слои по мощности можно задать небольшими, соответствующими геологическим, таким образом, что изменчивость свойств по глубине внутри слоя практически отсутствует, то в каждом слое задается функция «медленности» (величина обратная скорости)  $S_j(x, y)$ , которая зависит от латеральных координат  $x, y$ , но не зависит от глубины  $z$ . При этом  $S_j(x, y)$  может определяться явно, например, через полиномы Чебышева 3-й степени. Каждая из поверхностей  $Z_j(x, y)$ , разделяющих слои, также может быть описана полиномами Чебышева аналогично со своими коэффициентами разложения. Использование полиномов для параметризации модели позволяет получить значительные вычислительные преимущества: времена пробега и их производные по параметрам, определяющим луч, вычисляются аналитически. При этом при решении обратных задач такое представление модели позволяет существенно уменьшить число искомых параметров по сравнению с распространённым сеточным представлением модели, что приводит к более быстрому, надёжному и устойчивому решению обратных задач.

Поскольку алгоритм стандартного трассирования для такого представления модели решается с использованием минимизации функционала, поэтому для учета ограниченности спектра реального зондирующего сигнала наиболее подходящей и оптимальной для такого представления модели является адаптация [1] подхода, предложенного в работе [5]. Суть подхода заключается в том, что вместо функционала Ферма рассматривается модифицированная целевая функция, в которой ко времени пробега вдоль луча добавляется еще одно слагаемое, характеризующее его длину. Тогда появляется положительная константа – регуляризирующая постоянная, которая определяет меру отклонения искомого луча, в общем случае изгибающегося от прямой линии. Основная идея, заложенная в выборе этого параметра, заключается в том, чтобы получать луч с наименьшей длиной из всех лучей, принадлежащих френелевскому объему, приуроченному к стандартному высокочастотному лучу.

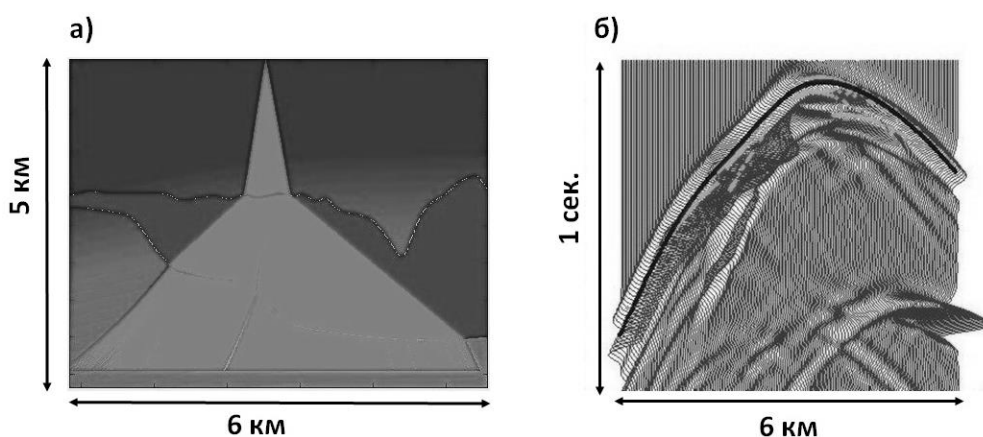


Рис. 3. а) Частотно-зависимые лучи, посчитанные на основе сглаживания границы для частоты 10 Гц в модели Sigsbee2A. б). Сейсмограмма конечно-разностного моделирования и частотно-зависимые времена пробега (чёрным) для частоты 10 Гц

На рис.4 приведено сравнение результатов описанного метода построения частотно-зависимых лучей с аналитическими решениями лучевого метода для трёхслойной модели с однородными слоями и горизонтальными границами. Как можно видеть, поведение построенных лучей существенно различается в той области, где они подходят под большими углами падения к горизонтальным границам на глубине 1 км и 2 км. Причем различие становится более очевидным и сильным при уменьшении частоты. Такое различие в поведении лучей объясняется неадекватностью описания реального физического процесса распространения волн лучевым методом в окрестности критического угла падения. Тогда как частотно-зависимые лучи, построенные описанным способом, призваны более корректно аппроксимировать решение волнового уравнения. Поэтому в задачах, где необходимо считать лучи, проходящие под большими углами падения через границы, например, при межскважинном просвечивании, важно учитывать подобные эффекты и использовать частотно-зависимые лучи.

