

КОРРЕКЦИЯ ПРОЕКЦИОННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ 3D-ОБЪЕКТА НА ЭТАПЕ ФОРМИРОВАНИЯ ГОЛОГРАММЫ

Сергей Александрович Шойдин

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, кандидат физико-математических наук, доцент, тел. (383)291-00-92, e-mail: shoydin@ssga.ru

Артём Леонович Пазоев

Сибирский государственный университет геосистем и технологий, 630108, Россия, г. Новосибирск, ул. Плахотного, 10, аспирант, тел. (383)291-00-92, e-mail: shoydin@ssga.ru

Анализируются проблемы цифрового синтеза голограмм, связанные с дискретным представлением сигнала, формирующего голографическое изображение. Одними из значительных ограничений являются технологические проблемы формирования голографических структур поточечно, из-за дифракционных ограничений размера сфокусированного пятна оптико-механического построителя. Это сужает спектр возможных пространственных частот синтезированной поточечно голограммы по сравнению с классической голограммой, записываемой аналоговым способом, что в свою очередь приводит к трудностям записи голограмм с большой глубиной 3D изображения. Обсуждается способ преодоления указанной проблемы путём использования оптической проекционной системы с возможностью увеличения как поперечного размера изображения, так и продольного. Показаны и экспериментально подтверждены некоторые возможности построения таких систем и проанализированы некоторые проблемы деформационных искажений 3D изображений, возникающие при их создании.

Ключевые слова: голография, интерференция, голографические интерференционные полосы, телескопическая система, проекционная система.

CORRECTION OF PROJECTIVE DEFORMATIONS OF 3D OBJECT, ON THE STAGE OF HOLOGRAM FORMATION

Sergey A. Shoydin

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Ph. D, Associate Professor, phone: (383)291-00-92, e-mail: shoydin@ssga.ru

Artem L. Pazojev

Siberian State University of Geosystems and Technologies, 10, Plakhotnogo St., Novosibirsk, 630108, Russia, Student, Department of Photonics and Device Engineering, phone: (383)291-00-92, e-mail: shoydin@ssga.ru

The problems of digital synthesis of holograms associated with a discrete representation of a signal forming a holographic image are analyzed. One of the significant limitations is the technological problems of the formation of holographic structures pointwise due to diffraction limitations of the size of the focused spot of the optical-mechanical builder. This narrows the spectrum of possible spatial frequencies of the pointwise synthesized hologram in comparison with the classical hologram recorded in an analog way, which in turn leads to difficulties in recording holograms with a large depth of 3D image. We discuss a way to overcome this problem by using an optical projection system with the possibility of both transverse and longitudinal image size. Some possibilities of con-

structuring such systems are shown and experimentally confirmed, and some problems of deformation distortions of 3D images arising during their creation are analyzed.

Keywords: holography, interference, holographic interference fringes, telescopic system, projection system.

Введение

Вскоре после появления первых работ по голографии [1] исследователи обратились к возможностям, которые даёт цифровое моделирование этого технологически сложного процесса. В работах [2,3] были предложены первые опыты по замене оптических алгоритмов цифровыми. Это послужило началом цифровизации в голографии. Следует отметить, что актуальность этих работ несомненна и поныне, поскольку, например, при попытках передачи голографической информации по традиционным каналам связи возникает противоречие между большими (огромными) массивами информации, хранящимися на голограмме и ограниченностью ширины полосы канала [4,5]. Один из возможных выходов в этой ситуации был предложен в [6], который можно описать как устранение несущей и передача информации на боковой полосе, аналогично, применяемому в радиовещании методу SSB (single side band). Однако ряд проблем, связанных с дискретизацией сигнала, ограничивает применимость цифровой передачи голографических изображений. К ним, прежде всего, относятся проблемы вычисления двумерных свёрток больших массивов данных, как например в [7–11], а также некоторые специфические проблемы, описанные в обзорной работе [12]. Одна из важных проблем связана с ограничениями глубины голографируемого объекта.

Ограничения глубины отображаемого цифровой голограммой пространства, связанные с дискретным представлением сигнала

При синтезе голограмм, вычислительно повторяющем ход излучения в классической схеме (рис. 1), где рассеянное объектом когерентное световое поле описывается двумерным преобразованием Френеля, возникают вопросы дискретного представления достаточно сложной структуры голографических интерференционных полос, образованных объектным и опорным пучками.

