

## **КОРРЕКТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СРЕДЫ ПРИ РЕШЕНИИ НЕКОРРЕКТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО КАРОТАЖА**

### ***Юлий Александрович Дашевский***

Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН, 630090, Россия, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга 3, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник, e-mail: dashyuly48@mail.ru; Новосибирский государственный университет, 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. Пирогова 2, профессор каф. геофизики.

### ***Николай Николаевич Велькер***

Новосибирский Технологический Центр компании «Бейкер Хьюз», 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. ак. Кутателадзе, 4а, ведущий исследователь, e-mail: Nikolay.Velker@bakerhughes.com

### ***Алексей Владимирович Бондаренко***

Новосибирский Технологический Центр компании «Бейкер Хьюз», 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. ак. Кутателадзе, 4а, к.ф.-м.н., научный сотрудник, e-mail: Alexey.Bondarenko@bakerhughes.com

### ***Олег Борисович Боcharов***

Новосибирский Технологический Центр компании «Бейкер Хьюз», 630090, Россия, г. Новосибирск, ул. ак. Кутателадзе, 4а, к.ф.-м.н., зам. директора по научной работе, тел. (383) 232-94-43, e-mail: Oleg.Bocharov@bakerhughes.com

В работе предложена и исследована новая постановка решения обратной задачи электромагнитного каротажа, основанная на описании геоэлектрического разреза параметром интегральной электрической проводимости. Представлен математический аппарат, позволяющий для цилиндрически-слоистой модели с радиально неоднородным непрерывным распределением электрических свойств параметризовать задачу функцией суммарной продольной проводимости.

На основе результатов гидродинамического моделирования для трех типов бурового раствора (нефтяной, пресный, соленый) исследованы вопросы эквивалентности сигналов индукционного зонда MPR для двух классов моделей: с непрерывным и кусочно-постоянным распределением проводимости. Предложен, физически обоснован и реализован алгоритм перехода от одного класса моделей к другому без потери свойства эквивалентности.

Показано что радиальные модели с различным распределением радиальной проводимости, но близкими кривыми интегральной проводимости эквивалентны по сигналам. Данный факт свидетельствует о целесообразности использовать при инверсии наряду с удельной проводимостью и параметр интегральной электрической проводимости.

Предложено использовать параметр интегральной электрической проводимости для конструирования функционалов, минимизация которых улучшает устойчивость алгоритмов и возможности определения функциональных параметров в моделях гидродинамической фильтрации.

**Ключевые слова:** индукционный каротаж, некорректные обратные задачи

## CORRECT DETERMINATION OF INTEGRAL CONDUCTIVITY IN SOLVING INCORRECT INVERSE PROBLEMS OF ELECTROMAGNETIC LOGGING

*Yuliy A. Dashevskiy*

The Trofimuk Institute of Petroleum Geology and Geophysics, SB RAS, 630090, Russia, Novosibirsk, 3, Academica Koptuga Ave, Dr. Sc., Chief Researcher, e-mail: dashyuly48@mail.ru; Novosibirsk State University, 630090, Russia, Novosibirsk, 2, Pirogova str., Professor at Chair of Geophysics.

*Nikolay N. Velker*

Baker Hughes Novosibirsk Technology Center, 630090, Russia, Novosibirsk, 4a, Kutateladze str., Senior Scientist, e-mail: Nikolay.Velker@bakerhughes.com

*Alexey V. Bondarenko*

Baker Hughes Novosibirsk Technology Center, 630090, Russia, Novosibirsk, 4a, Kutateladze str., Ph.D., Scientist, e-mail: Alexey.Bondarenko@bakerhughes.com

*Oleg B. Bocharov*

Baker Hughes Novosibirsk Technology Center, 630090, Russia, Novosibirsk, 4a, Kutateladze str., Ph.D., Deputy Director for Science, phone: (383) 232-94-43, e-mail: Oleg.Bocharov@bakerhughes.com

The paper suggests and investigates a problem statement of well-logging inverse problem that is based on the integral conductivity parameter to describe a geoelectric section.

