

## **СУЩЕСТВУЮЩИЕ ПОДХОДЫ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ СПУТНИКОВ ЗЕМЛИ**

### ***Владимир Сергеевич Крылов***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, преподаватель кафедры специальных устройств, инноватики и метрологии, тел. (923)223-39-97, e-mail: basnivova@mail.ru

### ***Андрей Сергеевич Томилов***

Западно-Сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ», 630004, Российская Федерация, г. Новосибирск, пр. Димитрова, 4, заместитель начальника отдела № 8, тел. (383)210-11-85, e-mail: tomber1@yandex.ru

### ***Александр Сергеевич Толстиков***

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, доктор технических наук, профессор кафедры специальных устройств, инноватики и метрологии, тел. (913)940-13-23, e-mail: tolstikov@sstf.nsk.ru

В статье представлены существующие подходы к определению параметров движения искусственных спутников Земли. Для эфемеридно-баллистического обеспечения данная задача сводится к решению системы алгебраических уравнений. В условиях недостаточности результатов траекторных измерений с беззапросных измерительных станций, имеющих на ограниченном участке поверхности Земли, и с учетом факторов, влияющих на точность псевдодалномерных измерений, система алгебраических уравнений имеет неточно заданную правую часть. Для повышения точности траекторных измерений предлагается использовать современные методы обработки результатов косвенных измерений. Наиболее эффективным методом, для улучшения обусловленности матрицы указанной системы, предлагается метод «инструментальных переменных».

**Ключевые слова:** искусственный спутник Земли, орбитальная группировка, эфемериды, траекторные измерения, уравнения измерений, начальные условия, инструментальные переменные, обусловленность.

## **EXISTING APPROACHES TO DETERMINING THE MOTION PARAMETERS OF ARTIFICIAL EARTH SATELLITES**

### ***Vladimir C. Krylov***

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10 Plahotnogo St., Novosibirsk, 630108, Teacher, Department of Special Devices, Innovation and Metrology, phone: (923)223-39-97, e-mail: basnivova@mail.ru

### ***Andrey C. Tomilov***

West Siberian branch of FSUE "VNIIFTRI", 4, Dimitrov St., Novosibirsk, Russia, Deputy Head of the Department no. 8, phone: (383)210-11-85, e-mail: tomber1@yandex.ru

**Alexander C. Tolstikov**

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10 Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Professor, Department of Special Devices, Innovation and Metrology, phone: (913)-940-13-23, e-mail: [tolstikov@sstf.nsk.ru](mailto:tolstikov@sstf.nsk.ru)

The article presents existing approaches to determining the motion parameters of artificial earth satellites. For ephemeris-ballistic support, this problem is reduced to solving a system of algebraic equations. In conditions of insufficient results of trajectory measurements from unquestioned measuring stations located on a limited area of the Earth's surface, and taking into account factors that affect the accuracy of pseudo-long-range measurements, the system of algebraic equations has an imperfectly defined right side. To improve the accuracy of trajectory measurements, it is proposed to use modern methods of processing the results of indirect measurements. The most effective method for improving the conditionality of the matrix of the specified system is the method of "instrumental variables".

**Key words:** artificial earth satellite, orbital group, ephemeris, measurements trajectory of motion, equation of measurements, instrumental variables, conditionality.

### ***Введение***

Определение орбит космических объектов, движущихся в поле притяжения тел с большой массой, – классическая задача «Небесной механики» [1, 2].

С развитием спутниковых навигационных технологий [3, 4] существенно возросли требования к точности и надежности позиционирования навигационных спутников (НС) на орбитах. При этом высокоточное определение параметров движения НС является ключевой задачей эфемеридно-баллистического обеспечения (ЭБО) спутниковых навигационных систем.

Совершенствование ЭБО навигационных систем идет по пути улучшения применяемых бортовых и наземных аппаратурных комплексов [4, 5] и развития методологической базы спутниковых навигационных технологий [6, 7].

Наряду с указанными направлениями представляется перспективным привлечение алгоритмических путей повышения точности позиционирования НС, опирающихся на современные методы обработки результатов косвенных измерений [6, 8, 9].

Обсуждению возможностей такого алгоритмического подхода к повышению точности определения параметров движения НС по результатам выполняемых траекторных измерений по НС посвящена настоящая статья.