Как было показано в [8], слишком большая крутизна изменения глубины голографируемого объекта по полю голограммы может приводить к утрате поступательного хода искривления интерференционных полос в плоскости голограммы $U_1(x_1, y_1)$ и приводить к разрывам и даже к фантомным структурам. Это приводит к нарушению условий дифракции и потере информации, восстанавливаемой голограммой в целом (рис. 2). Чтобы этого избежать, необходимо при цифровом синтезе голограмм соблюдать неравенство (1)

$$x_i \ll md \quad (1)$$

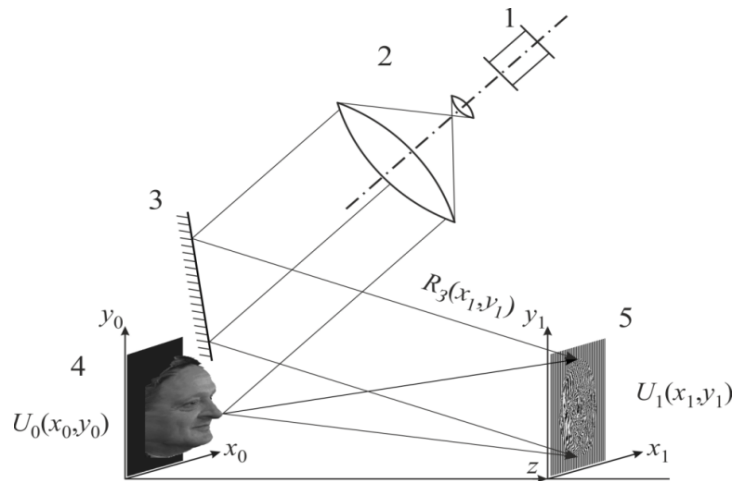


Рис. 1. Обобщённая схема записи пропускающей голограммы:

1 – лазер, 2 – коллимирующая система, 3 – зеркало, 4 – объект голографирования, 5 – фотоматериал, на котором регистрируется интерференционная картина, образуя голограмму

Здесь x_i – сдвиг i -ой строки по отношению к строке с номером $(i-1)$ для всех n строк, составляющих цифровую голограмму, а m и d – число точек (пикселей), формирующих полосу, и их размер по оси x , соответственно. Период решётки D равен $2md$, а глубина голографируемого объекта определяется величиной горизонтального сдвига L_λ , измеренного в длинах волн, всех n строк, образующих интерференционные полосы голограммы.

$$L_\lambda = \sum_0^n \Delta x_i . \quad (2)$$

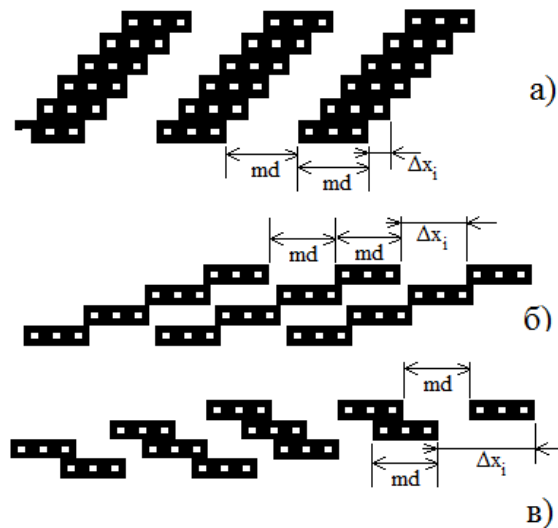


Рис. 2. Макет участка типовой голограммы с дискретно синтезированными интерференционными полосами шириной три пикселя и таким же пробелом, а) сдвинутые от строки к строке примерно на один пиксель, б) примерно 2,7 пикселя, в) на 1,5 пикселя.

Видно, что крутой рост глубины локального участка объекта, которому соответствует наклон полос больше, чем на рис. 2б, приводит к исчезновению полосы и далее к возникновению фантомной интерференционной полосы, отсутствующей при записи классической аналоговой голограммы.

Моделируя запись голограммы простого объекта можно получить фантомные линии на голограмме при $\Delta x_i \gg md$ (рис. 3б, в). Значит, сдвиг полосы при переходе от каждой i -ой строки к $i+1$ -ой должен быть:

$$\Delta x_i \leq md \quad (3)$$

Причём это условие должно удовлетворяться для любых двух соседних строк любого изображения по всему полю голограммы в n строк.