Approach was introduced for a layered cylindrical model with radially heterogeneous continuous distribution of electric properties that parametrize the problem with a function of total longitudinal conductivity.

The results of hydrodynamic modeling for oil/fresh water- and brine-based drilling muds were used to study multiple propagation resistivity tool signal equivalency for two classes of models with continuous and piece-wise constant conductivity distribution. Physically based algorithm enabling one to convert one model class to the other, preserving the signal equivalency was proposed.

It was demonstrated that the radial models with different radial conductivity distribution and similar integral conductivity curves are equivalent. This fact lays a rationale of using the integral conductivity parameters along with conductivity while inversion.

The integral conductivity parameter can be used to build the functionals, whose minimization improves algorithm stability and enables determining functional parameters in hydrodynamic filtration models.

**Keywords:** induction logging, ill-conditioned inverse problems

При обсуждении проблемы неустойчивости решений обратных задач геоэлектрики [1] необходимо отметить, что неустойчивость возрастает с увеличением размерности задачи (сбывается так называемое «проклятие размерности») [2]. Пусть число параметров модели будет равно  $N$  и диапазон возможных изменений нормированных значений параметров ограничен:  $0 \leq x_i \leq 1 (i = 1, \dots, N)$ . Если предположить, что невязка аппроксимации заключена в элементарном объеме  $\delta V$  единичного  $N$ - мерного куба, то можно грубо оценить возможную вариацию  $\delta x_i$  параметров модели, соответствующую  $\delta V$ :

$$\delta x_i \sim \sqrt[N]{\delta V} \quad (1)$$

Пусть  $\delta V=0.03$ , тогда при  $N = 5$  и  $10$  значения  $\delta x_i$  равны  $0.5$  и  $0.7$ , соответственно.

### ***Параметризация геоэлектрического разреза на основе $S$ трансформации***

Арсенал методов параметризации геоэлектрического разреза включает в себя не только поточечное, но и интегральное описание пространственного распределения электропроводности горных пород. В методе магнитотеллурического зондирования (МТЗ) геоэлектрический разрез описывают параметром интегральной проводимости слоистой среды  $S(z)$  [3,4]:

$$S(z) = \int_0^z \sigma(z) dz \quad (2)$$

Установлено что интегральная проводимость устойчиво определяется при решении обратной задачи МТЗ.

Цель настоящей работы заключается в том, чтобы исследовать возможность использовать для параметризации геоэлектрического разреза параметр интегральной проводимости слоистой среды.

### ***Параметр интегральной проводимости в цилиндрически слоистой модели геоэлектрического разреза***

Рассмотрим следующую задачу. Пусть на оси  $z$  цилиндрической системы координат  $r, \varphi, z$ , совпадающей с осью скважины радиусом  $a$  и проводимостью  $\sigma_1$ , расположен вертикальный гармонический магнитный диполь с моментом  $M$ . На расстоянии  $L$  от диполя, на оси скважины, измеряют компоненту магнитного поля  $H_z$ . Область околоскважинного пространства  $a < r < b$  занята средой с радиальным неоднородным распределением проводимости  $\sigma(r)$ . В области  $r > b$ , соответствующей неискаженной проникновением части пласта, электропроводность имеет постоянное значение  $\sigma_N$ .

Решение этой задачи известно в литературе [5]. Для компонент электрического поля  $E_\varphi$  и магнитного поля  $H_z$  внутри скважины справедливы следующие выражения:

$$E_\varphi = \frac{i\omega\mu M}{2\pi^2} \int_0^\infty F(m, r) \cos mz dm, \quad H_z = -\frac{i}{\omega\mu} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rE_\varphi). \quad (3)$$

Здесь:

$$F(m, r) = m_1 (K_1(m_1 r) - Q(m) I_1(m_1 r)), \quad (4)$$

$$Q(m) = \frac{aY(a)K_1(m_1a) + m_1K_0(m_1a)}{aY(a)I_1(m_1a) - m_1I_0(m_1a)} \quad (5)$$

$K_1, K_0, I_1, I_0$ , — модифицированные функции Бесселя

$$m_1^2 = m^2 - k_1^2, \quad k_1^2 = i\omega\mu\sigma_1. \quad (6)$$

В выражении (4) функция  $Y(a)$  — это решение уравнения Риккати [7]:

$$Y'(r) + rY^2(r) = \frac{m^2 - k^2(r)}{r}, \quad a \leq r \leq b \quad (7)$$

при начальном условии  $Y(b) = -i\omega\mu \frac{m_N K_0(m_N b)}{b K_1(m_N b)}$ .