### ***Обсуждение задачи определения параметров движения навигационных спутников***

Орбитальное движение навигационных спутников в околоземном пространстве описывается в общем случае дифференциальным уравнением вида

$$\dot{\mathbf{u}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{u}(t), \mathbf{s}(t), \boldsymbol{\theta}_1), t \in [t_0, t_N], \quad (1)$$

где  $\mathbf{u}(t) \in R^n$  – расширенный вектор состояния орбитальной группировки  $n$  НС, включающий в себя параметры движения каждого спутника

$\mathbf{u}_i^T(t) = (x_i(t), y_i(t), z_i(t), V_{xi}(t), V_{yi}(t), V_{zi}(t))$ , представляющие собой проекции вектора положения и вектора скорости движения НС на оси принятой системы координат;  $\mathbf{s}(t)$  – вектор возмущений, влияющих на движение спутника, таких как гравитационное воздействие Луны и Солнца, несферичность гравитационного поля Земли, радиационное давление солнечного излучения и другие воздействия различной природы [2, 6];  $\boldsymbol{\theta}_1$  – вектор параметров модели движения, включающий в себя вектор начальных условий

$$\mathbf{u}_i^T(t_0) = (x_i(t_0), y_i(t_0), z_i(t_0), V_{xi}(t_0), V_{yi}(t_0), V_{zi}(t_0)), i = 1, \dots, n, \quad (2)$$

вектор параметров моделей радиационного давления, параметры вращения Земли и другие параметры.  $\mathbf{F}(\bullet)$  – гладкая вектор функция, допускающая дифференцирование по компонентам вектора состояния  $\mathbf{u}(t)$ , вектора возмущений  $\mathbf{s}(t)$  и вектора параметров  $\boldsymbol{\theta}_1$ .

Уравнение (1) справедливо при описании движения НС в кинематических элементах  $x_i(t), y_i(t), z_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, n$  и при использовании оскулирующих (неособенных) элементов [1, 2], представляющих собой комбинации кеплеровских параметров орбиты.

В дальнейшем, не изменяя идейной стороны подхода, будем рассматривать движение одного НС ( $i = 1$ ), зависящее от начальных условий уравнения движения (2).

Исходную информацию для вычисления оценок параметров движения НС  $\bar{\mathbf{u}}(t_k), t_k \in [t_0, t_N]$  получают из результатов траекторных измерений  $\mathbf{D}(t_k) \in R^m$ , выполняемых с сети беззапросных измерительных станций (БИС), в зонах радиовидимости которых находятся НС орбитальной группировки. В общем виде уравнение траекторных измерений имеет вид

$$\mathbf{D}(t_k) = \mathbf{H}(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{w}(t_k), \boldsymbol{\theta}_2) + \mathbf{V}(t_k), t_k \in [t_0, t_k], \quad (3)$$

где  $\mathbf{D}(t_k)$  – вектор кодовых и фазовых псевдодалномерных измерений, выполняемых с сети БИС;  $\mathbf{H}(\bullet) \in R^m$  – нелинейная  $m$ -мерная вектор функция, допускающая дифференцирование по  $\mathbf{u}(t_k), \mathbf{w}(t_k)$  и  $\boldsymbol{\theta}_2$ ;

$\mathbf{w}(t_k)$  – вектор факторов, влияющих на точность псевдодалномерных измерений (уходы бортовых часов и часов БИС, задержки навигационного сигнала в ионосферном и тропосферном слоях, неоднозначности фазовых измерений, проявление многопутности распространения навигационного сигнала и другие факторы);

$\theta_2$  – вектор неизвестных параметров математических моделей влияющих факторов (параметров нестабильности применяемых часов, параметры моделей тропосферной и ионосферной задержек и другие параметры);

$\mathbf{V}(t_k)$  –  $l$ -мерный вектор случайных погрешностей псевдодальномерных измерений;

$t_k$  – моменты фиксации результатов измерений.