Для тестового объекта пирамида (рис. 3а) это выглядит так (рис. 3б, в, г). Здесь высота пирамиды на рис. 3 а) и б) минимальна и равна 16 периодам решётки, т. е. 16 длинам волн, которые на макете специально выбраны большими для наблюдения эффекта невооруженным глазом. При увеличении высоты пирамиды вдвое структура полос разрушается, а при дальнейшем увеличении, возникают фантомные линии, которые меняют направление, что приводит при восстановлении к замене выпуклого изображения на вогнутое.

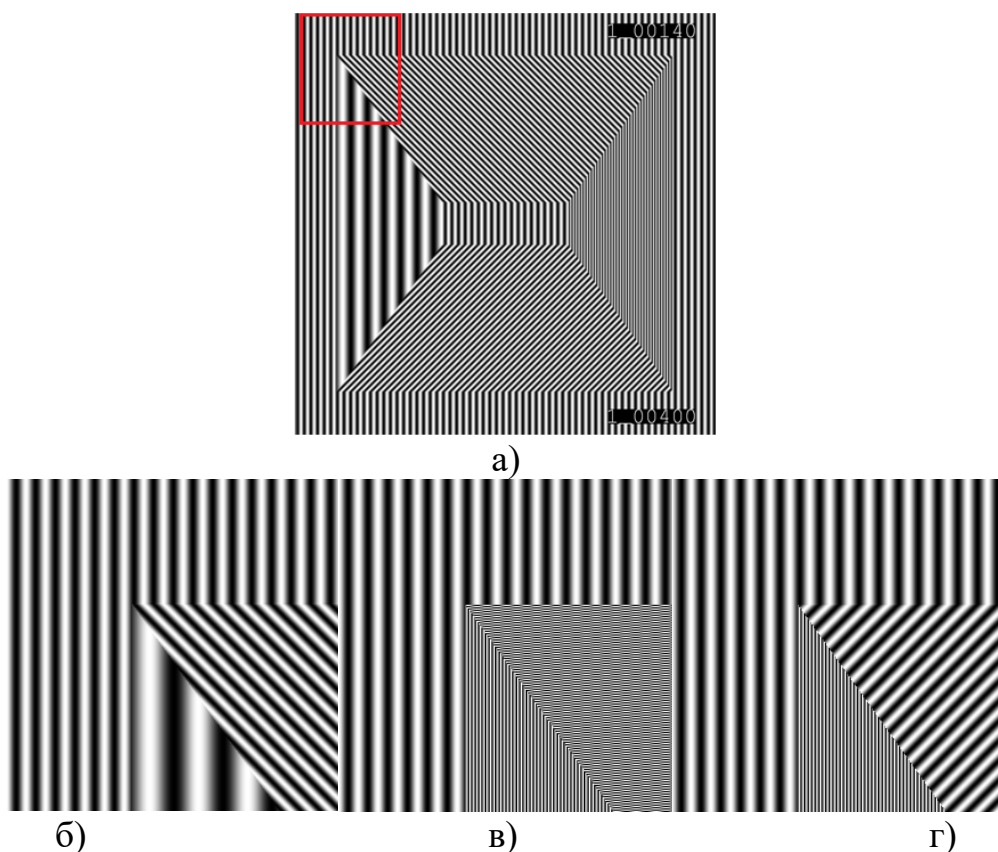


Рис. 3. Изображение структуры интерференционных полос тестового объекта – пирамиды, а) поле всей голограммы и её выделенный фрагмент б) высотой 16 периодов решётки, или 16λ , в) 128 периодов (128λ) и г) 496 периодов(496λ).

На этой модели голограммы можно увидеть, что при невыполнении условия (3) структура голограммы разрушается, а при дальнейшем увеличении глубины объекта (496λ) даже возникают фантомные интерференционные линии.

Дальнейшее увеличение диапазона углов наклона интерференционных полос связано с технологией частичного наложения точек (пикселей), при экспозиции голограмм.