Здесь  $k^2(r) = i\omega\mu\sigma(r), k_N^2 = i\omega\mu\sigma_N$ .

Покажем, что геоэлектрическую среду в рассматриваемой задаче можно параметризовать не только с помощью функции  $\sigma(r)$ , но и использовать для описания разреза его интегральную проводимость  $S(r)$ , заданную на интервале  $[0, r]$  следующим образом:  $S(r) = \int_0^r \sigma(r)dr$ .

С этой целью запишем известное уравнение для функции  $F(m, r)$  [5]:

$$\frac{d}{dr} \left[ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (rF) \right] - (m^2 - k^2)F = 0 \quad (8)$$

Введем вместо функции  $F$  новую функцию  $v$ :

$$F(r) = \int_0^r v(\xi)d\xi \quad (9)$$

Подставим выражение (9) в уравнение (8) и используем тождество:

$$\frac{d}{dr} \left[ S(r) \int_0^r v(\xi)d\xi \right] = S'(r) \int_0^r v(\xi)d\xi + S(r)v(r) \quad (10)$$

В результате получим уравнение для функции  $v$ , в котором электрические свойства геоэлектрического разреза входят только своим параметром интегральной проводимости  $S(r)$ :

$$\begin{aligned}
&v(r)r - \int_0^r v(\xi)d\xi + v'(r)r^2 - m^2r^2 \int_0^r v(\xi)d\xi + \\
&+ i\omega\mu r^2 \frac{d}{dr} \left[ S(r) \int_0^r v(\xi)d\xi \right] - i\omega\mu r^2 S(r)v(r) = 0
\end{aligned}
\tag{11}$$

Таким образом, для описания электромагнитного поля в цилиндрически-слоистой модели с радиально неоднородным распределением  $\sigma$  разрез можно описывать как функцией  $\sigma(r)$ , так и интегральным параметром  $S(r)$ .

### ***Построение цилиндрически слоистой модели зоны проникновения***

Непрерывное радиальное распределение проводимости в прискважинной зоне зависит от проводимостей буровой жидкости и горной породы, а также от их гидродинамических свойств, что усложняет алгоритм восстановления параметров пласта по каротажным измерениям. Стандартным способом решения данной проблемы является замена непрерывной модели на более простую эквивалентную радиально-слоистую модель с конечным числом пластов.

Из физических соображений следует, что существует множество подобных моделей с различным количеством радиальных слоев. Основываясь на принципе Оккама и «проклятии размерности», важно построить эквивалентную модель с минимальным числом радиальных пластов.