О возмущениях  $\mathbf{s}(t)$ , влияющих факторов  $\mathbf{w}(t_k)$  и погрешностях случайной природы принимаются следующих предположения:

$$\mathbf{s}(t) \in N[M_s = 0; R_s(t) \cdot \delta(t - \tau)];$$

$$\mathbf{w}(t) \in N[M_w = 0; R_w(t) \cdot \delta(t - \tau)];$$

$$\mathbf{V}(t) \in N[M_v = 0; R_v(t) \cdot \delta(t - \tau)];$$

$$M[\mathbf{u}(t_0)] = \bar{\mathbf{u}}(t_0);$$

$$M\left\{[\mathbf{u}(t_0) - \bar{\mathbf{u}}(t_0)][\mathbf{u}(t_0) - \bar{\mathbf{u}}(t_0)]^T\right\} = \mathbf{P}(t_0) - \text{ковариационная матрица};$$

$\mathbf{w}(t)$  и  $\mathbf{V}(t)$  некоррелированные.

Необходимо учитывать следующие обстоятельства.

1. Движение НС описывается в инерциальной системе координат (ИСК), а БИС определены в Гринвичской системе координат (ГСК), связанной с вращающейся Землей. Связь инерциальных и гринвичских координат осуществляется с помощью линейных матричных преобразований, содержащих параметры вращения Земли. Процедура приведения координат из ГСК в ИСК обсуждается в [5].

2. Также необходимо учитывать то обстоятельство, что за время от момента выхода навигационного сигнала с антенны НС  $t_1$  до момента прихода этого сигнала на приемную антенну БИС  $t_2$  спутник проходит определенное расстояние по орбите. В задаче определения параметров движения НС необходимо приведение результатов траекторных измерений  $\mathbf{D}(t_1)$  к моменту  $t_1$ .

3. Необходимо отметить, что уравнения траекторных измерений (3) справедливы при условии нахождения НС в зоне его радиовидимости от БИС. Чтобы обеспечить достаточное покрытие орбиты НС данными измерений, необходимо привлекать в обработку результаты измерений с БИС, распределенных по поверхности Земли.

Для выполнения последнего условия возникают необходимость привлечения методов, повышающих информативность траекторных измерений на дугах орбит НС, где данных измерений недостаточно. К таким методам повышения информативности измерений можно отнести метод «Инструментальных переменных» [8].

В практике формирования ЭБО навигационных систем используется три подхода для получения оценок параметров движения НС.

1. Из условий наблюдаемости динамической системы, описываемой дифференциальным уравнением движения НС [9].

2. Текущее оценивание вектора состояния динамической системы  $\mathbf{u}(t)$  с помощью рекуррентных процедур калмановского типа [11].

3. На основе комбинированных алгоритмов, совмещающих применение первого и второго подходов [12].

### *Определение параметров движения НС из условий наблюдаемости динамической системы*

Задача сводится к формированию на основе уравнений измерений (3) и уравнения движения НС (1) системы алгебраических уравнений с неточно заданной правой частью

$$\mathbf{A}(t_k) \cdot \mathbf{u}_0 = \mathbf{Y}(t_k) + \mathbf{V}(t_k), t_k \in [t_0, t_{xj}] \quad (4)$$

и ее решению относительно вектора начальных условий  $\mathbf{u}_0$ .

Расчет исправленной орбиты НС  $\bar{\mathbf{u}}(t)$  происходит путем интегрирования уравнения движения (1) с использованием полученных оценок начальных условий  $\bar{\mathbf{u}}_0$ .

В уравнениях (4) элементы матрицы  $\mathbf{A}(t_k) - a_{ij}(t_k)$  представляют собой линейные комбинации направляющих косинусов

$$\psi(t_k) = \frac{\partial \rho_i(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{u}_{\text{БИС}}(t_k))}{\partial [x(t_k), y(t_k), z(t_k)]}, \quad [3,4]$$

определяющих направления радиотрасс измерений от применяемых БИС до НС

и изохронных производных  $q(t) = \frac{\partial (x(t), y(t), z(t), V_x(t), V_y(t), V_z(t))}{\partial [x_0, y_0, z_0, V_{x0}, V_{y0}, V_{z0}]}$ , определяющих чувствительность компонентов решения  $\mathbf{u}(t)$  к вариации начальных

условий  $\mathbf{u}_0$ . Здесь

$$\rho_i(\mathbf{u}(t_k), \mathbf{u}_{\text{БИС}}(t_k)) = \sqrt{[x(t_k) - x_{\text{БИС}j}(t_k)]^2 + [y(t_k) - y_{\text{БИС}j}(t_k)]^2 + [z(t_k) - z_{\text{БИС}j}(t_k)]^2}$$

- текущая геометрическая дальность от НС до  $j$ -ой БИС.