Это ограничение связано с шириной интерференционных полос $D=2md$ в их основании и $D=2md\cos(\alpha)$ при формировании наклонных плоскостей (рис. 2), где α задаётся условием $\text{tg}(\alpha) < \Delta x/md$. Здесь Δx лежит в диапазоне $(0 \div md)$. Выражая косинус через тангенс и рассматривая (рис. 2) его предельные значения $(1/md) < \text{tg}(\alpha) < \infty$, получим (4) и (5), которые по условию Брэгга, связывают D с углом дифракции θ

$$2D \cos(\alpha) \sin(\theta) = 4md \sqrt{\frac{1}{1 + \Delta x/md}} \sin(\theta) = \lambda, \quad (4)$$

$$\lambda/4md < \sin(\theta) < \frac{\lambda}{2\sqrt{2}md}, \quad (5)$$

восстанавливающего пучка, регулируя расстояние от голограммы на котором (0)-ой и (-1)-ый пучки разойдутся в пространстве при восстановлении. Следовательно, восстановленное цифровой голограммой изображение будет формироваться лучами, дифрагировавшими в

$$\begin{aligned} \theta_{\min} &= \arcsin\left(\frac{\lambda}{2md}\right), \\ \theta_{\max} &= \arcsin\left(\frac{\lambda}{2\sqrt{2}d}\right) \end{aligned} \quad (6)$$

диапазоне углов от θ_{\min} до θ_{\max} . Это небольшие углы, следовательно, изображение будет формироваться сравнительно далеко от голограммы. А поскольку и сам диапазон изменений угла θ мал, то это тоже подтверждает, что глубина восстановленного изображения может быть совсем небольшой.

Реальные изображения могут иметь различную глубину, поэтому для цифрового голографирования следует найти способ восстановления изображений с глубиной больше, чем позволяет цифровая голограмма.

Одним из них является оптическое масштабирование. На рис. 4 приведена схема телескопической системы, которая, в зависимости от расстояния между задней фокальной плоскостью первого объектива и передней фокальной второго - имеет меняющиеся пропорции между продольным и поперечным увеличением [13].

Здесь в верхней половине, выше оптической оси, показаны реально использованные в эксперименте объективы, а в нижней – эквивалентные им тонкие

линзы, положение которых выбиралось путём перебора около 10^9 комбинаций, сделанных вариациями отрезков l_1, l_2, l_3, l_4, f_1 , и f_2 , таким образом, чтобы минимизировать отличия расчётных положений изображений от экспериментально наблюдаемых. Достигнутая точность при этом была вполне достаточной, а отличие экспериментально измеренных $a_2^{1'}$ и $a_2^{2'}$ от расчётных не превышало 2 %, поэтому достигнутую точность макетирования процессов построения изображений по схеме рис. 4 с эквивалентными тонкими линзами можно считать вполне удовлетворительными. Полученные в расчёте значения параметров схемы были следующими: $l_1=4,5$ мм, $l_2=9$ мм, $l_3=51$ мм, $l_4=8$ мм, $f_1=99$ мм, $f_2=287$ мм, что позволило сверить расчётные положения восстановленного голограммой 3D изображения, перенесённого телескопической системой рис. 5 и рассчитать продольное и поперечное увеличение (7, 8) по формулам Ньютона [14].

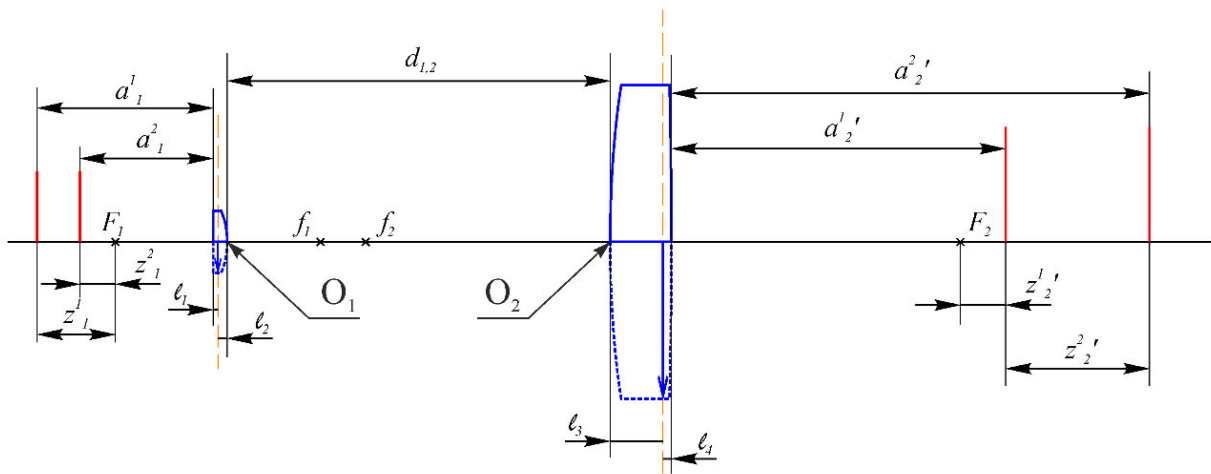


Рис. 4. Телескопическая система из объективов O_1 и O_2 с несовпадающими в общем случае задним фокусным отрезком первого объектива и передним фокусным второго. Отрезки a_1^1 и a_2^1 – показывают расположение задней и передней плоскости, между которыми находится отображаемый системой 3D объект, а отрезки $a_1^{2'}$ и $a_2^{2'}$ показывают расположение соответствующих им задней и передней плоскости, между которыми находится 3D изображение объекта. Положение главных плоскостей эквивалентной тонкой линзы показано пунктиром