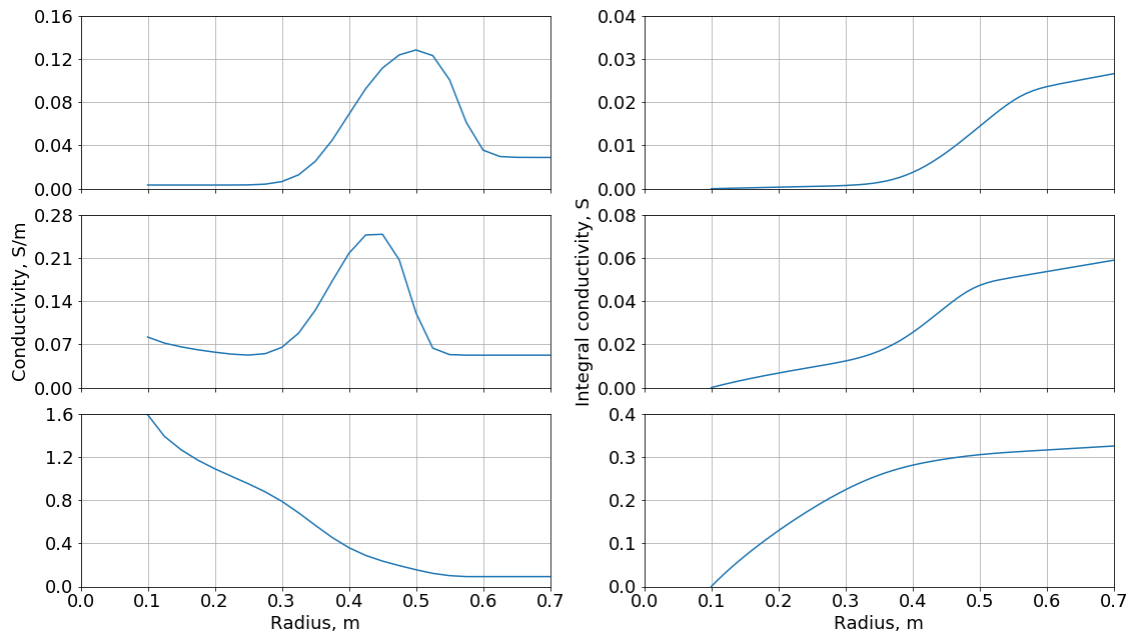


Рис 1. Радиальное распределение удельной электрической проводимости  $\sigma(r)$  (а, с, е) и интегральной проводимости  $S(r)$  (b, d, f) в зоне проникновения для трех типов основ бурового раствора: нефтяная (а,б); пресная (с,д); соленая (е,ф). Радиус скважины 0.1 м

Рассмотрим построение эквивалентных радиально слоистых моделей зоны проникновения для практически интересных случаев использования соленого (0.02–0.20 Ом·м), пресного бурового раствора (0.5–3.0 Ом·м) и бурового раствора на нефтяной основе (> 10 Ом·м). Параметры соответствующих моделей приведены в таблице. Радиальное распределение удельной электрической проводимости и интегральной проводимости в зоне проникновения, полученное с помощью гидродинамического моделирования в [8], приведено на рис. 1.

Параметры модели среды: радиус скважины, проводимость бурового раствора и формации.

Основа бурового раствора	Радиус скважины, м	Проводимость бурового раствора, См/м	Проводимость формации, См/м
Нефтяная	0.1 м	0.0034	0.0289
Пресная		0.0818	0.0525
Солёная		1.590	0.0916

Было проведено численное моделирование для индукционного зонда MPR [8] на частоте 400 кГц в описанных моделях. Численные эксперименты показывают, что ширина пласта в эквивалентной слоистой модели не должна превышать 0.1 от толщины скин-слоя. На основе описанного подхода был программно реализован алгоритм построения эквивалентной модели.

На рис. 2 показано наложение непрерывных и кусочно-постоянных распределений проводимости и соответствующее качество аппроксимации профиля интегральной проводимости слоистой моделью.