**Заключение.** В работе рассмотрены три варианта параметризации сейсмических моделей: сеточная модель, сеточная модель с заданными на сетке границами геологических тел, модель, заданная явными функциями. Представлены и обоснованы оптимальные практические алгоритмы трассирования частотно-зависимых лучей для каждой из моделей. Численные результаты демонстрируют возможности и необходимость использования частотно-зависимых лучей в рамках описанных моделей при решении конкретных практических задач.

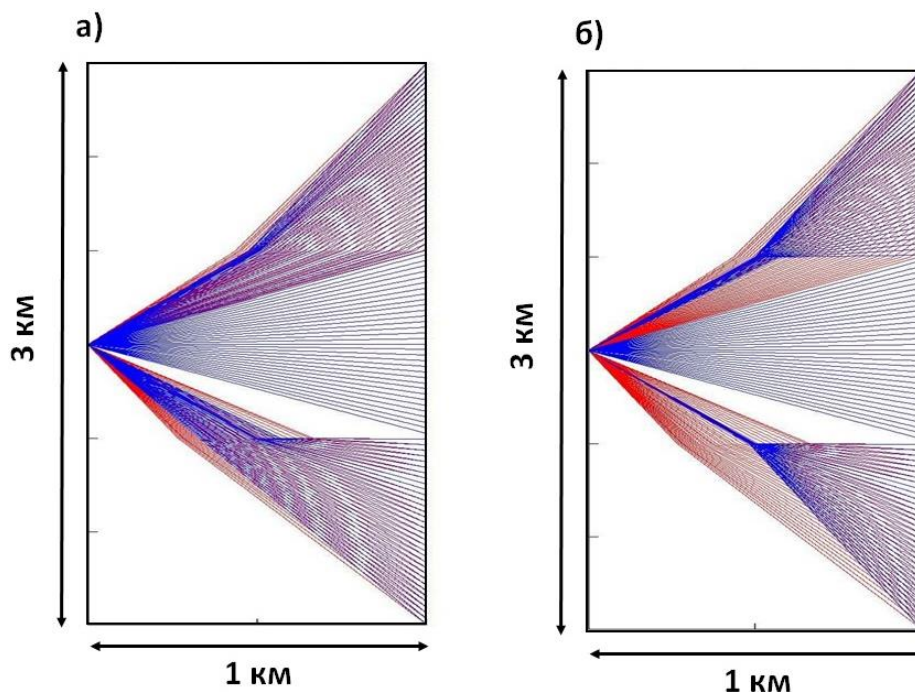


Рис. 4. Лучи в трёхслойной модели. Стандартные лучи (красным), частотно-зависимые (синим): а) – 30 Гц, б) – 0.03 Гц

## Благодарности

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и ЧНФ в рамках научного проекта №20-55-26003. Acknowledgments: The reported study was funded by RFBR and GACR, project number 20-55-26003.*