$$z_1 \cdot z_1' = f_1 \cdot f_1', \quad (7)$$

$$a_2^{1'} = f_2 + \frac{(a_1^1 - f_1) \cdot f_2^2}{(a_1^1 - f_1) \cdot (d_{1,2} - f_1 - f_2) - f_1^2}; \quad (8)$$

$$a_2^{2'} = f_2 + \frac{(a_1^2 - f_1) \cdot f_2^2}{(a_1^2 - f_1) \cdot (d_{1,2} - f_1 - f_2) - f_1^2}.$$

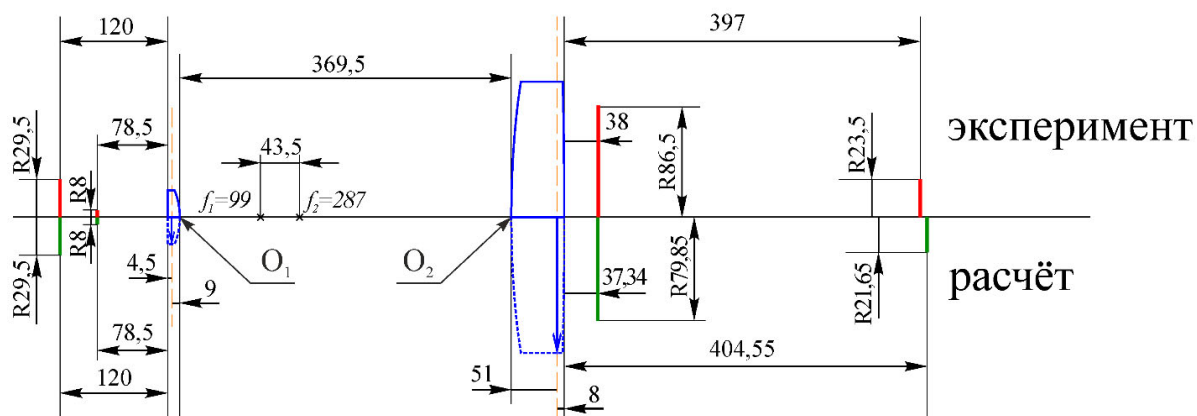


Рис. 5. Параметры телескопической системы.
Верхняя полу плоскость – эксперимент, нижняя – расчёт

Видно, что ошибка

- продольного увеличения находится в пределах $(397-38)/(120-78,5)=359/41,5=8,65$ мм экспериментально и $(404,55-37,34)/(120-78,5)=367,21/41,5=8,85$ мм расчётно, т. е. в пределах $(8,85-8,65)/8,85=2,2$ %,

- а поперечное увеличение $(86,5/29,5)=2,93$ – экспериментально второй план и $(79,85/29,5)=2,7$ – расчётно второй план. Отличие в положении изображения второго плана $(2,93-2,7)/2,93=7,85$ %,

- а также $(23,5/8)=2,94$ – экспериментально первый план и $(21,65/8)=2,7$ – расчётно первый план. Отличие в положении изображения первого плана $(2,94-2,7)/2,94=8,16$ %.

Для уточнения полученных результатов подобные измерения и контролирующие их расчёты были проделаны ещё для двух типов голограмм, с измерением исходных и увеличенных телескопической системой 3D изображений, восстановленных этими голограммами. А также проводились обратные расчёты и измерения, когда 3D объект находился справа, за объективом O_2 , на расстояниях $a_2^{1'}$ и $a_2^{2'}$, а измерения с контрольным расчётом давали положение $a_1^{1'}$ и $a_1^{2'}$.

Предложенный метод позволил увеличить неглубокие 3D изображения на голограмме до приемлемых размеров, одновременно увеличивая поперечный размер восстановленного голографического изображения. Телескопическая система, одновременно может увеличивать поперечный размер голографического изображения и пропорционально его квадрату – продольное. Это очень удобно, поскольку можно создавать исходные сравнительно малоразмерные голограммы для проекции 3D изображений приемлемых размеров и при этом компенсировать малую глубину цифровых голограмм.