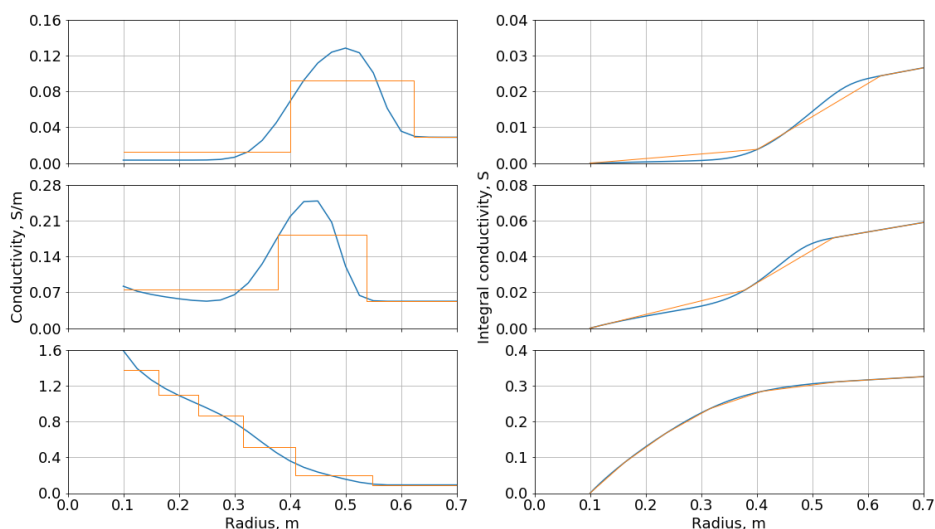


Рис. 2. Радиальное распределение удельной электрической проводимости  $\sigma(r)$  и (а, с, е) и интегральной проводимости  $S(r)$  (b, d, f) в зоне проникновения для трех типов основ бурового раствора: нефтяная (а,б); пресная (с,д); соленая (е,ф) Синей линией изображены непрерывные распределения, оранжевой линией – их аппроксимации слоистой моделью

Сравнение качества аппроксимаций непрерывного распределения проводимости и интегральной проводимости в исходной и в эквивалентной слоистой моделях показывает, что относительная ошибка аппроксимации [9] интегральной проводимости приблизительно в 5 раз меньше, чем для распределения проводимости.

В результате расчета сигналов в данных моделях установлено, что различие между сигналами не превышает половины ошибки измерения, что подтверждает корректность замены непрерывного распределения проводимости его кусочно-постоянным приближением.

### ***Возможность использования интегральной электрической проводимости разреза для улучшения устойчивости решения обратных задач многофазной гидродинамической фильтрации***

Для анализа схем разработки месторождений углеводородов необходимо знать параметры гидродинамической фильтрационной модели, применимые к данному объекту. Большая сложность в использовании моделей двухфазной фильтрации состоит в наличии функциональных параметров в уравнениях – функций, зависящих от насыщенности порового пространства жидкостями. Эти функции (относительные фазовые проницаемости и функция капиллярного давления Леверетта) сильно зависят от взаимодействия флюидов и породы [10]. Их определение по лабораторным экспериментам на кернах вряд ли можно считать подходящим, поскольку крайне сложно сохранить свойства керна неизменными при его переносе из скважины в лабораторию. С другой стороны, при бурении скважин нарушается естественное состояние пластов, содержащих углеводороды. В частности, происходит проникновение буровой жидкости в прискважинную зону с образованием так называемой зоны внедрения, которая может влиять на геофизические измерения. Поэтому в этой области целесообразно решать совместно задачи электродинамики и многофазной фильтрации. По данным значениям насыщенности порового пространства фильтратом бурового раствора, концентрации соли в буровом растворе и пластовой воде формула Арчи позволяет получить достаточно точную аппроксимацию электрического сопротивления [7]. Таким образом устанавливается связь между результатами диаграмм электромагнитного каротажа и распределением флюидов. По решению прямой гидродинамической задачи в окрестности скважины мы можем определить распределение удельного электросопротивления. Как показывает практика, использование для решения обратной задачи электросопротивления приводит к неустойчивым алгоритмам. Утверждение о предпочтительности использования интегральной электрической проводимости  $S(r)$  позволяет нам сконструировать более устойчивые алгоритмы определения функциональных параметров в моделях гидродинамической фильтрации.

### ***Выводы и результаты***

1. Предложена и исследована новая постановка решения обратной задачи электромагнитного каротажа, основанная на описании геоэлектрического разреза параметром интегральной проводимости среды.

2. Представлен математический аппарат, позволяющий для цилиндрически-слоистой модели с радиально неоднородным непрерывным распределением электрических свойств параметризовать задачу функцией суммарной продольной проводимости.

3. Используются результаты гидродинамического моделирования для трех типов бурового раствора (нефтяной, пресный, соленый); на этой основе исследованы вопросы эквивалентности сигналов индукционного зонда MPR для двух классов моделей: с непрерывным и кусочно-постоянным распределением проводимости. Предложен, физически обоснован и реализован алгоритм перехода от одного класса моделей к другому без потери свойства эквивалентности.