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Неклюдов Д.А., Протасов М.И. «Волновое» трассирование лучей для трёхмерной межскважинной томографии / Технологии сейсморазведки. – 2016. – № 2. – С.32-38.
2. Протасов М.И., Осипов К.С. Частотно-зависимое лучевое трассирование для неплоских границ / Технологии сейсморазведки. – 2014. – № 3. – С.25-31.
3. Baina R., Zamboni R., Lambaré G. How to Cope with Smoothing Effect in Ray Based PSDM? // EAGE-2006. 68th EAGE Conference and Exhibition: International conference and exhibition “EAGE-2006”: EAGE Extended Abstracts, Vienna, 12–15 June 2006. – Vienna: EAGE, 2006. – ср-2-00177.
4. Biondi B. Solving the frequency dependent eikonal equation // SEG-1992. 72nd SEG Annual International Meeting: International conference and exhibition “SEG-1992”: SEG Expanded Abstracts, New Orleans, 25–29 October 1992. – New Orleans: SEG, 1992. – P. 1315-1319.
5. Bube K.P., Washbourne J.K. Wave tracing: ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // Geophysics. – 2008. – V. 73. – P. VE377-VE384.
6. Foreman T. L. An exact ray theoretical formulation of the Helmholtz equation // Journal Acoustical Society of America. – 1989. – V. 86(1). – P. 234-246.
7. Hobro J.W.D., Nichols D., and Fletcher R. Direct representation of complex, high-contrast velocity features in Kirchhoff PreSDM velocity models // EAGE-2008. 70th EAGE Conference and Exhibition: International conference and exhibition “EAGE-2008”: EAGE Extended Abstracts, Roma, 9–12 June 2008. – Roma: EAGE, 2008. – F030.
8. Lomax A. The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // Geophys. J. Intern. – 1994. – V. 117. – P. 313–334.
9. Lomax A., Snieder R. Estimation of finite-frequency waveforms through wavelength-dependent averaging of velocity // Geophys. J. Intern. – 1996. – V. 126. – P. 369–381.
10. Woodward M. Wave-equation tomography // Geophysics. – 1992. – V. 57. – P. 15–26.

### REFERENCES

1. Neklyudov D.A., Protasov M.I. «Volnovoye» trassirovaniye luchey dlya trokhmernoy mezhskvazhinnoy tomografii / Tekhnologii seysmorazvedki. – 2016. – № 2. – S.32-38.
2. Protasov M.I., Osipov K.S. Chastotno-zavisimoye luchevoye trassirovaniye dlya neploskikh granits / Tekhnologii seysmorazvedki. – 2014. – № 3. – S.25-31.
3. Baina R., Zamboni R., Lambaré G. How to Cope with Smoothing Effect in Ray Based PSDM? // EAGE-2006. 68th EAGE Conference and Exhibition: International conference and exhibition “EAGE-2006”: EAGE Extended Abstracts, Vienna, 12–15 June 2006. – Vienna: EAGE, 2006. – ср-2-00177.
4. Biondi B. Solving the frequency dependent eikonal equation // SEG-1992. 72nd SEG Annual International Meeting: International conference and exhibition “SEG-1992”: SEG Expanded Abstracts, New Orleans, 25–29 October 1992. – New Orleans: SEG, 1992. – P. 1315-1319.
5. Bube K.P., Washbourne J.K. Wave tracing: ray tracing for the propagation of band-limited signals: Part 1 – Theory // Geophysics. – 2008. – V. 73. – P. VE377-VE384.
6. Foreman T. L. An exact ray theoretical formulation of the Helmholtz equation // Journal Acoustical Society of America. – 1989. – V. 86(1). – P. 234-246.
7. Hobro J.W.D., Nichols D., and Fletcher R. Direct representation of complex, high-contrast velocity features in Kirchhoff PreSDM velocity models // EAGE-2008. 70th EAGE Conference and

Exhibition: International conference and exhibition “EAGE-2008”: EAGE Extended Abstracts, Roma, 9–12 June 2008. – Roma: EAGE, 2008. – F030.

8. Lomax A. The wavelength-smoothing method for approximating broad-band wave propagation through complicated velocity structures // *Geophys. J. Intern.* – 1994. – V. 117. – P. 313–334.

9. Lomax A., Snieder R. Estimation of finite-frequency waveforms through wavelength-dependent averaging of velocity // *Geophys. J. Intern.* – 1996. – V. 126. – P. 369–381.

10. Woodward M. Wave-equation tomography // *Geophysics.* – 1992. – V. 57. – P. 15–26.

© *М. И. Протасов, Д. А. Неклюдов, 2021*