Однако следует соблюдать некоторые ограничения, вытекающие из свойств геометрической оптики и накладываемых на величину продольного увеличения. Действительно, положение изображения z_2' на продольной оси телескопической системы рис. 4, вычисляемое по (7, 8), можно получить (9) аналогично [13] и для случая произвольных $d_{1,2}$.

$$z_2' = \frac{z_1 \cdot f_2^2}{z_1 \cdot (d_{1,2} - f_1 - f_2) - f_1^2}. \quad (9)$$

Откуда при дифференцировании z_2' по z_1 находится продольное увеличение системы.

$$\frac{\partial z_2'}{\partial z_1} = \left(\frac{f_2^2}{d_{1,2} - f_1 - f_2 - \frac{f_1^2}{z_1}} \right)' = - \left(\frac{f_1 \cdot f_2}{z_1 \cdot (d_{1,2} - f_1 - f_2) - f_1^2} \right)^2. \quad (10)$$

Которое, как известно, при выполнении условия (11),

$$d_{1,2} = f_1 + f_2, \quad (11)$$

вырождается в формулу отношения квадратов фокусов [14]. Однако, при невыполнении указанного условия продольное увеличение по глубине 3D объекта между задней и передней плоскостями его расположения может существенно отличаться, искажая зрительное восприятие объекта. На рис. 6а–е приведены некоторые примеры таких искажений для тестового объекта пирамида и для 3D портрета.

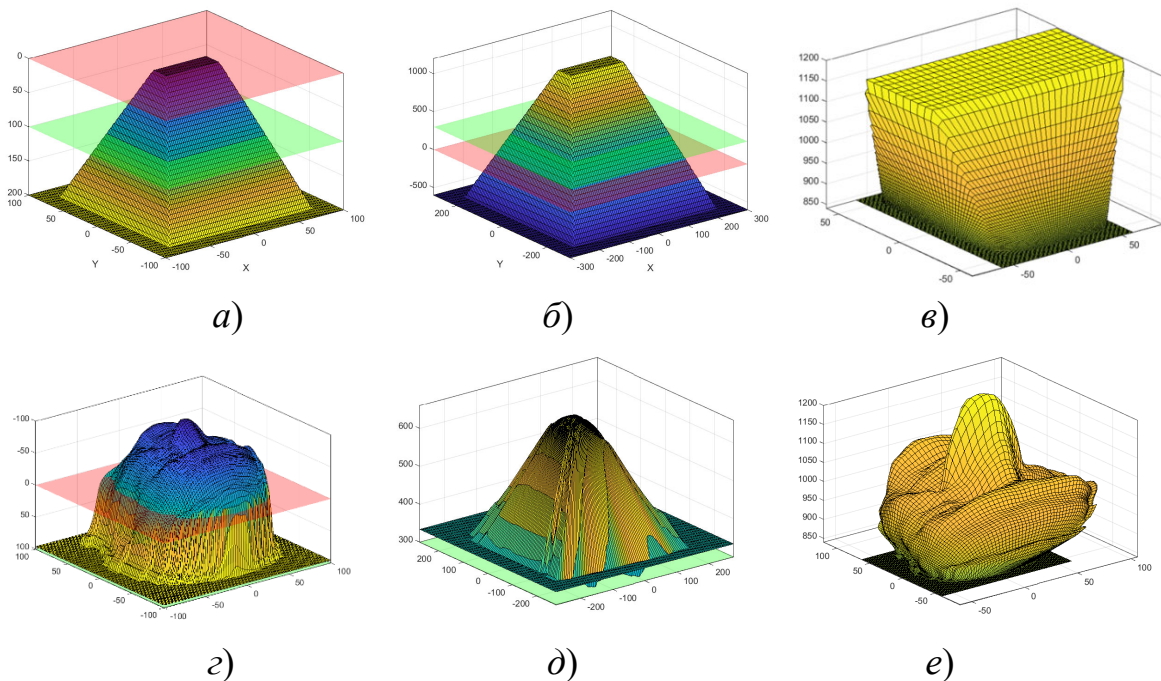


Рис. 6. Объект пирамида (а) и его изображения (б) и (в); объект 3D портрет (г) и его изображения (д) и (е)