4. Показано что радиальные модели с различным распределением радиальной проводимости, но близкими кривыми интегральной проводимости эквивалентны (имеют близкие сигналы при индукционном каротаже). Данный факт свидетельствует о предпочтительности использования интегральной электрической проводимости в инверсии.

5. Использование параметра интегральной электрической проводимости позволяет конструировать функционалы, минимизация которых улучшает устойчивость алгоритмов и возможности определения функциональных параметров в моделях гидродинамической фильтрации.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М: Наука, 1974, 222 с.
2. Martínez, J. and Fernández-Muñiz Z. The curse of dimensionality in inverse problems. J. Comput. Appl. Math., 2020, vol. 369, 1 May.
3. Дмитриев В.И. Обратные задачи геофизики: Монография. - М: МАКС Пресс, 2012, 340 с. ISBN 978-5-317-04151-9
4. Губатенко В. П. Эквивалентные геоэлектрические разрезы в методе становления электромагнитного поля // Изв. Саратов. унта. Нов. сер. Сер. Науки о Земле. 2020. Т. 20, вып. 2. С. 119–126. DOI: <https://doi.org/10.18500/1819-7663-2020-20-2-119-126>
5. Дмитриев В.И. Осесимметрическое электромагнитное поле в цилиндрической слоистой среде // Изв. АН СССР, Физика Земли, 1972, № 11. С. 56-61.
6. Егоров А.И. Уравнения Риккати. -М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. 320 с.- ISBN5-9221-0159-5.
7. I. Eltsov, Yu. Antonov et al. Invaded zone evolution reconstructed from logging data. SEG San Antonio 2011 Annual Meeting.
8. Коллинз, Р. Течение жидкостей через пористые материалы. Москва: Мир, 1964.
9. Wang, T., Chemali, R., Hart, E., Cairns, P., 2007. Real-time formation imaging, dip, and azimuth while drilling from compensated deep Directional Resistivity, Presented at the SPWLA 48th Annual Logging Symposium, Austin, Texas, 3-6 June. SPWLA-2007-NNN

#### REFERENCES

1. Tihonov A.N., Arsenin V.YA. Metody resheniya nekorrektnykh zadach. M: Nauka, 1974, 222 s.
2. Martínez, J. and Fernández-Muñiz Z. The curse of dimensionality in inverse problems. J. Comput. Appl. Math., 2020, vol. 369, 1 May.



3. Dmitriev V.I. Obratnye zadachi geofiziki: Monografiya. - M: MAKS Press, 2012, 340 s. ISBN 978-5-317-04151-9
4. Gubatenko V. P. Ekvivalentnye geoelektricheskie razrezy v metode stanovleniya elektromagnitnogo polya // Izv. Sarat. unta. Nov. ser. Ser. Nauki o Zemle. 2020. T. 20, vyp. 2. S. 119–126. DOI: <https://doi.org/10.18500/1819-7663-2020-20-2-119-126>.
5. Dmitriev V.I. Osesimmetricheskoe elektromagnitnoe pole v cilindricheskoj sloistoj srede // Izv. AN SSSR, Fizika Zemli, 1972, № 11. S. 56-61.
6. Egorov A.I. Uravneniya Rikkati. -M.: FIZMATLIT, 2001. 320 s.- ISBN5-9221-0159-5.
7. I. Eltsov, Yu. Antonov et al. Invaded zone evolution reconstructed from logging data. SEG San Antonio 2011 Annual Meeting.
8. Kollinz, R. Techenie zhidkостей через poristye materialy. Moskva: Mir, 1964.
9. Wang, T., Chemali, R., Hart, E., Cairns, P., 2007. Real-time formation imaging, dip, and azimuth while drilling from compensated deep Directional Resistivity, Presented at the SPWLA 48th Annual Logging Symposium, Austin, Texas, 3-6 June. SPWLA-2007-NNN

© Ю. А. Дашевский, Н. Н. Велькер, А. В. Бондаренко, О. Б. Бочаров, 2021