Возникающие проблемы обеспечения высокоточного определения параметров движения НС из условий необходимости достаточно тесно связаны со степенью обусловленности матрицы  $\mathbf{A}(t_k)$  в уравнении (4). Эта ситуация проявляется

при расширении размерности вектора состояния  $\mathbf{u}(t)$  за счет включения в состав вектора неизвестных параметров  $\theta_1$  и  $\theta_2$  в уравнениях (1) и (3).

Улучшению степени обусловленности матрицы способствует привлечение большого числа БИС в качестве источника псевдодальномерных измерений.

Необходимо заметить, что в алгоритмах оценивания вектора  $\mathbf{u}(t)$  с помощью рекуррентных процедур и для комбинированных алгоритмов малая степень обусловленности матрицы проявляется в потере устойчивости алгоритма оценивания и в потере чувствительности алгоритма к поступающим изменениям.

Для ЭБО ГЛОНАСС проблемным являются малое покрытие орбит измерениями на участках орбит южного полушария Земли, где количество БИС недостаточное.

Преодолеть указанные трудности представляется возможным за счет повышения информативности результатов траекторных измерений путем формирования дополнительных  $m$  уравнений с помощью «инструментальных переменных», представляющих собой систему  $m$  линейно независимых на интервале  $t_k \in [t_0, t_{xj}]$  функций  $\gamma_m(t_k)$ .

Эффективность применения метода инструментальных переменных в задачах определения параметров движения НС были показаны в работе [8]. Требуется дополнительные исследования в части выбора самих инструментальных переменных, выбора наилучшей конфигурации применяемых БИС.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Брауэр Д., Клеменс Дж. Методы небесной механики. – М.: МИР, 1964. – 513 с.
2. Дубошин Г.Н. Справочное руководство по небесной механике. – М.: НАУКА, 1978 – 864 с.
3. Шебшаевич В.С. Сетевые спутниковые радионавигационные системы. – М.: Радио и связь, 1993 – 408 с.
4. Харисов В.Н., Перов А.И., Болдин В.А. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС. – М.: ИПРЖР, 1998 – 400 с.
5. ГЛОНАСС. Интерфейсный контрольный документ. Редакция 5.1. – М.: РНИИ КП, 2008 – 74 с.
6. Баргнев В.А., Гречкосеев А.К., Козорез Л.А., Красильщиков М.Н. Современные и перспективные информационные ГНСС-технологии в задачах высокоточной навигации. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014 – 192 с.
7. NAPEOS. Mathematical Models and Algorithms. :Springer, 2009 – 150 p.
8. Толстиков А.С., Томилов А.С., Чубич В.М., Черникова О.С. Алгоритмические пути повышения точности координатно-временных определений. Доклады международного симпозиума «Метрология времени и пространства». – М.: 2018 – 13 с.
9. Урмаев М.С. Орбитальные методы космической геодезии. – М.: Наука, 1981 – 256 с.
10. Антонович К.М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии. В двух томах. – М.: Картгеоцентр, 2006 – 340 с.
11. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. – New York, USA, 2001 – 410 p.
12. Баргнев В.А., Гречкосеев А.К. Комбинированный алгоритм определения и прогнозирования параметров движения ИСЗ с использованием адаптации. Космические исследования. – М.: 1986 – с. 564-574.

13. P. Stocia, T. Soderstrom Optimal Instrumental Variable Estimates of the AR Parameters of an ARMA Process. IEEE Transactions on automatic control, vol. AC-30. 1985 – 9 p.
14. Эскобал П. Методы определения орбит. – М.: МИР, 1970 – 472 с.
15. Дубошин Г.Н. Небесная механика. Методы теории движения искусственных небесных тел. – М.: Наука, 1983 – 352 с.
16. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. – М.: Наука, 1991 – 432 с.
17. Бордовицина Т.В. Теория движения искусственных спутников Земли. Аналитические и численные методы. – Томск: Изд. Томского ун-та, 2007 – 178 с.
18. С.А. Мирер Механика космического полета. Орбитальное движение. – М: 2013 – 106 с.
19. Мудров В.И. Методы обработки измерений: квазиподобные оценки. – М.: Ленанд, 2014 – 304 с.
20. Эльясберг П.Е. Введение в теорию полета искусственных спутников Земли. – М.: Наука, 1965 – 540 с.

© В. С. Крылов, А. С. Томилов, А. С. Толстиков, 2020