- а) объект $a_1=0 \div 200$
- б) изображение $f_1=100; f_2=300; d_{1,2}=400; a_2'=-500 \div 1000$
- в) изображение $f_1=100; f_2=300; d_{1,2}=600; a_2'=850 \div 1200$
- г) объект $a_1=0 \div 200$
- д) изображение $f_1=100; f_2=300; d_{1,2}=600; a_2'=300 \div 650$
- е) изображение $f_1=100; f_2=300; d_{1,2}=600; a_2'=850 \div 1200$

Видно, что изображение *б* является неискажённым образом объекта *а*, поскольку выполняется условие (10), а изображение *в* претерпело серьёзные деформации в силу его невыполнения. На рис. 6з, показан 3D портрет, а на д, е приведены его изображения при выполнении условия (10) и в отсутствии его выполнения. Интересно рассмотреть приближение объекта к особой точке z_1 .

$$z_1 \rightarrow \frac{f_1^2}{d_{1,2} - f_1 - f_2} \quad . \quad (12)$$

При расположении объекта вблизи точки слева $\{z_1 < f^2 / (d_{1,2} - f_1 + f_2)\}$ – 3D изображение деформируется так, что та часть объекта, которая ближе всего к особой точке, в данном случае основание 3D портрета (затылок), будет более искажена, по сравнению с отдалённой от особой точки части объекта (нос) (рис. 6д), а при расположении объекта вблизи особой точки справа $\{z_1 > f^2 / (d_{1,2} - f_1 + f_2)\}$ возникает обратная ситуация – вершина 3D портрета (нос), будет более искажена, по сравнению с самой отдалённой от особой точки частью объекта (затылок) (рис. 6е).

С учётом всех вышеперечисленных ограничений на основе объектива ВАЛ и объектива из комплекта СИН с фокусными отрезками (рис. 5) был собран макет устройства проекции голографического изображения с увеличением оптической системой восстановленного голограммой изображения. При поперечном увеличении $47/16=2,94$ (рис. 7а, б) было реализовано продольное увеличение $398/42=9,48$ (рис. 7в, г) восстановленного голограммой 3D изображения.

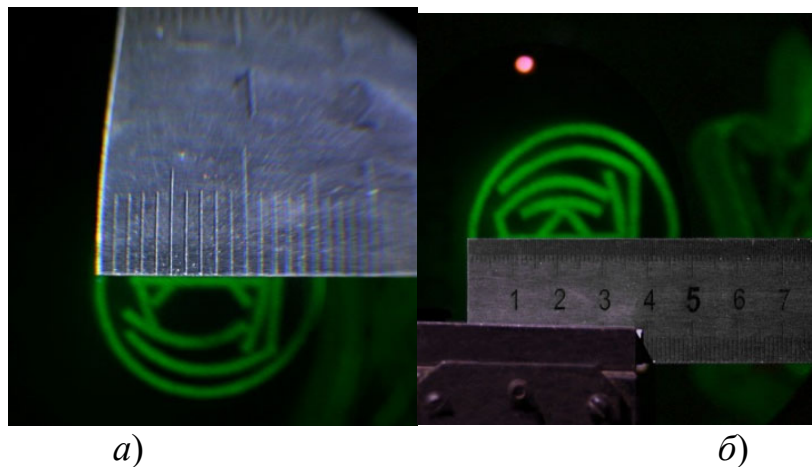


Рис. 7. а) восстановленное голограммой изображение, б) увеличенное телескопической системой голографическое изображение

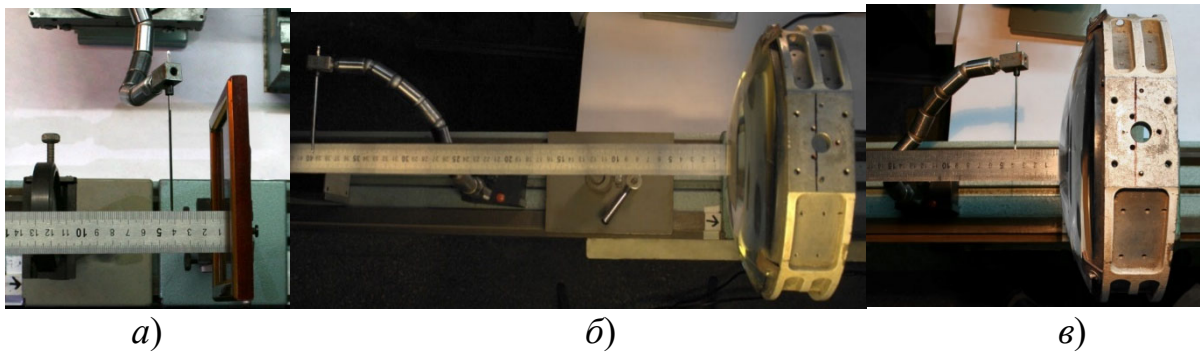


Рис. 8. *а)* расположение вынесенного перед голограммой фрагмента 3D изображения, *б)* его положение за объективом O_2 , *в)* положение поверхности голограммы за объективом O_2

Полученное более, чем трёхкратное отношение продольного размера изображения к поперечному без видимых 3D деформаций не является предельным и расчёты по схеме рис. 4 позволяют надеяться на возможную реализацию увеличения продольного размера 3D голографического изображения в несколько десятков, а возможно и сотни раз.



Рис. 9. Оптическая проекционная увеличивающая система первого советского телевизора КВН

Использование оптических проекционных систем, устраняющих недостатки первых цифровых голографических мониторов более, чем вероятно на первых этапах развития голографических устройств 3D дополненной реальности и голографического телевидения. Логично ожидать, что голографическое 3D телевидение пройдёт в своём развитии путь, аналогичный классическому телевидению В. К. Зворыкина.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Денисюк Ю. Н. Об отображении оптических свойств объекта в волновом поле рассеянного им излучения // Доклады Академии наук СССР. – 1962. – Том 144. – № 6. – С. 1275-1278
2. Goodman, J.W. Digital image formation from electronically detected holograms [Text] / J.W. Goodman, R.W. Lawrence // Applied Physics Letters. – 1967. – Vol. 11. – P. 77-79.
3. Федоров Б.Ф. Цифровая голография [Текст]/ Б.Ф. Федоров, Р.И. Эльтман.– М.: Наука, 1976 г.
4. Ярославский, Л.П. Цифровая голография [Текст] / Л.П. Ярославский, Н.С. Мерзляков. – М.: Наука, 1982. – 219 С.
5. Рапопорт Б. И. Возможности передачи голографического изображения малокадровой телевизионной системой // Техника кино и телевидения. – 1971. – № 9. – С. 42.
6. Шойдин С. А. Патент РФ № 2707582, приоритет от 03.07.2018, Опубликовано: 28.11.2019 Бюл. № 34
7. Damien P. Kelly. Numerical calculation of the Fresnel transform // Journal of the Optical Society of America. 2014. V. 31, Issue 4. P. 755-764.
8. Шойдин С. А., Пазоев А. Л. Преобразование Френеля в моделировании голограмм [Текст] // ИНТЕРЭКСПО ГЕО-СИБИРЬ-2018. Новосибирск, 2018. С. 95-98.
9. Мерзляков Н. С. Некоторые особенности использования дискретного преобразования Френеля при цифровом восстановлении голограмм / Н. С. Мерзляков, Н. Р. Попова // Автометрия. – 1987. – № 5. – С. 17–22.
10. Гужов В. И., Несин Р. Б., Емельянов В. А. Представление преобразования Френеля в дискретной форме / В. И. Гужов, Р. Б. Несин, В. А. Емельянов // Автоматика и программная инженерия. – 2016. – № 1 (15). – С. 91-96.
11. Mas D. Fast algorithms for free-space diffraction patterns calculation / D. Mas, J. Garcia, C. Ferreira, L. M. Bernardo, F. Marinho // Optics Communications. – 1999. – № 164. – P. 233-245
12. Балтийский С. А. Современные методы цифровой голографии / С. А. Балтийский, И. П. Гуров, С. Де Никола, Д. Коппола, П. Ферраро // Проблемы когерентной и нелинейной оптики: Сборник статей. – 2004. – С. 91-117.
13. Борн М. Основы оптики / М.Борн, Э. Вольф //Перевод с английского. – 2-е изд. – Москва: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973. – С. 154.
14. Заказнов Н. П., Кирюшин С. И., Кузичев В. И. Теория оптических систем / Н. П. Заказнов, С. И. Кирюшин, В. И. Кузичев // Учебник для студентов приборостроительных специальностей вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Москва: Машиностроение, 1992. – 448 с.
15. Жимулёва Е. С., Завьялов П. С., Кравченко М. С. Методологические Разработки телецентрических объективов для систем размерного контроля // Автометрия. – 2018. – Т. 54, № 1. – С. 61–70.

© С. А. Шойдин, А. Л. Пазоев, 2020